МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙУНІВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА УПРАВЛІННЯ І ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОЇ БЕЗПЕКИ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ

з навчальної дисципліни

«ЛОГІСТИКА»

для студентів ОС «Бакалавр» всіх форм навчання

галузі знань 07 «Управління та адміністрування»

Дрогобич, 2025

УДК 658.8:005.511 (072)

Методичні рекомендації до виконання індивідуальної роботи з навчальної дисципліни «Логістика» для студентів ОС «Бакалавр» всіх форм навчання галузі знань 07 «Управління та адміністрування» / уклад. О. В. Мізіна. – Дрогобич : ДонНТУ, 2025. – 18 с.

Методичні рекомендації спрямовано на підтримку студентам для виконання індивідуальної розрахункової роботи з навчальної дисципліни. Містять методику та приклад виконання розрахунків.

Укладач: _____Олена МІЗІНА, доц. кафедри УФЕБ, к.е.н, доц.
(підпис)

Рецензенти: _____Олена ЛИЗУНОВА, проф. кафедри УФЕБ, д.е.н, проф.
(підпис)

Відповідальний за випуск: _____Ольга ПОПОВА, завідувач кафедри УФЕБ

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,
протокол № 3 від 28.01.2025

Розглянуто на засіданні кафедри _УФЕБ_,
протокол № 7 від 14.01.2025

© ДонНТУ, 2025 рік

ЗМІСТ

С.

ВСТУП 4

……..

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ …… 5

2 ВИХІДНІ ДАНІ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ …….. 7

3 ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАВДАННЯ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ …… 9

4 ОФОРМЛЕННЯ РОБОТИ ТА ЇЇ ОЦІНЮВАННЯ …… 16

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ …….. 17

Додаток А. Зразок оформлення титульного аркуша …….. 18

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Логістика» є однією з важливих в процесі формування актуальних професійних знань при підготовці фахівців галузі знань 07 Управління та адміністрування.

При вивченні дисципліни розкриваються цілі та завдання логістичної діяльності, сучасні тенденції її розвитку, розглядаються практичні питання визначення потреб в матеріальних ресурсах, управління запасами, виробничої та розподільчої логістики, визначення площ складських приміщень та інше.

Одним із важливих завдань логістики є дослідження питань планування транспортних перевезень. Актуальність цього завдання обумовлена тим, що транспортна логістика відіграє ключову роль у логістичних операціях в русі матеріального потоку від постачальника до споживача.

Транспортування товарів потребує значних логістичних витрат, що залежать від відстані, схеми перевезення та інших факторів.

Завдання вибору найкращого варіанта доставки товарів від пунктів виробництва до пунктів споживання з урахуванням усіх реальних можливостей називають транспортною задачею. Використання її розрахунків зазвичай знижує транспортні витрати на 10–30 %.

Існують різні методи рішення завдання мінімізації вартості перевезень товару від пунктів виробництва до пунктів споживання. Виконання індивідуальної роботи спрямовано на отримання навичок відповідних розрахунків за алгоритмом одного з них, а саме – методу північно-західного кута. Це допомагає в формуванні необхідних компетентностей та сприяє поглибленню знань студентів.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Для розуміння алгоритму проведення подальших розрахунків попередньо необхідно розглянути математичну модель транспортної задачі.

Нехай в пунктах $A_1, A_2, \ldots, A_m$ зберігається або виробляється деякий однорідний продукт відповідно в кількостях $a_1, a_2, \ldots, a_m$ одиниць. Цей продукт використовується або споживається в пунктах $B_1, B_2, \ldots, B_n$ в об'ємах, відповідно, $b_1, b_2, \ldots, b_n$ одиниць. Транспортування продукту можливе з кожного пункту відправки Ai в кожний пункт призначення Bj.

Математична модель транспортної задачі має вигляд:

$$\min F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

при умовах:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1,m}) \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1,n}) \tag{3}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}),$$

Задача вирішується в декілька етапів. Спочатку будується перший опорний план, а надалі проводиться його покращення (оптимізація) шляхом складання двоїстої задачі

Двоїстість, або принцип подвійності, - принцип, за яким завдання оптимізації можна розглядати з двох точок зору, як пряму задачу або двоїсту задачу. Рішення двоїстої задачі дає нижню межу прямої задачі (при мінімізації).

