

**ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»**  
Факультет машинобудування, електроінженерії та хімічних технологій  
**Кафедра електричної інженерії**

**«До захисту допущено»**  
Завідувач кафедри

О. КОЛЛАРОВ  
(ініціали, прізвище)  
«\_\_\_» 2023 р.

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**МАГІСТРА**

на тему Дослідження шляхів підвищення якості електричної енергії  
при роботі мережі в несиметричних режимах

Виконав студент 2 курсу, групи ЕЛКм-22  
(шифр групи)

спеціальності підготовки 141 «Електроснегетика, електротехніка та  
(шифр і назва спеціальності підготовки)  
та електромеханіка»

Євгеній ФЕДОРОВСЬКИЙ  
(ім'я та прізвище)

(підпись)

Керівник доц. каф. ЕлІн, к. т. н., доц. І. О. Бандура  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, ініціали, прізвище)

(підпись)

Рецензент \_\_\_\_\_  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, ініціали, прізвище)

(підпись)

Нормоконтроль:

Засвідчую, що у цій випускній  
кваліфікаційній роботі немає  
запозичень з праць інших авторів без  
відповідних посилань.

Е. НЄМЦЕВ

Студент

(підпись)

(підпись)

(дата)

(дата)

**ЛУЦЬК – 2023**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**

Факультет машинобудування, електроінженерії та хімічних технологій

**Кафедра електричної інженерії**

Освітній ступінь: магістр

Спеціальність: електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

**ЗАТВЕРДЖУЮ:**

Завідувач кафедри

(О. КОЛЛАРОВ)

«        » \_\_\_\_\_ 2023 р.

**ЗАВДАННЯ  
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ**

Євгенію ФЕДОРОВСЬКОМУ

(ім'я та прізвище)

1. Тема роботи: Дослідження шляхів підвищення якості електричної енергії при роботі мережі в несиметричних режимах

керівник роботи Ірина БАНДУРА, канд. техн. наук, доцент  
(ім'я та прізвище, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом вищого навчального закладу від \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_\_

2. Срок подання студентом роботи 15 грудня 2023 року

3. Вихідні дані до роботи: оперативна схема ділянки мережі 330/110 кВ, параметри ліній електропередач 330 кВ, 110 кВ, трансформаторів ТРДН-40000/330, автотрансформаторів АТДЦТН-125000/330/110, параметри навантаження підстанцій

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

1. Дослідження математичних моделей компонентів електричної системи
2. Складання математичної моделі для аналізу потоків потужності
3. Дослідження режимів роботи електричної мережі

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, якщо передбачається)

Тринадцять слайдів презентаційного матеріалу.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Ініціали, прізвище та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Розділи 1 – 3	І. БАНДУРА, доц. каф.		
Нормоконтроль	Е. НЄМЦЕВ, ст. викл. каф.		

7. Дата видачі завдання 02 жовтня 2023 року

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів дипломної роботи	Срок виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розділ 1	02.10.23 – 19.10.23	
2.	Розділ 2	20.10.23 – 18.11.23	
3.	Розділ 3	19.11.23 – 15.12.23	
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			

Студент \_\_\_\_\_  
(підпис)

**Євгеній ФЕДОРОВСЬКИЙ**  
(ім'я та прізвище)

Керівник роботи \_\_\_\_\_  
(підпис)

**Ірина БАНДУРА**  
(ім'я та прізвище)

## АНОТАЦІЯ

Федоровський Є. Д. Дослідження шляхів підвищення якості електричної енергії при роботі мережі в несиметричних режимах / Випускна кваліфікаційна робота на здобуття освітнього рівня «магістр» за спеціальністю 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. – ДВНЗ ДонНТУ, Луцьк, 2023.

Дипломна робота складається зі вступу, основної частини, яка включає три розділи, висновків, переліку джерел посилання та додатку.

У першому розділі розглянуто математичні моделі ланок електричної системи, а саме: силових трансформаторів, ліній електропередачі, моделі навантаження та електричних двигунів, складені та приведені рівняння фізичних процесів у згаданих елементах.

У другому розділі Надано загальні відомості та визначення, які стосуються аналізу потоків потужності в електричній системі. Розглянуто і описано методи Ньютона–Рафсона, Гауса – Зейделя та градієнтний метод.

У третьому розділі розглянуто етапи розробки схеми для вивчення режимів роботи електричної мережі. Виконано розрахунок режимів, проведений аналіз отриманих результатів. Здійснено оцінку несиметричних режимів мережі та розглянуто методи їх поліпшення.

Ключові слова: електрична мережа, математична модель, алгоритм, моделювання, режими, несиметрія, електрична підстанція

## ANNOTATION

E. Fedorovskyi, Research on ways to improve the quality of electrical energy when the network operates in asymmetric modes / Graduation qualification work for obtaining the master's degree in specialty 141 " Electric Power Engineering, Electrotechnics and Electromechanics ". SHEI DonNTU, Lutsk, 2023.

The thesis consists of an introduction, the main part, which includes three sections, conclusions, a list of reference sources and an appendix.

In the first chapter, mathematical models of the links of the electrical system are considered, namely: power transformers, power transmission lines, load models and electric motors, the equations of physical processes in the mentioned elements are compiled and reduced.

In the second section, general information and definitions are given that are relevant to the analysis of power flows in an electrical system. The Newton–Raphson, Gauss–Seidel and gradient methods are considered and described.

In the third section, the stages of the development of a scheme for studying the modes of operation of the electric network are considered. The calculation of modes was performed, the analysis of the obtained results was carried out. An assessment of asymmetric network modes was carried out and methods of their improvement were considered.

