

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ПРИРОДООХОРОННОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт з дисципліни:

**«Математичні методи і моделі в розрахунках процесів хімічної
технології»**

(для студентів спеціальності 161 «Хімічні технології та інженерія»)

Частина 3

Покровськ – 2017 р.

УДК

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Математичні методи і моделі в розрахунках процесів хімічної технології» (для студентів спеціальності 161 «Хімічні технології та інженерія»), частина 3 [Електронний ресурс] / уклад. О.І. Збиковський – Покровськ : ДонНТУ, 2017. – 31 с.

В методичних вказівках приведені дві лабораторні роботи, виконання яких дозволяє студентам засвоїти чисельні методи розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь ітераційними методами простої ітерації та Гауса-Зейделя, а також лінійної та квадратичної інтерполяцій.

Укладач: О.І. Збиковський, доц. каф. «Природоохоронна діяльність», доц., к.т.н.

Рецензент: А.А. Топоров, в.о. зав. каф. «Обладнання перероблювальних технологічних комплексів», доц., к.т.н.

Відповідальний за випуск: В.К. Костенко, зав. каф. «Природоохоронна діяльність», проф., д.т.н.

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,
протокол № від

Розглянуто на засіданні кафедри «Природоохоронна діяльність»,
протокол № від

ЗМІСТ

Вступ	4
<i>Лабораторна робота № 1 Розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь ітераційними методами простої ітерації і Гауса-Зейделя</i>	5
Теоретичні відомості	5
Метод простої ітерації	6
Метод Гауса-Зейделя	8
Блок-схема алгоритму розв’язання СЛАР методом Гауса-Зейделя	8
Блок-схема основної програми	8
Блок-схема процедури VVOD_GZ	9
Блок-схема процедури RASCHET_GZ	10
Ідентифікація змінних	12
Порядок виконання роботи	12
Варіанти	13
Зміст звіту	15
Контрольні питання	15
 <i>Лабораторна робота № 2 Лінійна і квадратична інтерполяції</i>	16
Теоретичні відомості	16
Лінійна інтерполяція	16
Квадратична інтерполяція	17
Блок-схеми алгоритмів	19
Блок-схема алгоритму лінійної інтерполяції	19
Блок-схема основної програми	19
Блок-схема процедури VVID_INT	20
Блок-схема алгоритму квадратичної інтерполяції	21
Блок-схема основної програми	21
Блок-схема процедури VVID_INTKV	22
Ідентифікація змінних	23
Порядок виконання роботи	25
Варіанти	25
Зміст звіту	27
Контрольні питання	28
 Перелік рекомендованої літератури	29
<i>Додаток А Перелік, найменування і позначення символів і функцій, які вони відображають</i>	30

ВСТУП

В третій частині методичних вказівок до лабораторних робіт з «Математичних методів і моделей в розрахунках процесів хімічної технології» приведені дві лабораторні роботи.

Перша лабораторна робота знайомить студентів з групою ітераційних методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Ці методи доцільно використовувати при великій кількості рівнянь у системі, а також при розв'язанні погано обумовлених систем.

Головна перевага ітераційних методів перед прямими полягає в тому, що похибки результатів не накопичуються, оскільки точність розрахунків в кожній ітерації визначається лише результатами попередньої ітерації.

Друга лабораторна робота присвячена вивченню двох найпростіших видів локальної інтерполяції: лінійної і квадратичної.

Локальна інтерполяція має переваги перед глобальною при великій кількості вузлів інтерполяції. В цьому випадку при локальній інтерполяції ми використовуємо багато інтерполяційних функцій, але значно більш простих, ніж одна інтерполяційна функція при глобальній інтерполяції.

Лінійна інтерполяція простіша за квадратичну, але квадратична дає більш точні результати інтерполяції.

Лабораторна робота № 1

РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ІТЕРАЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ І ГАУСА- ЗЕЙДЕЛЯ

Мета роботи - вивчення чисельних методів простої ітерації і Гауса-Зейделя розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розв'язання СЛАР за допомогою всіх ітераційних методів полягає в наступному:

- 1) Вводяться початкові наближення невідомих і допустима похибка розв'язання СЛАР.
- 2) За відповідним алгоритмом розраховуються наступні наближення невідомих.
- 3) Знаходяться модулі різниць між поточним і попереднім наближеннями для кожного невідомого. Після цього ці модулі різниць порівнюються з допустимою похибкою.

Якщо для всіх невідомих модулі різниць менше або дорівнюють похибці, то вважають, що СЛАР розв'язана з заданою похибкою.

Якщо ні, то виконується повернення на пункт 2.

Тобто організовується циклічний обчислювальний процес, кожний цикл якого являє собою одну ітерацію. Ітераційний процес може як сходиться, так і розходитися.

Якщо ітераційний процес сходиться, то при кожній ітерації модулі різниці між поточним і попереднім наближеннями невідомих зменшуються. Якщо ітераційний процес розходиться, то цього не відбувається, і такий процес може тривати безкінечно. Тому доцільно ввести в алгоритм розрахунку лічильник кількості ітерацій і максимальне значення кількості ітерацій, щоб обчислювальний процес міг зупинитися при досягненні цього максимального значення.

Достатня умова збіжності ітераційного процесу. Модулі діагональних коефіцієнтів для кожного рівняння системи повинні бути більше або дорівнювати сумі модулів всіх інших коефіцієнтів при невідомих цього рівняння (і хоча би для одного рівняння знак нерівності повинен бути «більше»):

$$|a_{ii}| \geq \sum_{i \neq j} |a_{ij}|, \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots n.$$

Але ця умова не є необхідною, тобто для деяких систем при її невиконанні ітераційний процес може сходитись.

Метод простої ітерації

Розглянемо цей метод на прикладі СЛАР, що складається з трьох рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

- 1) Діагональні коефіцієнти a_{11}, a_{22}, a_{33} не повинні дорівнювати нулю, в іншому випадку потрібно поміняти рівняння місцями.
- 2) Виразимо невідомі x_1, x_2, x_3 відповідно з першого, другого і третього рівнянь системи:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{b_1 - (a_{12}x_2 + a_{13}x_3)}{a_{11}}, \\ x_2 = \frac{b_2 - (a_{21}x_1 + a_{23}x_3)}{a_{22}}, \\ x_3 = \frac{b_3 - (a_{31}x_1 + a_{32}x_2)}{a_{33}}. \end{cases}$$

- 3) Задамо початкові наближення невідомих $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}$ і допустимо похибку розв'язання СЛАР ε . При цьому можливі три наступні випадки:
 - якщо дослідник має інформацію про діапазони, в яких повинні знаходитись значення невідомих, то в якості початкових наближень невідомих приймаються середні значення з цих діапазонів;
 - якщо СЛАР вже вирішувалася прямим методом, але не була досягнута задана точність, то в якості початкових наближень невідомих приймаються рішення, отримані за допомогою прямого методу;
 - якщо немає ніякої інформації про значення невідомих, то в якості початкових наближень невідомих приймаються нулі.

- 4) Підставивши у праві частини рівнянь початкові наближення невідомих, отримаємо формули для розрахунку перших наближень невідомих:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{b_1 - (a_{12}x_2^{(0)} + a_{13}x_3^{(0)})}{a_{11}}, \\ x_2^{(1)} = \frac{b_2 - (a_{21}x_1^{(0)} + a_{23}x_3^{(0)})}{a_{22}}, \\ x_3^{(1)} = \frac{b_3 - (a_{31}x_1^{(0)} + a_{32}x_2^{(0)})}{a_{33}}. \end{cases}$$

Формули для розрахунку k -тих наближень невідомих будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} x_1^{(k)} = \frac{b_1 - (a_{12}x_2^{(k-1)} + a_{13}x_3^{(k-1)})}{a_{11}}, \\ x_2^{(k)} = \frac{b_2 - (a_{21}x_1^{(k-1)} + a_{23}x_3^{(k-1)})}{a_{22}}, \\ x_3^{(k)} = \frac{b_3 - (a_{31}x_1^{(k-1)} + a_{32}x_2^{(k-1)})}{a_{33}}. \end{cases}$$

- 5) Якщо виконується умова:

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| \leq \varepsilon,$$

то вважаємо, що СЛАР розв'язана з заданою похибкою, і в якості рішення приймаємо останнє k -те наближення невідомих.