Коефіцієнти при змінних в функції цілі прямої задачі є вільними членами системи обмежень двоїстої задачі, і навпаки, вільні члени системи обмежень прямої задачі - коефіцієнтами при змінних в функції мети двоїстої задачі.

З метою складання двоїстої задачі змінні x_{ij} в умові (2) замінимо на $u_1, u_2, u_i, .., u_m$, а змінні x_{ij} в умови (3) на $v_1, v_2, v_j, .., v_n$.

Оскільки кожна змінна x_{ij} входить в умови (2,3) і цільову функцію (1) по одному разу, то двоїсту задачу по відношенню до прямої транспортної задачі можна сформулювати наступним чином.

Потрібно знайти не негативні числа u_i (при i = 1,2, ..., m) і v_j (при j = 1,2, .., n), що звертають в максимум цільову функцію:

$$G = \Sigma a_i u_i + \Sigma b_j v_j$$

за умови:

$$u_i + v_j \le c_{ij}, \qquad i = 1,2, .., m; \qquad j = 1,2, .., n \qquad (4)$$

У системі умов (4) буде mxn нерівностей. За теорією двоїстості для оптимальних планів прямої та двоїстої задачі для всіх i, j має бути:

$$\boldsymbol{u_i + v_j \le c_{ij}}, \text{ якщо } \boldsymbol{x_{ij} = 0},$$
$$\boldsymbol{u_i + v_j = c_{ij}}, \text{ якщо } \boldsymbol{x_{ij} \ge 0},$$

Теорема (Умова оптимальності опорного плану транспортної задачі).

Якщо для деякого опорного плану $\boldsymbol{X^* = (x_{ij}^*)}$ існують числа u_i та v_j, для яких виконуються умови:

$$\boldsymbol{u_i + v_j = c_{ij}}, \boldsymbol{x_{ij} > 0},$$
$$\boldsymbol{u_i + v_j \le c_{ij}}, \boldsymbol{x_{ij} = 0},$$

для всіх $i = \overline{1,m}$ та $j = \overline{1,n}$, то він є оптимальним планом транспортної задачі.

Ці умови є необхідними і достатніми ознаками оптимальності плану транспортної задачі.

Числа u_i, v_j називаються потенціалами. Причому число $\boldsymbol{u_i}$ називається потенціалом постачальника, а число $\boldsymbol{v_j}$ - потенціалом споживача.

За першою теоремою двоїстості в оптимальному рішенні значення цільових функцій прямої і двоїстих задач збігаються: $\boldsymbol{F = G}$.

2 ВИХІДНІ ДАНІ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Умовами завдання розглядаються варіанти розміщення (див. табл. 1) на складах А і В відповідної кількості вантажу. Необхідно спланувати перевезення споживачам (С, Д, Е) таким чином, щоб кожен з них отримав передбачену кількість вантажу й при цьому витрати на перевезення склали мінімальну величину.

Дані щодо обсягу вантажу та вартості перевезення за його одиницю надано в табл. 1

Таблиця 1 – Вихідні дані

Варіант	Кількість вантажу, т					Вартість перевезення одиниці вантажу, грн.					
	А	В	С	Д	Е	А-С	А-Д	А-Е	В-С	В-Д	В-Е
1	50	50	20	40	40	3	2	4	5	3	6
2	80	50	50	50	30	2	3	1	4	8	2
3	50	50	20	40	40	1	4	2	3	4	2
4	70	80	60	50	40	5	2	4	3	6	1
5	100	50	50	80	20	2	4	8	4	1	6
6	60	40	30	40	30	1	4	2	1	5	2
7	50	50	20	40	40	3	2	1	8	5	6
8	100	50	50	80	20	2	3	1	4	6	2
9	80	50	50	50	30	2	4	8	4	1	6
10	80	50	50	50	30	5	2	4	3	6	1

Необхідно:

а) описати задачу за допомогою відповідної системи рівнянь,

б) сформувати цільову функцію, значення якої мінімізується,

в) з використанням методу «південно-західного кута» знайти оптимальне рішення

Приклад першого опорного рішення (початкової матриці) для наступного (умовного) варіанту надано на рис. 1