Keywords: electric network, mathematical model, algorithm, simulation, modes, asymmetry, electric substation

## ЗМІСТ

	стор.
ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЛАНOK ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	8
1.1 Моделі силових трансформаторів	9
1.2 Моделі ліній електропередачі	24
1.3 Моделі навантаження	30
1.4 Моделі електричних двигунів	35
1.5 Висновки за розділом	37
РОЗДІЛ 2. СКЛАДАННЯ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПОТОКІВ ПОТУЖНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	38
2.1 Загальні відомості та визначення	38
2.2 Метод Ньютона – Рафсона	41
2.3 Метод Гауса – Зейделя	53
2.4 Градієнтний метод	58
2.5 Висновки за розділом	61
РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ МЕРЕЖІ	62
3.1 Етапи розробки схеми дослідження	63
3.2 Аналіз отриманих результатів розрахунку режимів	69
3.3 Оцінка несиметричних режимів. Методи їх поліпшення	75
3.4 Висновки за розділом	83
ВИСНОВКИ	86
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	87
ДОДАТОК А	88

## ВСТУП

Якість електричної енергії представляє ключову характеристику для правильної роботи електросистем. Неабияка увага приділяється дослідженню та розробці методів для контролю та поліпшення цієї якості. Особливе значення має проблема асиметрії електричних струмів та напруг у трифазних системах, яка викликає надмірні енерговтрати – питання надзвичайно актуальне у контексті енергоефективності.

У цьому дослідженні основна увага приділяється способам вирівнювання (симетризації) струмів і напруг у трифазних мережах для підвищення якості енергопостачання. Обговорюються різноманітні пристрої, які можуть забезпечити таке вирівнювання, та викладаються аргументи на користь їх застосування.

Асиметрія може бути викликана декількома причинами: коли фазові навантаження є неоднаковими; коли лінії електропередач працюють не у повнофазному режимі; або ж коли параметри електроліній різняться дляожної з фаз. У даному дослідженні зосереджено увагу на першій причині – нерівномірності навантаження.

У системах низької напруги нерівномірне навантаження часто виникає через велику кількість підключених однофазних споживачів, як-от освітлювальні прилади та побутові пристрої. У високовольтних мережах причиною можуть служити потужні однофазні споживачі або трифазні з нерівномірним споживанням енергії між фазами, наприклад, різноманітні промислові печі та зварювальні апарати. Також велике джерело асиметрії — тягові підстанції, які служать потужними однофазними споживачами. Розрізняють також систематичну асиметрію, що виникає при стабільному навантаженні, та імовірнісну – яка з'являється у випадку змінного навантаження.

Метою дослідження було створити комп'ютерну модель ділянки електромережі високої напруги (330 кВ) з урахуванням нерівномірності навантаження та оцінити, як цей фактор впливає на якість постачання електроенергії.

## РОЗДІЛ 1. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЛАНОК ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

Для ефективного управління системами електропостачання необхідно мати всебічну інформацію про їхні оперативні характеристики, включаючи значення струму та напруги. Це дозволяє точно розрахувати втрати потужності та енергії в мережі.

Основою для обчислень режимів роботи енергосистеми служать дані про структуру мережі і характеристики її компонентів, котрі були визначені і класифіковані, як зазначено на рисунку 1.1. Методика подання вихідних даних змінюється залежно від специфіки та цілей проведення розрахунків.

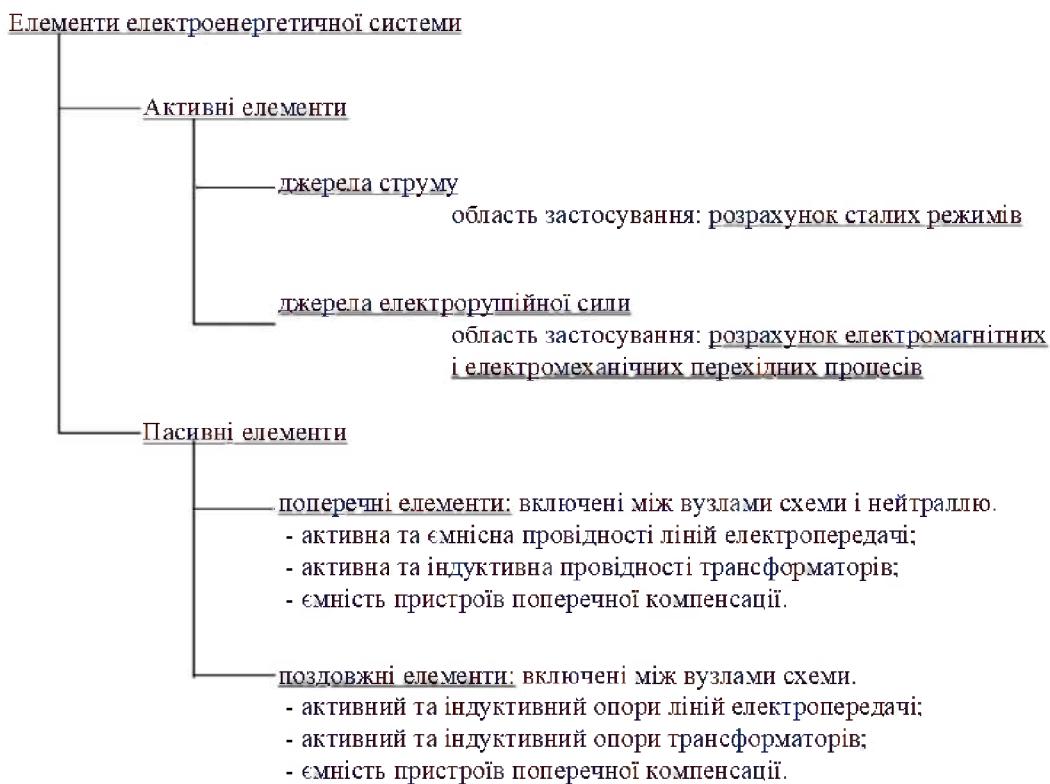


Рисунок 1.1 – Діаграма класифікації елементів ЕЕС

Розглянемо методики встановлення параметрів робочих режимів електроенергетичних систем (ЕЕС). Вже відомі такі факти:

- значення опору та провідності всіх пасивних елементів електричних кіл.