Якщо умова не виконується, то повертаємось на пункт 4 і розраховуємо чергове наближення невідомих.

Метод Гауса-Зейделя

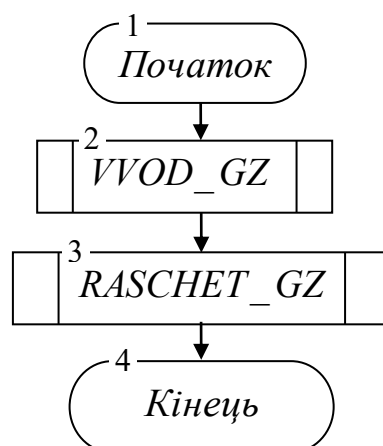
Метод Гауса-Зейделя відрізняється від методу простої ітерації тільки номерами наближень невідомих, що використовуються у формулах розрахунку поточного наближення невідомих:

$$\begin{cases} x_1^{(k)} = \frac{b_1 - (a_{12}x_2^{(k-1)} + a_{13}x_3^{(k-1)})}{a_{11}}, \\ x_2^{(k)} = \frac{b_2 - (a_{21}x_1^{(k)} + a_{23}x_3^{(k-1)})}{a_{22}}, \\ x_3^{(k)} = \frac{b_3 - (a_{31}x_1^{(k)} + a_{32}x_2^{(k)})}{a_{33}}. \end{cases}$$

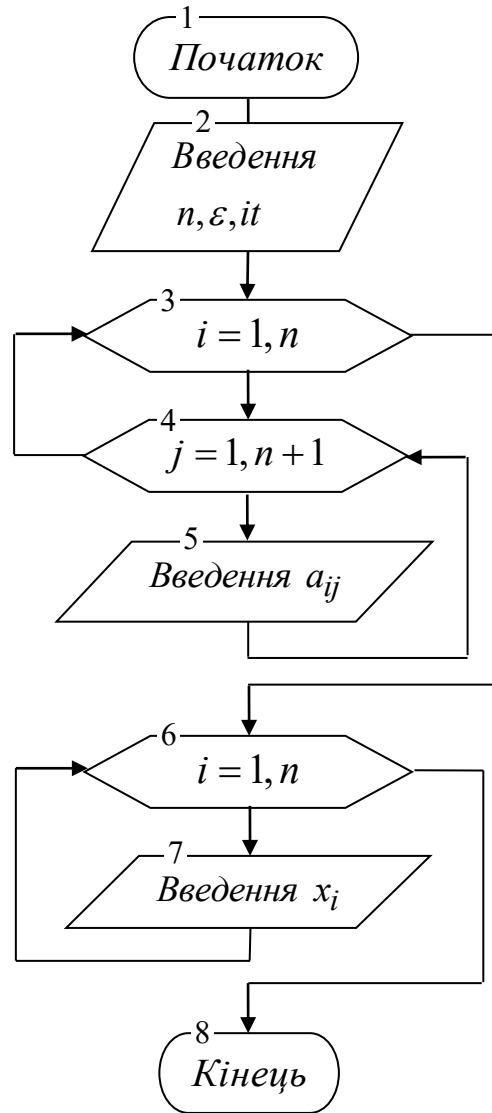
Тобто розраховане k -те поточне наближення i -того невідомого відразу ж використовується для розрахунку k -того поточного наближення $i + 1$ -го невідомого. Завдяки цьому швидкість збіжності методу Гауса-Зейделя більш висока, ніж методу простої ітерації. Іншими словами, кількість ітерацій для досягнення заданої точності рішення СЛАР при використанні цього методу менша, ніж при використанні методу простої ітерації.

БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗАННЯ СЛАР МЕТОДОМ ГАУСА-ЗЕЙДЕЛЯ