Ва-ріант	Кількість вантажу, т					Вартість перевезення одиниці вантажу, грн.					
	А	В	С	Д	Е	А-С	А-Д	А-Е	В-С	В-Д	В-Е
умовно	50	40	30	20	40	3	2	1	3	5	6

Склади	Споживачі			
	С	Д	Е	
А	x_{11} 3	x_{12} 2	x_{13} 1	50
В	x_{21} 3	x_{22} 5	x_{23} 6	40
	30	20	40	

Рисунок 1 – Перше опорне рішення

Змістовно транспортна задача полягає у відшуканні найбільш дешевого плану перевезень деякого однорідного продукту з пунктів із заданими запасами цього продукту у пункти з відомими потребами у ньому за умови, що перевезення продукту можливе з кожного пункту зберігання у кожний пункт використання та відома вартість перевезення одиниці продукту за кожним таким маршрутом.

3 ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАВДАННЯ ЩОДО ПЛАНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Приклад вирішення завдання проведемо за наступними вихідними даними

Таблиця 1 – Вихідні дані

Ва-ріант	Кількість вантажу, т					Вартість перевезення одиниці вантажу, грн.					
	А	В	С	Д	Е	А-С	А-Д	А-Е	В-С	В-Д	В-Е
№..	90	50	50	70	20	3	4	5	1	2	6

Вихідні дані слід надати у вигляді матриці:

Склади	Споживачі			
	С	Д	Е	
А	3 x_{11}	4 x_{12}	5 x_{13}	90
В	1 x_{21}	2 x_{22}	6 x_{23}	50
	50	70	20	

Побудуємо економіко-математичну модель (ЕММ) нашої задачі, змінними якої є:

x_{11} - кількість вантажу з 1-го складу до 1-го споживача.

x_{12} - кількість вантажу з 1-го складу до 2-го споживача.

x_{13} - кількість вантажу з 1-го складу до 3-го споживача.

x_{21} - кількість вантажу з 2-го складу до 1-го споживача.

x_{22} - кількість вантажу з 2-го складу до 2-го споживача.

x_{23} - кількість вантажу з 2-го складу до 3-го споживача.

Обмеження по запасах складають:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 90$ (1 склад)

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 50$ (2 склад)

Обмеження потреб:

$x_{11} + x_{21} = 50$ (для 1-го споживача)

$x_{12} + x_{22} = 70$ (для 2-го споживача

$x_{13} + x_{23} = 20$ (для 3-го споживача)

Відповідно ЕММ має вигляд:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 90 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 50 \\ x_{11} + x_{21} = 50 \\ x_{12} + x_{22} = 70 \\ x_{13} + x_{23} = 20 \end{cases} \qquad x_{ij} \ge 0,\ i = 1,2,\ j = 1,2,3$$

Слід винайти мінімальне значення цільової функції:

$F(x) = 3x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13} + 1x_{21} + 2x_{22} + 6x_{23} \rightarrow min$

За методом північно-західного кута слід перевірити необхідну і достатню умову розв'язання задачі.

$\Sigma a = A + B = 90 + 50 = 140$

Σb = С+Д+Е = 50 + 70 + 20 = 140

Запаси дорівнюють потребам, відповідно умова балансу дотримується й модель транспортної задачі є закритою.

1 етап. Пошук першого опорного плану

а) Будуємо перший опорний план транспортної задачі.

Даний метод полягає в послідовному переборі рядків і стовпців транспортної таблиці, починаючи з лівого стовпчика і верхнього рядка, і виписуванні максимально можливих відвантажень у відповідні комірки таблиці так, щоб не були перевищені заявлені можливості постачальника або потреби споживача. Ціни доставки не враховуються, оскільки подальша оптимізація

відвантажень передбачається. Таким чином значення поставок будуть розташовані по діагоналі таблиці..

Спочатку, не враховуючи вартості перевезень, завжди задовольняють потреби першого споживача, використовуючи запаси першого постачальника.

У нашому прикладі (табл. 1.) потреби споживача *C* становлять 50, а запаси постачальника А - 90 одиниць (тобто із запасів першого постачальника можна повністю задовольнити потреби першого споживача).