– величини струмів, що генеруються джерелами в усіх вузлах мережі, за винятком одного – балансуючого вузла, який врегулює потужність.

– значення напруги в базовому вузлі, який зазвичай визначається як рівний балансуючому вузлу.

Також потрібно розглянути окремо кожен компонент енергосистеми, такий як силові трансформатори, лінії електропередачі, різного роду навантаження, та двигуни навантаження. Знання деталей про кожен з цих елементів критично важливе для розуміння загальної роботи системи та для проведення точних розрахунків.

## 1.1 Моделі силових трансформаторів

Проведемо дослідження моделі силового трансформатора (рис.1.2). Система рівнянь, що описує силовий трансформатор:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= z_1 \cdot I_1 + \frac{n_1}{n_2} \cdot \underline{U}_2 - \frac{n_1}{n_2} \cdot z_2 \cdot I_2 \\ \underline{U}_2 &= \frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{U}_1 - \frac{n_2}{n_1} \cdot z_1 \cdot I_1 + z_2 \cdot I_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

де  $z_i = r_i + j \cdot x_i$  – опір первинної обмотки ( $i=1$ ) і вторинної обмотки ( $i=2$ );  $n_1, n_2$  – відповідно число витків первинної і вторинної обмоток.

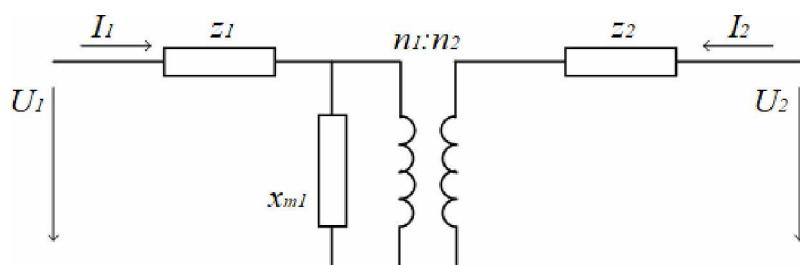


Рисунок 1.2 – Еквівалентна схема трансформатора

Для того, щоб аналізувати робочі режими енергосистеми, рівняння системи (1.1) потрібно записати у відносних одиниць. Це означає перерахунок абсолютнох значень параметрів системи до єдиних відлікових розмірів для спрощення розрахунків і порівняльного аналізу. Для досягнення цього потрібен точний вибір базових величин для первинних та вторинних параметрів. Такий вибір зазвичай ґрунтуються на номінальних характеристиках трансформатора, а точніше – на його номінальному коефіцієнті трансформації.

Приймаючи номінальні кількості витків обмоток трансформатора, як  $n_1$  для первинної та  $n_2$  для вторинної, а  $\underline{z}_{io} = \underline{z}_i$  для номінального положення перемикача. Знаючи, що опір обмотки пропорційний квадрату числа її витків, і взявши до уваги, що активний опір зазвичай значно менший за індуктивний опір ( $r \ll x$ ), а також, що  $\Delta n = n_i - n_{io} \rightarrow 0$ , тобто різниця у кількості витків наближається до нуля, то вихідна система рівнянь (1.1) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 &= \left( \frac{n_1}{n_{1o}} \right)^2 \cdot \underline{z}_{1o} \\ \underline{z}_2 &= \left( \frac{n_2}{n_{2o}} \right)^2 \cdot \underline{z}_{2o} \\ \left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^2 \cdot \underline{z}_{1o} \cdot \underline{I}_1 + \frac{n_1}{n_2} \cdot \underline{U}_2 - \frac{n_1}{n_2} \cdot \left( \frac{n_2}{n_{2o}} \right)^2 \cdot \underline{z}_{2o} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= \frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{U}_1 - \frac{n_2}{n_1} \cdot \left( \frac{n_1}{n_{1o}} \right)^2 \cdot \underline{z}_{1o} \cdot \underline{I}_1 + \left( \frac{n_2}{n_{2o}} \right)^2 \cdot \underline{z}_{2o} \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Цей процес переходу до відносних одиниць є стандартною інженерною практикою при аналізі і проектуванні енергетичних систем, оскільки він дозволяє зменшити складність розрахунків і зробити їх більш уніфікованими.

Якщо не брати до уваги фазовий зсув між векторами напруги, що має місце при з'єднанні трансформатора у схему Y/Y-0, то співвідношення номінального

коєфіцієнта трансформації трансформатора з базовими рівнями напруги можна виразити через рівняння:

$$\frac{n_{1o}}{n_{2o}} = \frac{\underline{U}_{1\delta}}{\underline{U}_{2\delta}} \quad \underline{U}_{1\delta} = \underline{z}_{1\delta} \cdot \underline{I}_{1\delta} \quad \underline{U}_{2\delta} = \underline{z}_{2\delta} \cdot \underline{I}_{2\delta} \quad (1.3)$$

Із врахуванням рівнянь (1.2) і (1.3) система приймає вид:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{1*} &= n_{1*}^2 \cdot \underline{z}_{1o*} \cdot \underline{I}_{1*} + \frac{n_{1*}}{n_{2*}} \cdot \underline{U}_2 - \frac{n_{1*}}{n_{2*}} \cdot n_{2*}^2 \cdot \underline{z}_{2o*} \cdot \underline{I}_{2*} \\ \underline{U}_{2*} &= \frac{n_{2*}}{n_{1*}} \cdot \underline{U}_{1*} - \frac{n_{2*}}{n_{1*}} \cdot n_{1*}^2 \cdot \underline{z}_{1o*} \cdot \underline{I}_{1*} + n_{2*}^2 \cdot \underline{z}_{2o*} \cdot \underline{I}_{2*} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

де  $n_{1*} = \frac{n_1}{n_{1o}}$ ,  $n_{2*} = \frac{n_2}{n_{2o}}$  – базисні співвідношення.