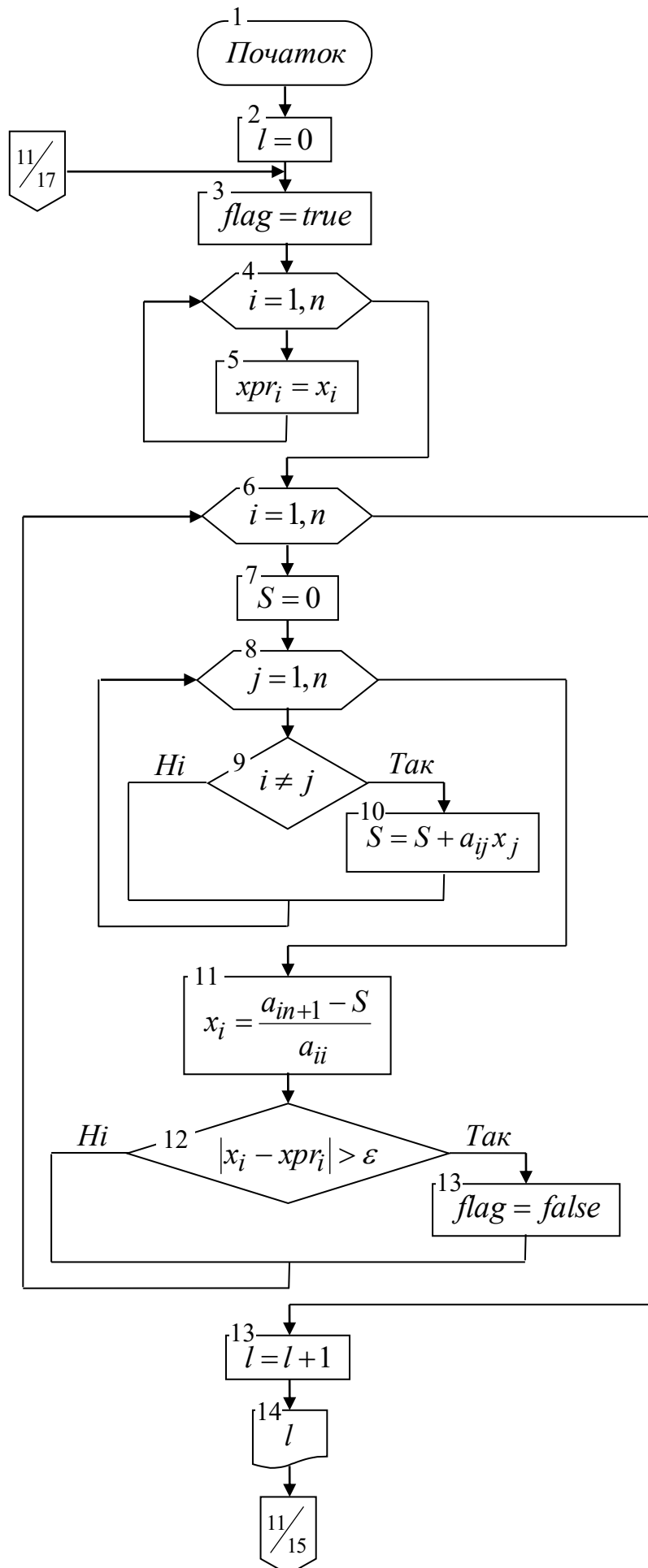
Блок-схема основної програми

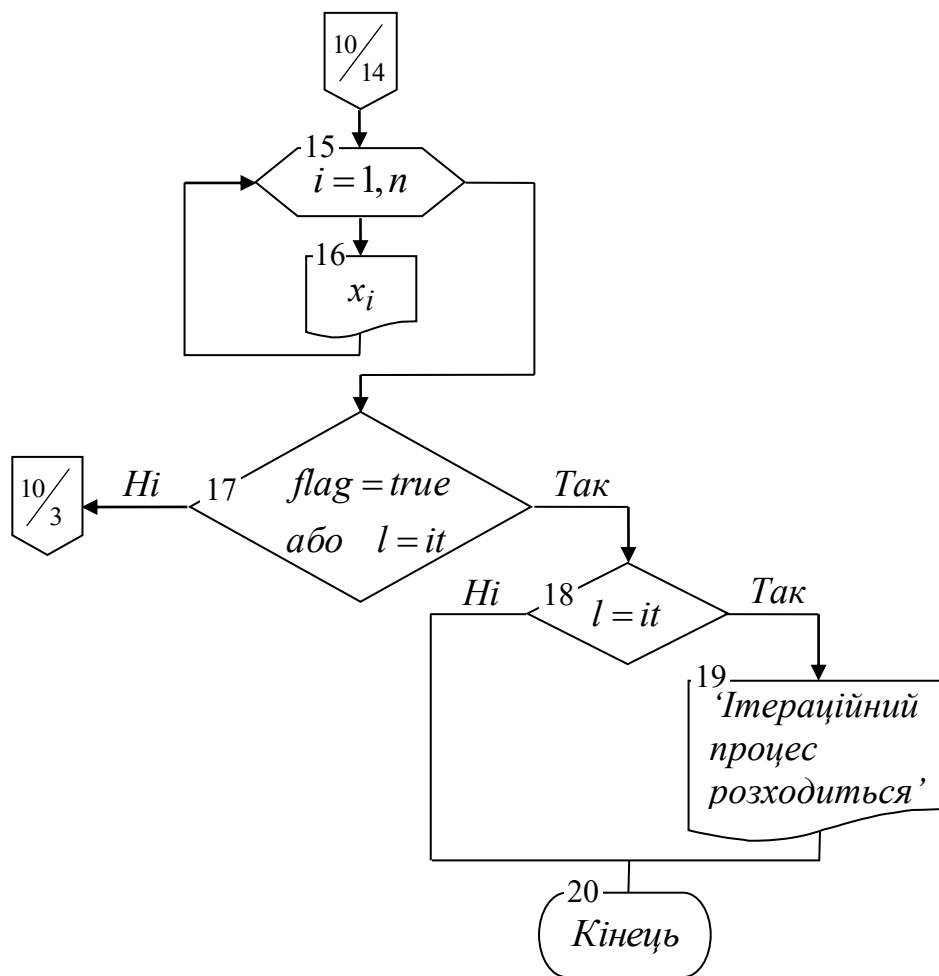


Блок-схема процедури *VVOD_GZ*



Блок-схема процедури *RASCHET_GZ*





ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЗМІННИХ

В таблиці 1.1 приведена ідентифікація глобальних змінних алгоритму.

Таблиця 1.1 - Ідентифікація глобальних змінних

Ім'я змінної в блок-схемі	Математичний сенс змінної
1	2
n	Кількість рівнянь у СЛАР
it	Максимальна кількість ітерацій, що задається
ε	Задана точність розв'язання СЛАР
a	Початкова розширена матриця коефіцієнтів СЛАР
x	Вектор поточних наближень невідомих СЛАР
xpr	Вектор попередніх наближень невідомих СЛАР
s	Сума добутків коефіцієнтів на невідомі
l	Лічильник кількості ітерацій
$flag$	Змінна, яка сигналізує, чи розв'язана система з заданою точністю чи ні
i	Параметр циклу
j	Параметр циклу

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Необхідно розв'язати задану СЛАР методом Гауса-Зейделя і методом простої ітерації. Для цього потрібно за заданим алгоритмом скласти програму розв'язання СЛАР методом Гауса-Зейделя на мові програмування Pascal ABC. Потім, зробивши невеликі зміни в процедурі RASCHET_GZ, отримати програму розв'язання СЛАР методом простої ітерації. Провести розрахунки двома методами, проаналізувати отримані результати, порівняти кількість ітерацій.

ВАРІАНТИ

№	Система рівнянь	№	Система рівнянь
1	$\begin{cases} 0,34x_1 + 0,71x_2 + 0,63x_3 = 2,08; \\ 0,71x_1 - 0,65x_2 - 0,18x_3 = 0,17; \\ 1,17x_1 - 2,35x_2 + 0,75x_3 = 1,28. \end{cases}$	10	$\begin{cases} 0,21x_1 - 0,18x_2 + 0,75x_3 = 0,11; \\ 0,13x_1 + 0,75x_2 - 0,11x_3 = 2,00; \\ 3,01x_1 - 0,33x_2 + 0,11x_3 = 0,13. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 - 0,15x_3 = 1,00; \\ 1,11x_1 + 0,13x_2 - 0,75x_3 = 0,13; \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 = 0,17. \end{cases}$	11	$\begin{cases} 3,75x_1 - 0,28x_2 + 0,17x_3 = 0,75; \\ 2,11x_1 - 0,11x_2 - 0,12x_3 = 1,11; \\ 0,22x_1 - 3,17x_2 + 1,81x_3 = 0,05. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 0,13x_1 - 0,14x_2 - 2,00x_3 = 0,15; \\ 0,75x_1 + 0,18x_2 - 0,77x_3 = 0,11; \\ 0,28x_1 - 0,17x_2 + 0,39x_3 = 0,12. \end{cases}$	12	$\begin{cases} 0,92x_1 - 0,83x_2 + 0,62x_3 = 2,15; \\ 0,24x_1 - 0,54x_2 + 0,43x_3 = 0,62; \\ 0,73x_1 - 0,81x_2 + 0,67x_3 = 0,88. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 1,24x_1 - 0,87x_2 - 3,17x_3 = 0,46; \\ 2,11x_1 - 0,45x_2 + 1,44x_3 = 1,50; \\ 0,48x_1 + 1,25x_2 - 0,63x_3 = 0,35. \end{cases}$	13	$\begin{cases} 0,32x_1 - 0,42x_2 + 0,85x_3 = 1,32; \\ 0,63x_1 - 1,43x_2 - 0,58x_3 = -0,44; \\ 0,84x_1 - 2,23x_2 - 0,52x_3 = 0,64. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 0,62x_1 - 0,44x_2 - 0,86x_3 = 0,68; \\ 0,83x_1 + 0,42x_2 - 0,56x_3 = 1,24; \\ 0,58x_1 - 0,37x_2 - 0,62x_3 = 0,87. \end{cases}$	14	$\begin{cases} 0,46x_1 + 1,72x_2 + 2,53x_3 = 2,44; \\ 1,53x_1 - 2,32x_2 - 1,83x_3 = 2,83; \\ 0,75x_1 + 0,86x_2 + 3,72x_3 = 1,06. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 4,24x_1 + 2,73x_2 - 1,55x_3 = 1,87; \\ 2,34x_1 + 1,27x_2 + 3,15x_3 = 2,16; \\ 3,05x_1 - 1,05x_2 - 0,63x_3 = -1,25. \end{cases}$	15	$\begin{cases} 1,53x_1 - 1,63x_2 - 0,76x_3 = 2,18; \\ 0,86x_1 + 1,17x_2 + 1,84x_3 = 1,95; \\ 0,32x_1 - 0,65x_2 + 1,11x_3 = -0,47. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 1,02x_1 + 0,72x_2 - 0,65x_3 = 1,27; \\ 0,74x_1 - 1,24x_2 - 1,73x_3 = 0,77; \\ 1,78x_1 + 2,32x_2 + 0,74x_3 = 1,16. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2,16x_1 - 2,83x_2 + 1,15x_3 = 2,32; \\ 1,71x_1 + 2,17x_2 - 0,83x_3 = 1,25; \\ 0,35x_1 - 0,72x_2 + 1,03x_3 = 0,82. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 1,16x_1 - 0,28x_2 + 2,16x_3 = 1,16; \\ 0,65x_1 + 0,76x_2 - 1,18x_3 = 0,28; \\ 0,53x_1 + 1,07x_2 - 0,63x_3 = 1,27. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 0,65x_1 - 0,93x_2 + 0,45x_3 = -0,72; \\ 1,15x_1 + 0,43x_2 - 0,72x_3 = 1,24; \\ 0,56x_1 - 0,18x_2 + 1,03x_3 = 2,15. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2,23x_1 - 0,73x_2 + 1,27x_3 = 2,43; \\ 2,15x_1 + 3,17x_2 - 1,43x_3 = -0,73; \\ 0,83x_1 + 0,72x_2 + 2,12x_3 = 1,42. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 0,95x_1 + 0,72x_2 - 1,14x_3 = 2,15; \\ 0,63x_1 + 0,24x_2 + 0,38x_3 = 0,74; \\ 1,23x_1 - 1,08x_2 - 1,16x_3 = 0,97. \end{cases}$