Тобто, шуканий елемент дорівнює c_{11} = 3. Для цього елемента запаси рівні 90, потреби 50. Оскільки мінімальним є 50 (x_{11} = min (90,50) = 50) , то у комірку записуємо 50 (залишок запасів 90-50=40)

Потреби першого споживача повністю задоволені, і переходимо до задоволення потреб наступного (другого) споживача. Шуканий елемент дорівнює c_{12} = 4 (клітинка АД). Після задоволення потреб першого споживача залишок запасів першого постачальника 40, тобто для цього елемента запаси рівні 40, потреби 70. Оскільки мінімальним є 40, то у комірку записуємо 40 (x_{12} = min (40,70) = 40). Отже, від першого виробника другому споживачеві можна перевезти лише 40 одиниць продукції (залишок потреб 70-40=30)

Після цього, оскільки запаси першого постачальника повністю вичерпані, переходимо до використання запасів наступного постачальника Шуканий елемент дорівнює c_{22} = 4 (клітинка ВД). Для цього елемента запаси рівні 50, потреби 30. Оскільки мінімальним є 30, то у комірку записуємо 30 (x_{22} = min (50,30) = 30) (залишок запасів постачальника В - 70-40=30).

І так далі.

Опорне рішення (перше):

Склади	Споживачі			
	С	Д	Е	
А	3 50	4 40	5	90
В	1	2 30	6 20	50
	50	70	20	

Цей опорний план є допустимим, бо всі вантажі з баз вивезено, споживчі потреб задоволені, план відповідає системі обмежень задачі.

б). Щоб впевнитись щодо невиродженості опорного плану, слід підрахувати число зайнятих клітин таблиці, яких має бути

m + n - 1 = 4 (2 постачальника (m=2), 3 споживача (n=3)).

Число зайнятих клітин складає саме 4.

Розрахуємо значення цільової функції для цього опорного плану

$$F(x) = 3*50 + 4*40 + 2*30 + 6*20 = 490$$

де $x_{11} = 50$, $x_{12} = 40$, $x_{13} = 0$, $x_{21} = 0$, $x_{22} = 30$, $x_{23} = 20$

2 етап. Поліпшення опорного плану

Для перевірки оптимальності наведеного опорного плану використаємо математичну модель двоїстої задачі. Знайдемо попередні потенціали u_i, v_j по зайнятих клітинам таблиці, в яких $u_i + v_j = c_{ij}$, ***вважаючи, що*** $u_1 = 0$.

Система рівнянь зайнятих клітин:

$u_1 + v_1 = 3$;
$u_1 + v_2 = 4$;
$u_2 + v_2 = 2$;
$u_2 + v_3 = 6$;

$0 + v_1 = 3$; $v_1 = 3$
$0 + v_2 = 4$; $v_2 = 4$
$u_2 + 4 = 2$; $u_2 = -2$
$-2 + v_3 = 6$; $v_3 = 8$

Склади	Споживачі			
	$v_1=3$	$v_2=4$	$v_3=8$	
$u_1=0$	3: 50	4: 40	5:	90
$u_2 = -2$	1:	2: 30	6: 20	50
	50	70	20	

Цільова функція є оптимальною при виконанні умови:

$$\gamma_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j) \geq 0$$

В нашому випадку існують оцінки вільних клітин, для яких $u_i + v_j > c_{ij}$, а саме (1;3): $0 + 8 > 5$; відповідно $\gamma_{13} = 5 - (0 + 8) = -3 < 0$

Тобто, опорний план не є оптимальним

При цьому для іншої вільної клітини (2;1):

-2 + 3 = 1 , тобто відповідає умові (4) $u_i + v_j \leq c_{ij}$,

Від`ємним є значення γ_{13}, тому саме для даної клітини складають цикл перерахунку з метою отримання нового опорного рішення.

Максимальна оцінка вільної клітини (1; 3): 5

В перспективну клітку (1; 3) поставимо знак «+», а в інших вершинах багатокутника чередуємо знаки «-», «+», «-».

Склади	Споживачі 1	2	3	
1	3 50	4 40 [-]	5 [+]	90
2	1	2 30 [+]	6 20 [-]	50
	50	70	20	

Цикл має вигляд: 1,3 → 1,2 → 2,2 → 2,3.