Система рівнянь (1.4) описує еквівалентну схему заміщення у відносних одиницях (див. рис. 1.3).

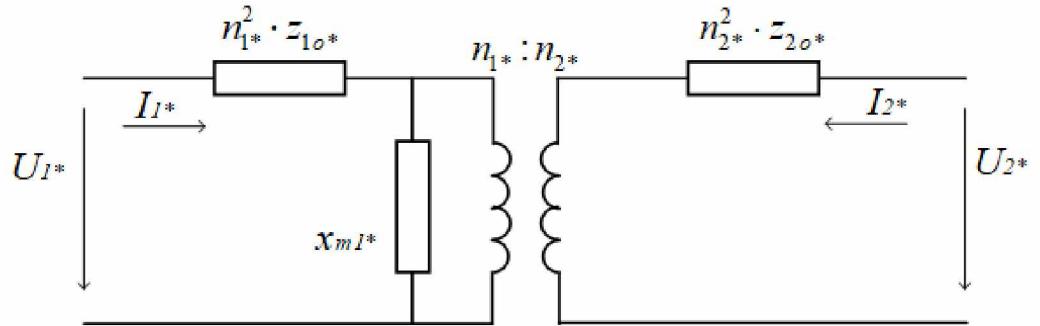


Рисунок 1.3 – Схема заміщення трансформатора у відносних одиницях

Коефіцієнт трансформації трансформатора:

$$n_* = \frac{n_{1*}}{n_{2*}} = \frac{n_1 \cdot n_{2o}}{n_{1o} \cdot n_2} \quad (1.5)$$

Еквівалентний опір

$$\underline{z}_{\text{екв}^*} = n_{2*}^2 \cdot (\underline{z}_{1o^*} + \underline{z}_{2o^*}) = \left( \frac{n_2}{n_{2o}} \right)^2 \cdot (\underline{z}_{1o^*} + \underline{z}_{2o^*}) \quad (1.6)$$

Використовуючи формули (1.5 та 1.6) до схеми, що представлена на рис. 1.3, можна відтворити еквівалентну схему заміщення ідеального двообмоткового трансформатора, як показано на рис. 1.4. Така модель є корисною для трансформаторів, що оснащені пристроями регулювання напруги – це можуть бути перемикачі, які функціонують без навантаження (збудження) трансформатора (ПБЗ) або під навантаженням (РПН). Щоб використовувати цю схему, необхідно визначити відповідні значення, як для коефіцієнта трансформації, так і еквівалентного опору, які вказані відповідно у формулах 1.5 та 1.6.

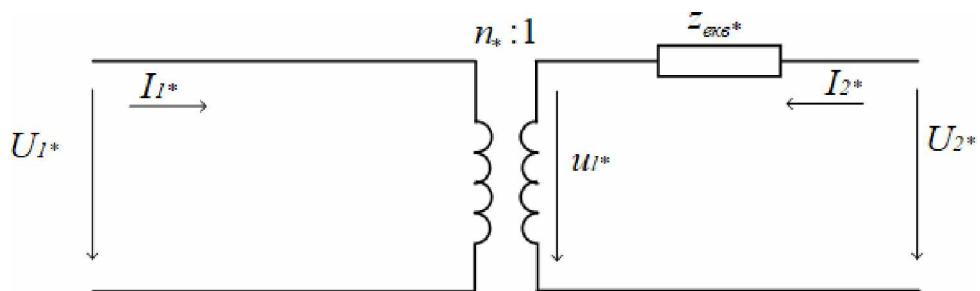


Рисунок 1.4 – Еквівалентна схема заміщення ідеального трансформатора

З іншої сторони, представлена схема на рисунку 1.4 не підходить для аналізу стабільності енергетичних систем та розподілу потужності між їхніми елементами. Щоб проводити такі дослідження, необхідно переформулювати цю схему в еквівалентну  $\pi$ -подібну схему, яка представлена на рисунку 1.5.

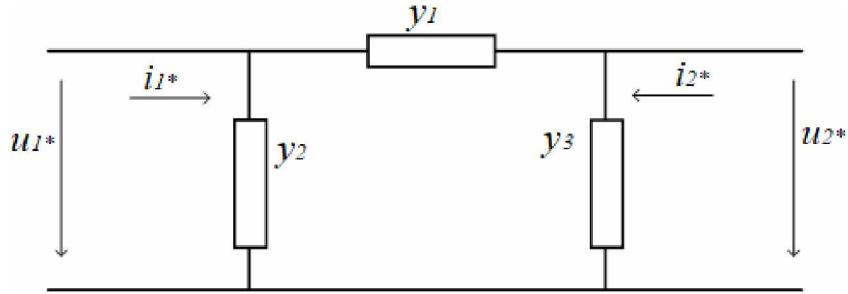


Рисунок 1.5 – Еквівалентна П-подібна схема заміщення трансформатора

Формули переходу між схемами:

$$\underline{y}_{\text{екв}*} = \frac{1}{\underline{\underline{z}}_{\text{екв}*}}$$

$$I_{1*} = \left( \frac{U_{1*}}{n_*} - U_{2*} \right) \cdot \frac{\underline{y}_{\text{екв}*}}{n_*} = \left( U_{1*} - n_* \cdot U_{2*} \right) \cdot \frac{\underline{y}_{\text{екв}*}}{n_*^2} \quad (1.7)$$

$$I_{2*} = \left( n_* \cdot U_{2*} - U_{1*} \right) \cdot \frac{\underline{y}_{\text{екв}*}}{n_*^2} \quad (1.8)$$