№	Система рівнянь	№	Система рівнянь
19	$\begin{cases} 0,43x_1 + 0,63x_2 + 1,44x_3 = 2,18; \\ 1,64x_1 - 0,83x_2 - 2,45x_3 = 1,84; \\ 0,58x_1 + 1,55x_2 + 3,18x_3 = 0,74. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 0,62x_1 + 0,56x_2 - 0,43x_3 = 1,16; \\ 1,32x_1 - 0,88x_2 - 1,76x_3 = 2,07; \\ 0,73x_1 + 1,42x_2 - 0,34x_3 = 2,18. \end{cases}$
20	$\begin{cases} 3,15x_1 - 1,72x_2 - 1,23x_3 = 2,15; \\ 0,72x_1 + 0,67x_2 + 1,18x_3 = 1,43; \\ 2,57x_1 - 1,34x_2 - 0,68x_3 = 1,03. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2,18x_1 + 1,72x_2 - 0,93x_3 = 1,06; \\ 1,42x_1 + 0,18x_2 + 1,12x_3 = 2,07; \\ 0,92x_1 - 1,14x_2 - 2,53x_3 = -0,45. \end{cases}$
21	$\begin{cases} 3,14x_1 - 2,12x_2 + 1,17x_3 = 1,27; \\ -2,12x_1 + 1,32x_2 - 2,45x_3 = 2,13; \\ 1,17x_1 + 2,45x_2 + 1,18x_3 = 3,14. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 1,65x_1 - 1,76x_2 + 0,77x_3 = 2,15; \\ -1,76x_1 + 1,04x_2 - 2,61x_3 = 0,82; \\ 0,77x_1 - 2,61x_2 - 3,18x_3 = -0,73. \end{cases}$
22	$\begin{cases} 1,65x_1 - 2,27x_2 + 0,18x_3 = 2,25; \\ -2,27x_1 + 1,73x_2 - 0,46x_3 = 0,93; \\ 0,18x_1 - 0,46x_2 + 2,16x_3 = 1,33. \end{cases}$	31	$\begin{cases} 2,56x_1 + 0,67x_2 - 1,78x_3 = 1,14; \\ 0,67x_1 - 2,67x_2 + 1,35x_3 = 0,66; \\ -1,78x_1 + 1,35x_2 - 0,55x_3 = 1,72. \end{cases}$
23	$\begin{cases} 0,93x_1 + 1,42x_2 - 2,55x_3 = 2,48; \\ 1,42x_1 - 2,87x_2 + 2,36x_3 = -0,75; \\ -2,55x_1 + 2,36x_2 - 1,44x_3 = 1,83. \end{cases}$	32	$\begin{cases} 1,54x_1 - 0,75x_2 + 1,36x_3 = 2,45; \\ -0,75x_1 + 0,87x_2 - 0,79x_3 = 1,07; \\ 1,36x_1 - 0,79x_2 + 0,64x_3 = 0,54. \end{cases}$
24	$\begin{cases} 0,53x_1 - 0,75x_2 + 1,83x_3 = 0,68; \\ -0,75x_1 + 0,68x_2 - 1,19x_3 = 0,95; \\ 1,83x_1 - 1,19x_2 + 2,15x_3 = 1,27. \end{cases}$	33	$\begin{cases} 3,23x_1 + 1,62x_2 + 0,65x_3 = 1,28; \\ 1,62x_1 - 2,33x_2 - 1,43x_3 = 0,87; \\ 0,65x_1 - 1,43x_2 + 2,18x_3 = -2,87. \end{cases}$
25	$\begin{cases} 2,44x_1 - 1,16x_2 + 0,83x_3 = 0,65; \\ -1,16x_1 - 3,45x_2 + 0,57x_3 = 1,88; \\ 0,83x_1 + 0,57x_2 - 1,71x_3 = 0,74. \end{cases}$	34	$\begin{cases} 2,45x_1 + 1,75x_2 - 3,24x_3 = 1,23; \\ 1,75x_1 - 1,16x_2 + 2,18x_3 = 3,43; \\ -3,24x_1 + 2,18x_2 - 1,85x_3 = -0,16. \end{cases}$
26	$\begin{cases} 1,42x_1 - 2,15x_2 + 1,07x_3 = 2,48; \\ -2,15x_1 + 0,76x_2 - 2,18x_3 = 1,15; \\ 1,07x_1 - 2,18x_2 + 1,23x_3 = 0,88. \end{cases}$	35	$\begin{cases} 0,64x_1 + 1,05x_2 - 2,93x_3 = 1,18; \\ -1,05x_1 - 1,41x_2 + 0,16x_3 = -0,27; \\ -2,93x_1 + 0,16x_2 - 1,51x_3 = 0,72. \end{cases}$
27	$\begin{cases} 0,63x_1 + 1,00x_2 + 0,71x_3 = 2,08; \\ 1,17x_1 + 0,18x_2 - 0,65x_3 = 0,17; \\ 2,71x_1 - 0,75x_2 + 1,17x_3 = 1,28. \end{cases}$	36	$\begin{cases} 1,17x_1 + 2,23x_2 - 0,77x_3 = 0,11; \\ 2,23x_1 - 0,81x_2 + 1,72x_3 = 1,88; \\ -0,77x_1 + 1,72x_2 - 0,65x_3 = 0,57. \end{cases}$

№	Система рівнянь	№	Система рівнянь
37	$\begin{cases} 0,64x_1 - 0,83x_2 + 4,20x_3 = 2,23; \\ 0,58x_1 - 0,83x_2 + 1,43x_3 = 1,71; \\ 0,86x_1 + 0,77x_2 + 0,88x_3 = -0,54. \end{cases}$	39	$\begin{cases} 1,73x_1 - 0,83x_2 + 1,82x_3 = 0,36; \\ 0,27x_1 + 0,53x_2 - 0,64x_3 = 1,23; \\ 0,56x_1 - 0,48x_2 + 1,95x_3 = -0,76. \end{cases}$
38	$\begin{cases} 1,06x_1 + 0,34x_2 + 1,26x_3 = 1,17; \\ 2,54x_1 - 1,16x_2 + 0,55x_3 = 2,23; \\ 1,34x_1 - 0,47x_2 - 0,83x_3 = 3,26. \end{cases}$	40	$\begin{cases} 1,24x_1 + 0,62x_2 - 0,95x_3 = 1,43; \\ 2,15x_1 - 1,18x_2 + 0,57x_3 = 2,43; \\ 1,72x_1 - 0,83x_2 + 1,57x_3 = 3,88. \end{cases}$

Задана точність розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь ε для всіх варіантів дорівнює 0,0001 .