З вантажів x_{ij} з «мінусових» клітинок, обираємо найменше, а саме:

min (2, 3) = 20.

Додаємо 20 до обсягів вантажів, що маємо в «плюсових» і віднімаємо 20 з обсягів вантажів (x_{ij}), що маємо в «мінусових» клітинах. В результаті побудовано новий опорний план.

Склади	Споживачі С	Д	Е	
A	3 50	4 20	5 20	90
B	1	2 50	6	50
	50	70	20	

Необхідно перевірити оптимальність нового опорного плану. Розрахуємо попередні потенціали u_i, v_j по ***зайнятих клітинам таблиці***, що мають $u_i + v_j = c_{ij}$, ***вважаючи, що*** $u_1 = 0$.

Система рівнянь для зайнятих клітин:

$u_1 + v_1 = 3;$
$u_1 + v_2 = 4;$
$u_1 + v_3 = 5;$
$u_2 + v_2 = 2;$

$0 + v_1 = 3; \quad v_1 = 3$
$0 + v_2 = 4; \quad v_2 = 4$
$0 + v_3 = 5; \quad v_3 = 5$
$u_2 + 4 = 2; \quad u_2 = -2$

Склади	Споживачі			
	$v_1=3$	$v_2=4$	$v_3=5$	
$u_1=0$	3: 50	4: 20	5: 20	90
$u_2 = -2$	1:	2: 50	6:	50
	50	70	20	

Всі оцінки вільних клітин відповідають вимогам, $u_i + v_j \leq c_{ij}$ тобто даний опорний план є оптимальним

Відповідно мінімальні витрати складають:

$$F(x) = 3 * 50 + 4 * 20 + 5 * 20 + 2 * 50 = 430$$

Слід перевірити оптимальність остаточного плану за першою теоремою подвійності (якщо рішення оптимальне, значення цільових функцій прямої і двоїстих задач збігаються: F = G)

$$G = \Sigma a_i u_i + \Sigma b_j v_j$$

$G = 0 \cdot 90 - 2 \cdot 50 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 70 + 5 \cdot 20 = 430$

Висновок.

Зі складу ***А*** необхідно вантаж направити до споживача ***С*** (50), до споживача ***Д*** (20), до споживача ***Е***(20)

Зі складу ***В*** необхідно весь вантаж направити до 2-го споживача, тобто ***Д.***

4 ОФОРМЛЕННЯ РОБОТИ ТА ЇЇ ОЦІНЮВАННЯ

Розрахункова робота повинна мати титульний лист (оформлення див. додаток А).

На наступних сторінках викладаються етапи роботи, згідно методики та прикладу, що наведено в попередніх розділах даних рекомендацій.

Робота має починатися з наведення вихідних даних для розрахунків за відповідним варіантом.

Оцінка відмінно виставляється за умов належного оформлення роботи, безпомилкового виконання розрахунків за всіма етапами роботи, наявності сформульованих висновків за підсумками розрахунків на всіх відповідних етапах роботи, в тому числі заключному.

Оцінка добре виставляється з урахуванням попередньо викладених умов, але при розрахунках мають місце незначні неточності.

Оцінка задовільно відповідає умовам виконання завдання при наявності значних помилок при виконанні ряду етапів та недотриманні вимог щодо оформлення роботи

Студент не допускається до семестрового контролю при відсутності позитивної оцінки індивідуальної розрахункової роботи.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Конспект лекцій з дисципліни «Логістика» для студентів ОС «Бакалавр» галузі знань 07 Управління та адміністрування, 05 Економіка денної та заочної форм навчання / уклад. О.В. Амельницька. – Покровськ : ДонНТУ, 2018. – 84 с.

2. Федорова В.О. Логістика: навч. посіб. / В.О. Федорова, В.В. Блага. − Харків: ФОП Бровін О.В., 2019. − 153 с.

Додаток А

Зразок титульної сторінки

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА УФЕБ

Індивідуальна розрахункова роботи

з дисципліни: «Логістика»

за темою: «Планування транспортних перевезень»

(за варіантом №…)

Виконана студентом _____ курсу
гр._____
_____
(П.І.Б.) (підпис)

Консультант:

_____
(прізвище, ім'я та по батькові)

_____
(підпис)

Дрогобич, 202_