Таким чином маємо:

$$I_{1*} = y_1 \cdot \left( U_{1*} - U_{2*} \right) + y_2 \cdot U_{1*} \quad (1.9)$$

$$I_{2*} = y_1 \cdot \left( U_{2*} - U_{1*} \right) + y_3 \cdot U_{2*} \quad (1.10)$$

Складаємо систему:

$$\left. \begin{aligned} I_{1*} &= \left( U_{1*} - n_* \cdot U_{2*} \right) \cdot \frac{\underline{y}_{\text{екв}*}}{n_*^2} \\ I_{1*} &= y_1 \cdot \left( U_{1*} - U_{2*} \right) + y_2 \cdot U_{1*} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} I_{2*} &= \left( n_* \cdot U_{2*} - U_{1*} \right) \cdot \frac{\underline{y}_{\text{екв}*}}{n_*^2} \\ I_{2*} &= y_1 \cdot \left( U_{2*} - U_{1*} \right) + y_3 \cdot U_{2*} \end{aligned} \right\}$$

Остаточна система, що описує П-подібну схему заміщення має наступний вид:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{1}{n_*} \cdot \underline{y}_{\text{екв}*} \\ y_2 &= \frac{1}{n_*} \cdot \left( \frac{1}{n_*} - 1 \right) \cdot \underline{y}_{\text{екв}*} \\ y_3 &= \left( 1 - \frac{1}{n_*} \right) \cdot \underline{y}_{\text{екв}*} \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Отже, дані, які ми отримали, стосуються однофазної моделі трифазного трансформатора. В цьому контексті номінальний коефіцієнт трансформації визначається як співвідношення між лінійними напругами первинної та вторинної обмоток, коли обмотки з'єднані у конфігураціях «зірка / зірка» або «трикутник / трикутник».

Для схем з'єднанні обмоток  $Y/\Delta$  має бути врахований зсув фаз  $30^\circ$ . Даний зсув напруги не має впливу на оцінку статичної стійкості, через це їм можна знехтуювати. На прикладі двох двообмоткових трифазних трансформаторів частотою 50 Гц.[1]

У випадку, коли обмотки трансформатора з'єднані у комбінації "зірка/трикутник" ( $Y/\Delta$ ), необхідно взяти до уваги фазовий зсув на 30 градусів, який виникає через цю конфігурацію. Однак, такий зсув фаз не має значення при оцінці статичної стійкості системи, тому його часто ігнорують у таких розрахунках. Для прикладу проведемо розрахунок для двох трифазних двообмоткових трансформаторів.

Паспортні параметри ТДЦ-125000/330:

$$\begin{aligned} S_{\text{ном}} &= 125 \text{MVA}, U_{B,\text{ном}} = 347 \text{kV}, U_{H,\text{ном}} = 10,5 \text{kV}, \Delta P_x = 125 \text{kVm}, \Delta P_k = 380 \text{kVm}, \\ u_k &= 11\%, \Delta I_x = 0,55\% \end{aligned}$$

Паспортні параметри ТРДНС-40000/330:

$$S_{\text{ном}} = 40 \text{MVA}, U_{B,\text{ном}} = 33 \text{kV}, U_{H,\text{ном}} = 10,5 / 10,5 \text{kV}, \Delta P_x = 80 \text{kW}, \\ \Delta P_k = 180 \text{kW}, u_k = 11\%, \Delta I_x = 1,4\%$$

$$r_{1o} + r_{2o} = \Delta P_k \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = 380 \cdot 10^3 \cdot \frac{(347 \cdot 10^3)^2}{(125 \cdot 10^6)^2} = 2,928 \text{ OM}$$

$$x_{1o} + x_{2o} = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}} = \frac{10,5}{100} \cdot \frac{(347 \cdot 10^3)^2}{125 \cdot 10^6} = 101,144 \text{ OM}$$

У першому трансформаторі відсутній пристрій регулювання напруги, тоді як у другому трансформаторі на боці обмотки звищою напругою передбачений пристрій регулювання напруги, який дозволяє вносити зміни на величину  $\pm 8 \times 1,5\%$ .

Тепер визначимо значення опорів у в. о. для схеми, яка показана на рис. 1.5. Розглядаємо трансформатор ТДЦ-125000/330.

$$\underline{z}_\delta = \frac{\underline{U}_\delta}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_\delta} = \frac{\underline{U}_\delta^2}{\underline{S}_\delta} = \frac{(347 \cdot 10^3)^2}{125 \cdot 10^6} = 963,272 \text{ OM}$$

$$r_{1o*} + r_{2o*} = \frac{r_{1o} + r_{2o}}{\underline{z}_\delta} = \frac{2,928}{963,272} = 0,00304 \text{ e.o.}$$

$$x_{1o*} + x_{2o*} = \frac{x_{1o} + x_{2o}}{\underline{z}_\delta} = \frac{101,144}{963,272} = 0,105 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}_\delta = \frac{\underline{U}_\delta}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_\delta} = \frac{\underline{U}_\delta^2}{\underline{S}_\delta} = \frac{(347 \cdot 10^3)^2}{125 \cdot 10^6} = 963,272 \text{ OM}$$

$$r_{1o*} + r_{2o*} = \frac{r_{1o} + r_{2o}}{\underline{z}_\delta} = \frac{2,928}{963,272} = 0,00304 \text{ e.o.}$$

$$x_{1o*} + x_{2o*} = \frac{x_{1o} + x_{2o}}{\underline{z}_\delta} = \frac{101,144}{963,272} = 0,105 \text{ e.o.}$$

Для трансформатора без пристройв регулювання  $n_* = 1$ .