ЗМІСТ ЗВІТУ

- 1 Сутність методів
- 2 Блок-схеми алгоритмів
- 3 Ідентифікація змінних
- 4 Програми розрахунку на мові Pascal ABC
- 5 Вихідні дані
- 6 Результати розрахунку
- 7 Аналіз результатів

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. В чому полягає сутність методу Гауса-Зейделя розв'язання СЛАР?
2. В чому полягає сутність методу простої ітерації розв'язання СЛАР?
3. В чому полягають переваги і недоліки методу Гауса-Зейделя розв'язання СЛАР?
4. В чому полягають переваги і недоліки методу простої ітерації розв'язання СЛАР?
5. В чому полягають розбіжності між методами Гауса-Зейделя і простої ітерації?
6. Який метод Гауса-Зейделя чи простої ітерації має меншу кількість ітерацій для переважної кількості функцій, чим це можна пояснити?
7. Яка умова припинення або продовження ітераційного процесу?
8. В чому полягає достатня умова збіжності ітераційного процесу?
9. Для чого в алгоритм вводиться лічильник кількості ітерацій і максимальне значення кількості ітерацій?

Література: [1], [2], [3], [4], [5]

Лабораторна робота № 2

ЛІНІЙНА І КВАДРАТИЧНА ІНТЕРПОЛЯЦІЇ

Мета роботи - вивчення чисельних методів лінійної і квадратичної інтерполяції.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Лінійна інтерполяція

Лінійна інтерполяція – це вид локальної інтерполяції, що є найпростішим і найбільш використовуваним на практиці для обчислень.

Сутність лінійної інтерполяції полягає в тому, що кожні дві сусідні точки вихідної табличної функції з'єднуються відрізками. Тобто вихідна таблична функція $y = f(x)$ апроксимується ломаною лінією з вершинами в цих точках (рис. 2.1).

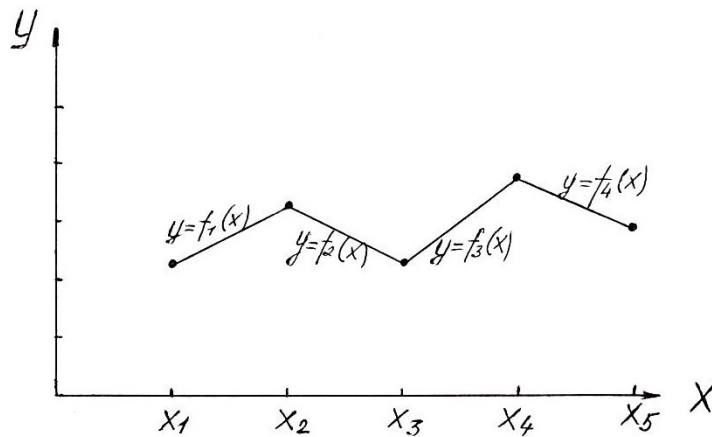


Рисунок 2.1 – Лінійна інтерполяція

Для кожного відрізка $[x_{i-1}; x_i]$ в якості інтерполяційного багаточлена використовується рівняння прямої, що проходить через дві точки.

Напишемо рівняння прямої, що проходить через дві точки $(x_{i-1}; y_{i-1})$ і $(x_i; y_i)$ (див. рис. 2.2), для чого розглянемо подібність двох трикутників AOD і ABC:

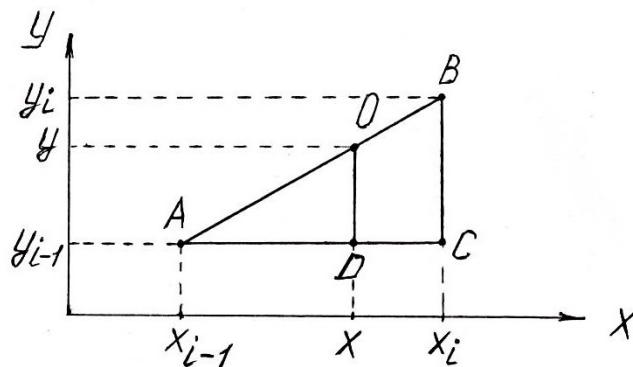


Рисунок 2.2 – Пряма лінія, що проходить через дві точки A і B

$$\frac{|OD|}{|BC|} = \frac{|AD|}{|AC|},$$

тоді

$$\frac{y-y_{i-1}}{y_i-y_{i-1}} = \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}}. \quad (2.1)$$

Рівняння прямої лінії для i -того відрізка має загальний вигляд:

$$y = a_i x + b_i.$$

Приведемо рівняння 2.1 до цього вигляду:

$$y = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot (x - x_{i-1}) + y_{i-1};$$

$$y = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot x - \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot x_{i-1} + y_{i-1}.$$

Тоді: $a_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, \quad b_i = y_{i-1} - \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot x_{i-1} = y_{i-1} - a_i \cdot x_{i-1}.$

Таким чином, при використанні лінійної інтерполяції необхідно спочатку визначити відрізок $[x_{i-1}; x_i]$, в який попадає розрахункова точка x . Потім треба підставити значення x у рівняння апроксимуючої прямої лінії для цього відрізка $y = a_i x + b_i$ і розрахувати приблизне значення функції.

Квадратична інтерполяція

Квадратична інтерполяція – це вид локальної інтерполяції, при якій вся множина точок вихідної табличної функції $y = f(x)$ розбивається на групи по три точки, причому кінцева точка кожної поточної групи є одночасно початковою точкою наступної групи. Три точки в кожній групі інтерполюють квадратним тричленом $y = a_i x^2 + b_i x + c_i$, тобто через три точки проводять параболу (рис. 2.3).

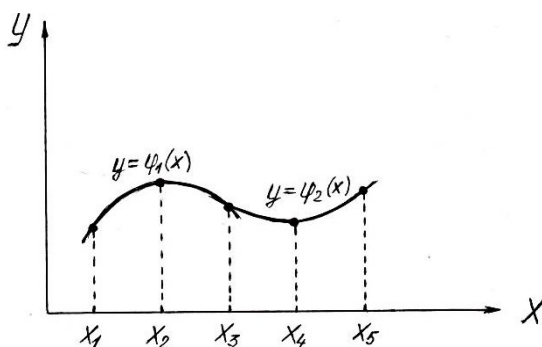


Рисунок 2.3 – Квадратична інтерполяція

Кожна парабола повинна проходити через три точки $(x_{i-1}; y_{i-1})$, $(x_i; y_i)$ і $(x_{i+1}; y_{i+1})$, де $x_{i-1} \leq x_i \leq x_{i+1}$. Тобто повинна виконуватись наступна система рівнянь:

$$\begin{cases} a_i x_{i-1}^2 + b_i x_{i-1} + c_i = y_{i-1}; \\ a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i = y_i; \\ a_i x_{i+1}^2 + b_i x_{i+1} + c_i = y_{i+1}. \end{cases}$$

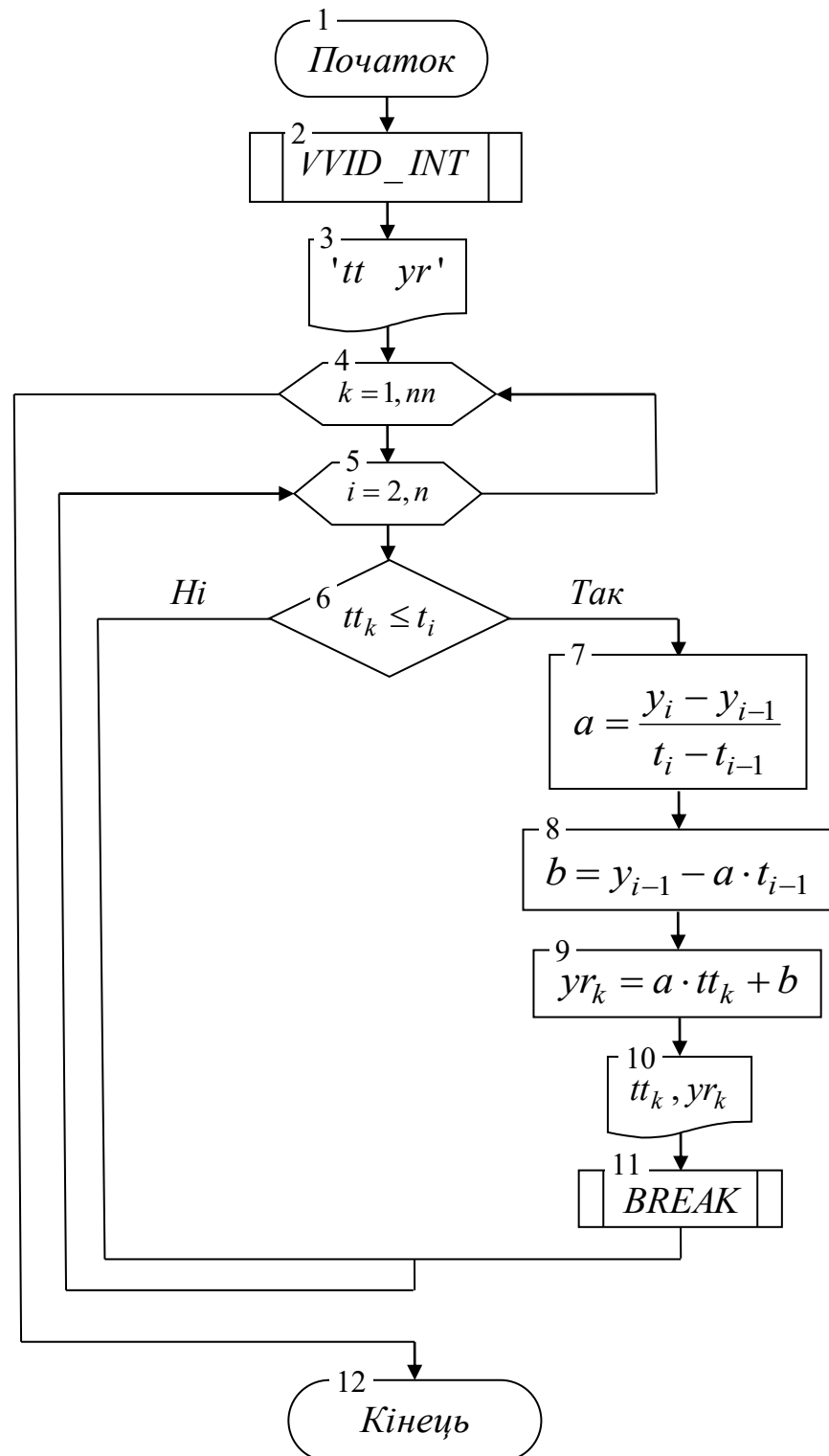
Розв'язавши цю систему рівнянь, можна знайти коефіцієнти квадратного тричлена a_i, b_i, c_i . Ця система є система лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язати її ми можемо, наприклад, методом Гауса.

При використанні квадратичної інтерполяції необхідно спочатку визначити відрізок $[x_j; x_{j+2}]$ ($1 \leq j \leq n-2$; n – кількість точок вихідної табличної функції), в який попадає розрахункова точка x . Потім треба підставити значення x у рівняння апроксимуючої параболи для цього відрізка $y = a_i x^2 + b_i x + c_i$ і розрахувати приблизне значення функції.