Еквівалентний опір

$$\underline{Z}_{\text{еке}^*} = \frac{r_{1o^*} + r_{2o^*}}{n_*} + j \frac{x_{1o^*} + x_{2o^*}}{n_*} = 0,00304 + j0,105 \text{ e.o.}$$

Провідності:

$$y_1 = \frac{1}{n_*} \cdot \underline{y}_{\text{еке}^*} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{0.00304 + j0,105} = 0,276 - j9,516 \text{ e.o.}$$

$$y_2 = \frac{1}{n_*} \cdot \left( \frac{1}{n_*} - 1 \right) \cdot \underline{y}_{\text{еке}^*} = \frac{1}{1} \cdot \left( \frac{1}{1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{0.00304 + j0,105} = 0 \text{ e.o.}$$

$$y_3 = \left( 1 - \frac{1}{n_*} \right) \cdot \underline{y}_{\text{еке}^*} = \left( 1 - \frac{1}{1} \right) \cdot \frac{1}{0.00304 + j0,105} = 0 \text{ e.o.}$$

Для трансформатора Т2 (ТРДНС-40000/330):

$$r_{1o} + r_{2o} = \Delta P_k \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = 180 \cdot 10^3 \cdot \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{(40 \cdot 10^6)^2} = 12,251 \text{ Om}$$

$$x_{1o} + x_{2o} = \frac{u_k}{100} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}} = \frac{10,5}{100} \cdot \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{40 \cdot 10^6} = 285,863 \text{ Om}$$

$$\underline{Z}_\delta = \frac{\underline{U}_\delta}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_\delta} = \frac{\underline{U}_\delta^2}{\underline{S}_\delta} = \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{40 \cdot 10^6} = 2723 \text{ Om}$$

$$r_{1o^*} + r_{2o^*} = \frac{r_{1o} + r_{2o}}{\underline{Z}_\delta} = \frac{12,251}{2723} = 0,0045 \text{ e.o.}$$

$$x_{1o^*} + x_{2o^*} = \frac{x_{1o} + x_{2o}}{\underline{Z}_\delta} = \frac{285,863}{2723} = 0,105 \text{ e.o.}$$

Для трансформатора обладнаного пристроєм регулювання напруги по формулі (1.5):

$$n_* = \frac{U_{B,\text{ном}}}{U_{H,\text{ном}}} \cdot \frac{U_{H,\text{ном}}}{U_{B,\text{ном}} \cdot \left(1 + 8 \frac{1.5}{100}\right)} = \frac{330}{10,5} \cdot \frac{10,5}{330 \cdot \left(1 + 8 \frac{1.5}{100}\right)} = 0,893$$

Еквівалентний опір

$$\underline{\underline{Z}}_{\text{екв}*} = \frac{r_{1o*} + r_{2o*}}{n_*} + j \frac{x_{1o*} + x_{2o*}}{n_*} = 0,00504 + j0,118 \text{ e.o.}$$

Провідності:

$$y_1 = \frac{1}{n_*} \cdot \underline{\underline{y}}_{\text{екв}*} = \frac{1}{0,893} \cdot \frac{1}{0,00504 + j0,118} = 0,407 - j9,506 \text{ e.o.}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{n_*} \cdot \left( \frac{1}{n_*} - 1 \right) \cdot \underline{\underline{y}}_{\text{екв}*} = \\ &= \frac{1}{0,893} \cdot \left( \frac{1}{0,893} - 1 \right) \cdot \frac{1}{0,00504 + j0,118} = 0,049 - j1,141 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= \left( 1 - \frac{1}{n_*} \right) \cdot \underline{\underline{y}}_{\text{екв}*} = \\ &= \left( 1 - \frac{1}{0,893} \right) \cdot \frac{1}{0,00504 + j0,118} = -0,044 + j1,019 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

Методика опису моделі трансформатора з трьома обмотками базується на аналізі опорів, отриманих через випробування короткого замикання. Ці маніпуляції дозволяють обчислити еквівалентні опори для кожної з обмоток – первинної, вторинної та третинної – які є підключеними за схемою "зірка" [2]. Важливо враховувати, що обмотки можуть мати неоднакову потужність.

Визначені опори потім перераховуються відносно однієї сторони, а потужності виражаються у відносних одиницях.

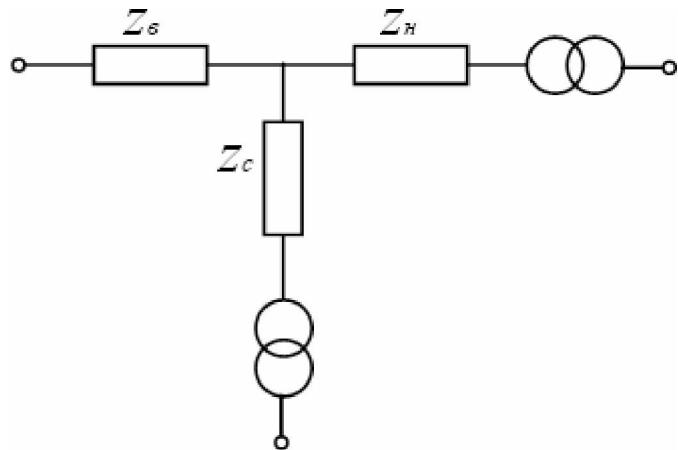


Рисунок 1.6 – Схема триобмоткового трансформатора

У результаті проведення досліду короткого замикання ставлять за мету визначити три значення:

- $\underline{Z}_{s-c}$  – для первинної напруги при з'єднаній накоротко вторинній та розімкненій третинній;
- $\underline{Z}_{s-h}$  – для первинної напруги при з'єднаній накоротко третинній та розімкненій вторинній;
- $\underline{Z}_{c-h}$  – для вторинної напруги при з'єднаній накоротко третинній та розімкненій первинній.