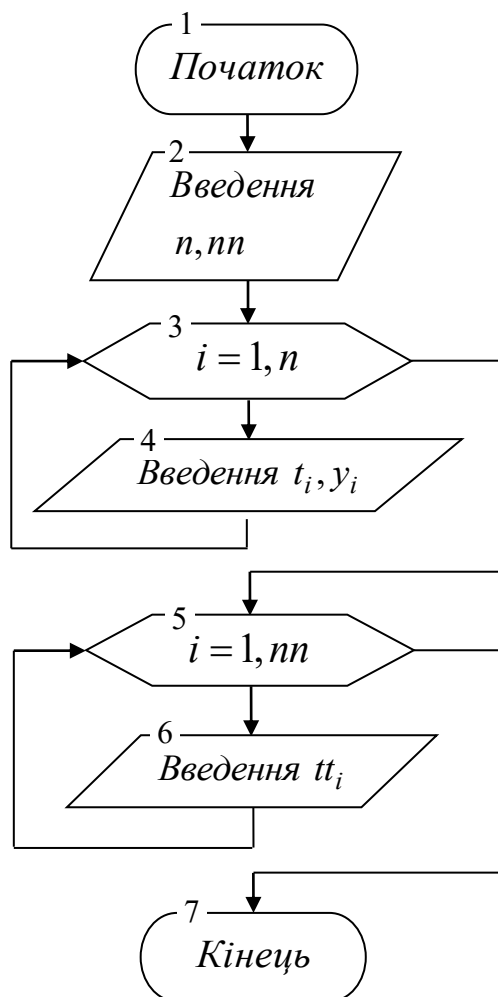
БЛОК-СХЕМИ АЛГОРИТМІВ

Блок-схема алгоритму лінійної інтерполяції

Блок-схема основної програми

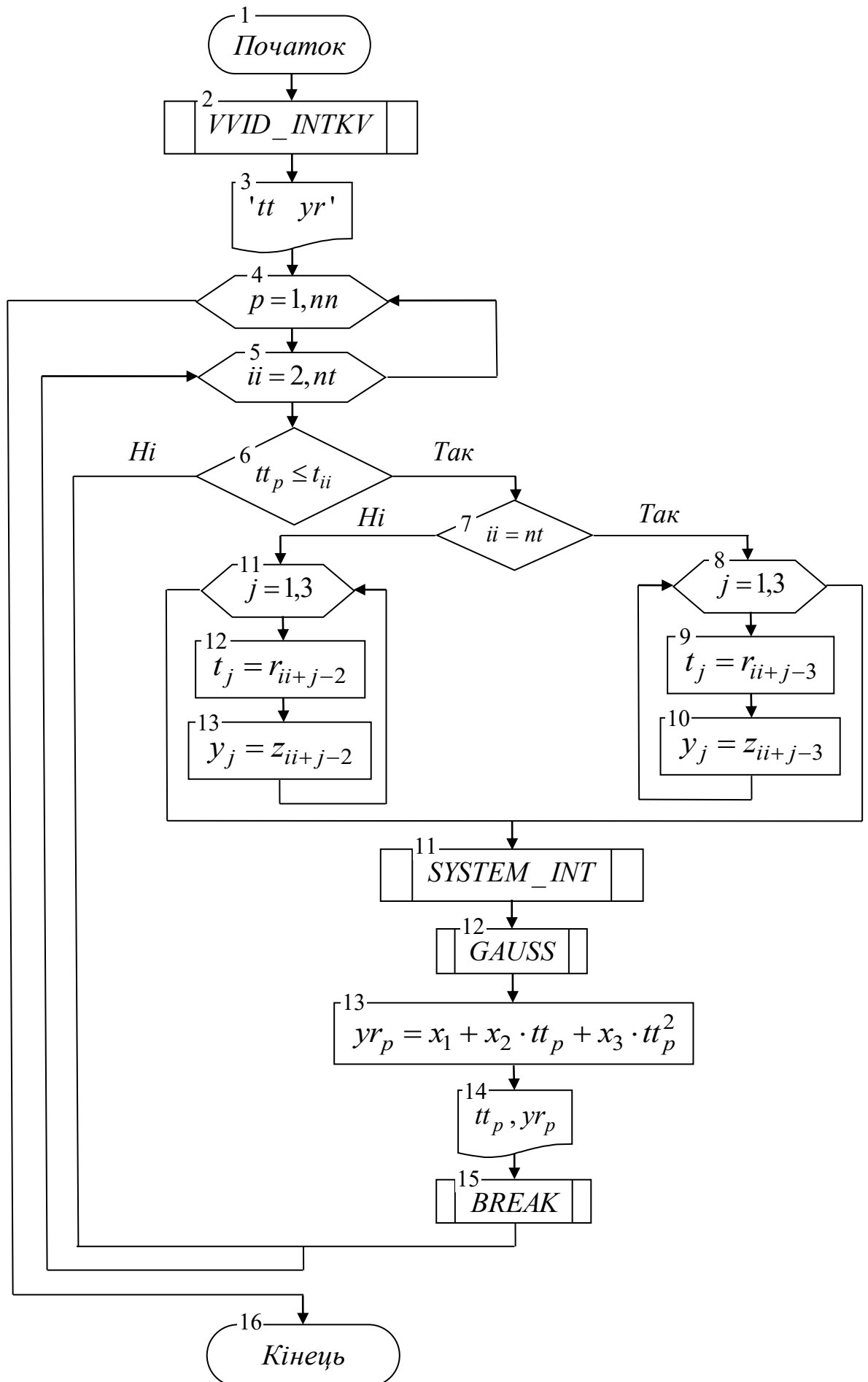


Блок-схема процедури *VVID_INT*

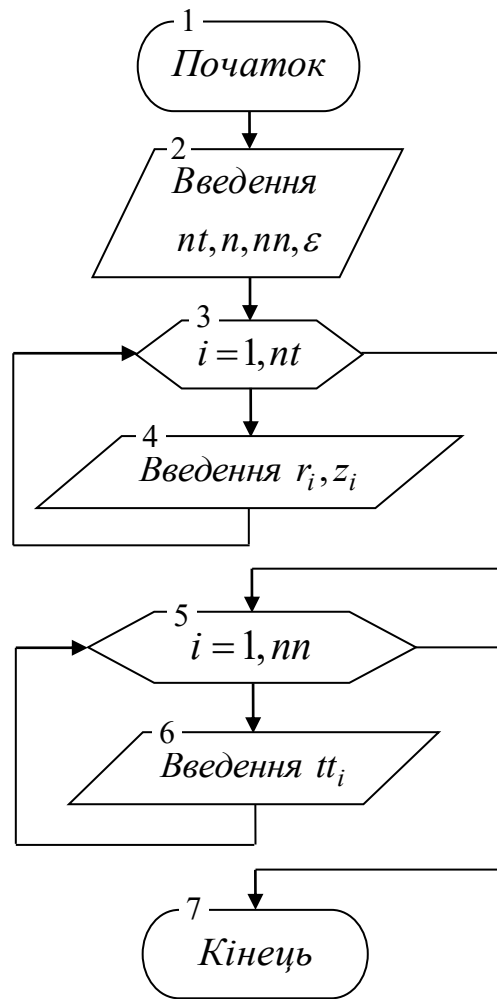


Блок-схема алгоритму квадратичної інтерполяції

Блок-схема основної програми



Блок-схема процедури *VVID_INTKV*



ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЗМІННИХ

В таблиці 2.1 приведена ідентифікація глобальних змінних алгоритму лінійної інтерполяції.

Таблиця 2.1 - Ідентифікація глобальних змінних алгоритму лінійної інтерполяції

Ім'я змінної в блок-схемі	Математичний сенс змінної
n	Кількість вузлів інтерполяції
nn	Кількість розрахункових точок
t	Вектор аргументів заданої табличної функції
y	Вектор значень заданої табличної функції
tt	Вектор розрахункових точок
yr	Вектор значень лінійної інтерполяції в розрахункових точках
i	Параметр циклу
k	Параметр циклу
a	Коефіцієнт при невідомому в рівнянні прямої лінії
b	Вільний член в рівнянні прямої лінії

В таблиці 2.2 приведена ідентифікація глобальних змінних алгоритму квадратичної інтерполяції.

Таблиця 2.2 - Ідентифікація глобальних змінних алгоритму квадратичної інтерполяції

Ім'я змінної в блок-схемі	Математичний сенс змінної
1	2
nt	Кількість вузлів інтерполяції
nn	Кількість розрахункових точок

Продовження таблиці 2.2

1	2
r	Вектор аргументів заданої табличної функції
z	Вектор значень заданої табличної функції
tt	Вектор розрахункових точок
yr	Вектор значень квадратичної інтерполяції в розрахункових точках
ε	Задана точність розв'язання системи рівнянь
p	Добуток
a	Сформована розширена матриця коефіцієнтів системи рівнянь
d	Копія сформованої розширеної матриці коефіцієнтів системи рівнянь
$flag$	Змінна, що сигналізує: вироджена чи невироджена система рівнянь
$flag1$	Змінна, яка сигналізує: розв'язана система рівнянь з заданою точністю чи ні
c	Тимчасове сховище значення коефіцієнта
m	Множник
x	Вектор коефіцієнтів ступеневого багаточлена (рішень системи)
s	Сума доданків
br	Вектор розрахованих вільних членів системи рівнянь
i	Параметр циклу
j	Параметр циклу
k	Параметр циклу
l	Параметр циклу
p	Параметр циклу
ii	Параметр циклу
n	Кількість рівнянь в СЛАР
t	Вектор аргументів табличної функції в вибраній групі з трьох точок
y	Вектор значень табличної функції в вибраній групі з трьох точок

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Задана таблична функція, що складається з п'яти точок. Необхідно провести лінійну і квадратичну інтерполяцію в чотирьох розрахункових точках, які вибрати самостійно між вузлами інтерполяції. Отримані результати проаналізувати, порівнявши два види локальної інтерполяції.

Для виконання завдання потрібно за заданими алгоритмами скласти дві програми лінійної і квадратичної інтерполяції на мові програмування Pascal ABC, після чого провести розрахунки.

ВАРІАНТИ

Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,43	1,6359	0,02	1,0231	0,35	2,7395	0,41	2,5741
0,48	1,7323	0,08	1,0959	0,41	2,3008	0,46	2,3251
0,55	1,8768	0,12	1,1472	0,47	1,9686	0,52	2,0933
0,62	2,0334	0,17	1,2148	0,51	1,7877	0,60	1,8620
0,70	2,2284	0,23	1,3012	0,56	1,5950	0,65	1,7492
Варіант 5		Варіант 6		Варіант 7		Варіант 8	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,68	0,8086	0,11	9,0542	0,05	0,0501	1,375	5,0419
0,73	0,8949	0,15	6,6166	0,10	0,1003	1,380	5,1774
0,80	1,0296	0,21	4,6917	0,17	0,1717	1,385	5,3202
0,88	1,2097	0,29	3,3511	0,25	0,2553	1,390	5,4707
0,93	1,3408	0,35	2,7395	0,30	0,3093	1,395	5,6297
Варіант 9		Варіант 10		Варіант 11		Варіант 12	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,115	8,6573	0,150	6,6166	0,180	5,6154	0,210	4,8317
0,120	8,2933	0,155	6,3999	0,185	5,4669	0,215	4,7226
0,125	7,9583	0,160	6,1966	0,190	5,3263	0,220	4,6186
0,130	7,6489	0,165	6,0055	0,195	5,1930	0,225	4,5192
0,135	7,3624	0,170	5,8256	0,200	5,0665	0,230	4,4242

Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16	
t	y	t	y	t	y	t	y
1,415	0,8886	0,101	1,2618	2,140	1,4179	0,140	0,2121
1,420	0,8896	0,106	1,2764	2,145	1,4258	0,145	0,2165
1,425	0,8906	0,111	1,2912	2,150	1,4396	0,150	0,2232
1,430	0,8917	0,116	1,3213	2,155	1,4236	0,155	0,2263
1,435	0,8927	0,121	1,3266	2,160	1,4315	0,160	0,2244
Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,703	2,8010	2,715	0,8886	0,131	1,3521	0,55	0,5770
0,653	2,9446	2,720	0,8896	0,136	1,3677	0,60	0,5488
0,603	3,1899	2,725	0,8906	0,141	1,3836	0,65	0,5220
0,553	3,4212	2,730	0,8917	0,146	1,3996	0,70	0,4966
0,503	3,5254	2,735	0,8927	0,151	1,4158	0,75	0,4722
Вариант 21		Вариант 22		Вариант 23		Вариант 24	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,180	5,6154	3,11	2,1154	4,05	1,0501	0,36	6,1965
0,185	5,4669	3,15	4,8133	4,10	2,1003	0,37	6,0055
0,190	5,3263	3,21	6,5982	4,17	3,1717	0,38	5,8256
0,195	5,1930	3,29	8,4747	4,25	4,2553	0,39	5,6558
0,200	5,0665	3,35	10,4473	4,30	5,3093	0,40	5,4954
Вариант 25		Вариант 26		Вариант 27		Вариант 28	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,915	6,1970	0,21	8,1658	1,215	0,1060	0,52	13,9484
0,920	6,4002	0,22	9,0243	1,220	0,1133	0,53	12,5509
0,925	6,6167	0,23	9,9739	1,225	0,1197	0,54	10,9934
0,930	6,8482	0,24	11,0155	1,230	0,1253	0,55	9,2649
0,935	7,0961	0,25	12,1825	1,235	0,1303	0,56	7,3513

Вариант 29		Вариант 30		Вариант 31		Вариант 32	
t	y	t	y	t	y	t	y
1,298	3,2556	0,593	1,5320	2,698	2,2233	0,100	3,1213
1,303	3,1763	0,598	1,5356	2,706	2,2438	0,108	3,1316
1,310	3,1218	0,605	1,5406	2,714	2,2645	0,119	3,1459
1,317	3,0481	0,613	1,5462	2,727	2,2984	0,127	3,1565
1,323	2,9875	0,619	1,5504	2,736	2,3221	0,135	3,1671
Вариант 33		Вариант 34		Вариант 35		Вариант 36	
t	y	t	y	t	y	t	y
0,265	1,2354	0,107	2,3514	4,215	2,2134	0,42	2,0128
0,280	1,2493	0,110	2,4281	4,220	2,1969	0,43	2,0334
0,295	1,2633	0,112	2,4825	4,225	2,1819	0,44	2,0607
0,310	1,2680	0,116	2,6003	4,230	2,1671	0,45	2,0791
0,325	1,2726	0,120	2,7320	4,235	2,1565	0,46	2,1072
Вариант 37		Вариант 38		Вариант 39		Вариант 40	
t	y	t	y	t	y	t	y
1,50	15,132	1,80	69,550	2,527	22,818	0,675	9,5618
1,55	17,422	1,85	64,817	2,528	23,352	0,677	9,4703
1,60	20,393	1,90	59,653	2,529	23,911	0,679	9,3804
1,65	23,994	1,95	54,225	2,530	24,498	0,681	9,2923
1,70	28,160	2,00	48,689	2,531	25,115	0,683	9,2057

Задана точність розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь ε для всіх варіантів дорівнює 0,0001 .

ЗМІСТ ЗВІТУ

- 1 Сутність методів
- 2 Блок-схеми алгоритмів
- 3 Ідентифікація змінних
- 4 Програми розрахунку на мові Pascal ABC
- 5 Вихідні дані
- 6 Результати розрахунку
- 7 Аналіз результатів

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. В чому полягає сутність лінійної інтерполяції?
2. В чому полягає сутність квадратичної інтерполяції?
3. В чому полягають переваги і недоліки лінійної інтерполяції?
4. В чому полягають переваги і недоліки квадратичної інтерполяції?
5. Якою лінією замінюється вихідна функція при лінійній інтерполяції?
6. Якими лініями замінюється вихідна функція при квадратичній інтерполяції?
7. Систему з кількох рівнянь треба розв'язати, щоб знайти коефіцієнти квадратного тричлена, якого виду ця система, якими методами можна її розв'язати?

Література: [1], [2], [3], [4]

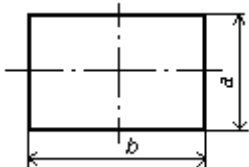
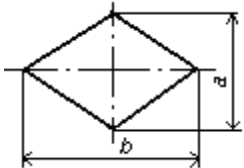
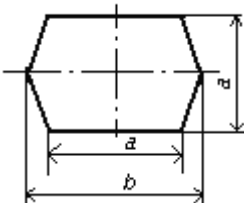
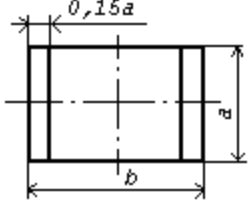
ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

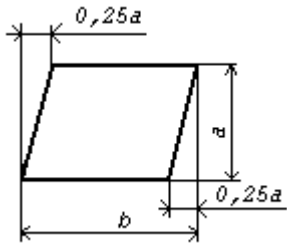
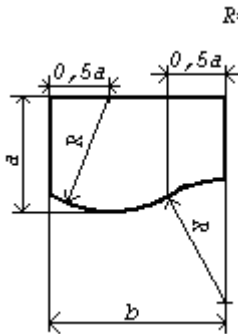
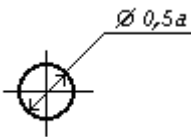
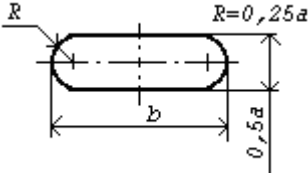
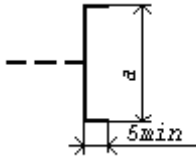
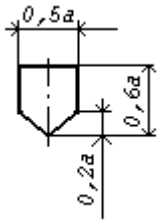
1. Брановицька С.В., Медведєв Р.Б., Фіалков Ю.Я. Обчислювальна математика та програмування: Обчислювальна математика в хімії і хімічній технології. – К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», ТОВ «Фірма «Періодика», 2004. – 220 с.
2. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языке Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: м.п. “Раско”, 1993. – 272 с.
3. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304 с.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
5. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л. Вычислительная математика. – М.: Высш. школа, 1985. – 472 с.

ДОДАТОК А

ПЕРЕЛІК, НАЙМЕНУВАННЯ І ПОЗНАЧЕННЯ СИМВОЛІВ І ФУНКЦІЙ, ЯКІ ВОНИ ВІДОБРАЖАЮТЬ

Перелік, найменування, позначення і розміри основних обов'язкових і рекомендованих символів і функцій, які вони відображають в алгоритмі і програмі обробки даних, повинні відповідати вказаним в таблиці.

Найменування	Позначення і розміри в мм	Функція
1	2	3
1. Процес		Виконання операцій або груп операцій, в результаті яких змінюється значення, форма представлення або розташування даних
2. Рішення		Вибір напрямку виконання алгоритму або програми в залежності від деяких змінних умов
3. Модифікація		Виконання операцій, які змінюють команди або групу команд, що змінюють програму
4. Зумовлений процес		Використання раніше створених і окремо описаних алгоритмів або програм

1	2	3
5. Введення-виведення		Перетворення даних в форму, яка придатна для обробки (введення) або відображення результатів обробки (виведення)
6. Документ		Введення-виведення даних, носієм яких є папір
7. Лінія потоку		Вказівка послідовності між символами
8. З'єднувач		Вказівка зв'язку між перерваними лініями потоку, які зв'язують символи
9. Пуск - зупинка		Початок, кінець, переривання процесу обробки даних або виконання програми
10. Коментар		Зв'язок між елементом схеми і поясненням
11. Міжсторінковий з'єднувач		Вказівка зв'язку між роз'єднаними частинами схем алгоритмів і програм, розташованих на різних листах

Розмір a повинен вибиратися з ряду 10, 15, 20 мм. Допускається збільшувати розмір a на число, кратне 5. Розмір b дорівнює $1,5a$. При ручному виконанні схем алгоритмів і програм допускається встановлювати b рівним $2a$.