Вирази для даних опорів:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{s-c} &= \underline{Z}_s + \underline{Z}_c \\ \underline{Z}_{s-h} &= \underline{Z}_s + \underline{Z}_h \\ \underline{Z}_{c-h} &= \underline{Z}_c + \underline{Z}_h \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Для досліджуваної схеми, параметри АТДЦН-125000/330/110:

$$S_{\text{ном}} = 125 \text{ MVA},$$

$$U_{B,\text{ном}} = 330 \text{ kV}, U_{C,\text{ном}} = 115 \text{ kV}, U_{H,\text{ном}} = 10,5 \text{ kV},$$

$$\Delta P_x = 115 \text{ kW}, \Delta P_k = 370 \text{ kW},$$

$$u_{k_B-C} = 10\%, u_{k_B-H} = 35\%, u_{k_C-H} = 24\%, \Delta I_x = 0,5\%.$$

Автотрансформатор обладнаний пристроєм регулювання з боку середньої напруги з параметрами  $\pm 8 \times 1,5\%$ .

Знайдемо опори у в. о. при відношеннях потужностей 100%/100%/50%:

$$r_s = \frac{\Delta P_k}{2} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{180 \cdot 10^3}{2} \cdot \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{(125 \cdot 10^6)^2} = 1,289 \text{ OM}$$

$$r_c = \frac{\Delta P_k}{2} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{180 \cdot 10^3}{2} \cdot \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{(125 \cdot 10^6)^2} = 1,289 \text{ OM}$$

$$r_h = \Delta P_k \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = 180 \cdot 10^3 \cdot \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{(125 \cdot 10^6)^2} = 2,579 \text{ OM}$$

$$x_s = \frac{u_{k_B-C} + u_{k_B-H} - u_{k_C-H}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{10 + 35 - 24}{2 \cdot 100} \cdot \frac{330^2}{125} = 91,476 \text{ OM}$$

$$x_c = \frac{u_{k_B-C} - u_{k_B-H} + u_{k_C-H}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{B,\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{10 - 35 + 24}{2 \cdot 100} \cdot \frac{330^2}{125} = -4,356 \text{ OM}$$

$$x_h = \frac{-u_{\kappa s-c} + u_{\kappa s-h} + u_{\kappa c-h}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{B,hom}^2}{S_{hom}} = \frac{-10 + 35 + 24}{2 \cdot 100} \cdot \frac{330^2}{125} = 213,444 \text{ } O_m$$

$$\underline{z}_\delta = \frac{\underline{U}_\delta}{\sqrt{3} \cdot \underline{I}_\delta} = \frac{\underline{U}_\delta^2}{\underline{S}_\delta} = \frac{(330 \cdot 10^3)^2}{125 \cdot 10^6} = 871,2 \text{ } O_m$$

$$\underline{z}_{e*} = r_{e*} + j x_{e*} = \frac{r_e + j x_e}{z_\delta} = \frac{1,289 + j 91,476}{871,2} = 0,00148 + j 0,105 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}_{c*} = r_{c*} + j x_{c*} = \frac{r_c + j x_c}{z_\delta} = \frac{1,289 - j 4,356}{871,2} = 0,00148 - j 0,005 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}_{h*} = r_{h*} + j x_{h*} = \frac{r_h + j x_h}{z_\delta} = \frac{2,579 + j 213,444}{871,2} = 0,00296 + j 0,245 \text{ e.o.}$$

Перейдемо від схеми з'єднання обмоток типу зірка до схеми трикутник по формулам:

$$\underline{z}_{ec} = \frac{\underline{z}_e \cdot \underline{z}_c + \underline{z}_e \cdot \underline{z}_h + \underline{z}_c \cdot \underline{z}_h}{\underline{z}_h} = 0,00359 + j 0,098 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}_{ch} = \frac{\underline{z}_e \cdot \underline{z}_c + \underline{z}_e \cdot \underline{z}_h + \underline{z}_c \cdot \underline{z}_h}{\underline{z}_e} = 0,007917 + j 0,228 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}_{eh} = \frac{\underline{z}_e \cdot \underline{z}_c + \underline{z}_e \cdot \underline{z}_h + \underline{z}_c \cdot \underline{z}_h}{\underline{z}_c} = -1,519 - j 4,343 \text{ e.o.}$$

Розрахунок еквівалентних опорів з урахуванням коефіцієнтів трансформації:

$$\underline{z}'_{sc} = \underline{z}_{sc} \cdot \left( \frac{115}{110} \right)^2 = (0,00359 + j0,098) \cdot \left( \frac{115}{110} \right)^2 = \\ = 0,003753 + j0,102 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}'_{ch} = \underline{z}_{ch} \cdot \left( \frac{10,5}{10} \right)^2 = (0,007917 + j0,228) \cdot \left( \frac{10,5}{10} \right)^2 = \\ = 0,008313 + j0,24 \text{ e.o.}$$

$$\underline{z}'_{sh} = \underline{z}_{sh} \cdot \left( \frac{10,5}{10} \right)^2 = (-1,519 - j4,343) \cdot \left( \frac{10,5}{10} \right)^2 = \\ = -1,595 - j4,56 \text{ e.o.}$$

Коефіцієнти трансформації:

$$n'_{sc} = \frac{U_{B,ном}}{U_{ном}} \cdot \frac{U_{ном}}{U_{C,ном}} = \frac{330}{330} \cdot \frac{110}{115} = 0,957$$

$$n'_{ch} = \frac{U_{C,ном}}{U_{ном}} \cdot \frac{U_{ном}}{U_{H,ном}} = \frac{115}{110} \cdot \frac{10}{10,5} = 0,996$$

$$n'_{sh} = \frac{U_{B,ном}}{U_{ном}} \cdot \frac{U_{ном}}{U_{H,ном}} = \frac{330}{330} \cdot \frac{10}{10,5} = 0,952$$

Провідності:

В-С гілки:

$$y_1 = \frac{1}{n_{ec}'} \cdot \underline{y}_{ec}' = \frac{1}{0,957} \cdot \frac{1}{0,003753 + j0,102} = 0,374 - j10,205 \text{ e.o.}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{n_{ec}'} \cdot \left( \frac{1}{n_{ec}'} - 1 \right) \cdot \underline{y}_{ec}' = \\ &= \frac{1}{0,957} \cdot \left( \frac{1}{0,957} - 1 \right) \cdot \frac{1}{0,003753 + j0,102} = 0,017 - j0,464 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= \left( 1 - \frac{1}{n_{ec}'} \right) \cdot \underline{y}_{ec}' = \\ &= \left( 1 - \frac{1}{0,957} \right) \cdot \frac{1}{0,003753 + j0,102} = -0,016 + 0,444 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

С-Н гілки:

$$y_1 = \frac{1}{n_{ch}'} \cdot \underline{y}_{ch}' = \frac{1}{0,996} \cdot \frac{1}{0,008313 + j0,24} = 0,374 - j10,205 \text{ e.o.}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{n_{ch}'} \cdot \left( \frac{1}{n_{ch}'} - 1 \right) \cdot \underline{y}_{ch}' = \\ &= \frac{1}{0,996} \cdot \left( \frac{1}{0,996} - 1 \right) \cdot \frac{1}{0,008313 + j0,24} = 0,0006307 - j0,018 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= \left( 1 - \frac{1}{n_{ch}'} \right) \cdot \underline{y}_{ch}' = \\ &= \left( 1 - \frac{1}{0,996} \right) \cdot \frac{1}{0,008313 + j0,24} = -0,000628 + 0,018 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

В-Н гілки:

$$y_1 = \frac{1}{n_{\text{eH}}'} \cdot \underline{y}_{\text{eH}}' = \frac{1}{0,952} \cdot \frac{1}{-1,595 - j4,56} = -0,072 + j0,205 \text{ e.o.}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{n_{\text{eH}}'} \cdot \left( \frac{1}{n_{\text{eH}}'} - 1 \right) \cdot \underline{y}_{\text{eH}}' = \\ &= \frac{1}{0,952} \cdot \left( \frac{1}{0,952} - 1 \right) \cdot \frac{1}{-1,595 - j4,56} = -0,003588 + j0,01 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= \left( 1 - \frac{1}{n_{\text{eH}}'} \right) \cdot \underline{y}_{\text{eH}}' = \\ &= \left( 1 - \frac{1}{0,952} \right) \cdot \frac{1}{-1,595 - j4,56} = 0,003418 - 0,009769 \text{ e.o.} \end{aligned}$$

Фазоповоротний трансформатор зображується у вигляді з'єднання послідовного опору та ідеального трансформатору з коефіцієнтом трансформації у вигляді комплексного числа, математичний запис якого такий:

$$n \angle \alpha = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_s^*} = a_s + j b_s = n \cdot (\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad (1.14)$$

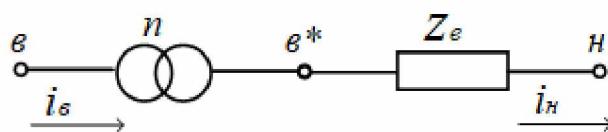


Рисунок 1.7 – Представлення фазоповоротного трансформатору

Якщо вважати трансформатор ідеальним, тобто без втрат потужності, то значення номінальних потужностей на первинній і вторинній сторонах можна зв'язати спiввiдношеннями:

$$\underline{U}_s \cdot \underline{i}_s^* = -\underline{U}_s^* \cdot \underline{i}_h^* \quad (1.15)$$

Розв'язуючи систему рівнянь:

$$\begin{aligned}\underline{I}_e &= -\frac{1}{a_h - jb_h} \underline{I}_h = \frac{\underline{y}_e}{a_h - jb_h} \left( \underline{U}_e - \underline{U}_h \right) = \\ &= \frac{\underline{y}_e}{a_h - jb_h} \left( \frac{1}{a_h + jb_h} \underline{U}_e - \underline{U}_h \right) = \frac{\underline{y}_e}{a_h^2 + b_h^2} \cdot \left[ \underline{U}_e - (a_h + jb_h) \underline{U}_h \right]\end{aligned}\quad (1.16)$$

$$\underline{I}_h = \frac{\underline{y}_e}{a_h + jb_h} \cdot \left[ (a_h + jb_h) \underline{U}_h - \underline{U}_e \right] \quad (1.17)$$

Значення струмів  $\underline{I}_e$  і  $\underline{I}_h$  в залежності від напруг  $\underline{U}_e$  і  $\underline{U}_h$ , відповідно до (1.16) та (1.17), в матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_e \\ \underline{I}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{y}_e}{a_h^2 + b_h^2} & \frac{-\underline{y}_e}{a_h - jb_h} \\ \frac{-\underline{y}_e}{a_h + jb_h} & \underline{y}_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_e \\ \underline{U}_h \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

З (1.18) можна побачити, що матриця провідності несиметрична, це значить що передача потужності з високої сторони в бік низької, і навпаки, відрізняється. Зважаючи на це використання П-подібної еквівалентної схеми заміщення неможливо.

## 1.2 Моделі ліній електропередачі

Відомо, що лінії електропередачі (ЛЕП) характеризуються розподіленими параметрами (див. рис. 1.8):

- комплексним опором  $\underline{z}$ , куди входить активний опір  $r$  та індуктивність  $L$ ;
- провідністю шунта  $g$ , який характеризує струм витоку між фазами і землею;
- ємністю шунта  $c$  (або провідність  $b$ ), яка характеризує електричне поле, утворене між провідниками.

Моделювання ЛЕП проводиться на основі П-подібної еквівалентної схеми із зосередженими параметрами або кількох каскадних П-подібних схем. На це впливає тип та довжина лінії. Еквівалента схема заміщення є допустимою моделлю для дослідження стійкості енергосистеми. Для неї справедливі припущення: три фази ЛЕП є симетричними (параметри фаз між собою рівні, а також рівні взаємні параметри між будь-якою парою фаз); параметри лінії є постійні. У [3] представлено визначення співвідношення між напругою та струмом для лінійних параметрів ЛЕП.

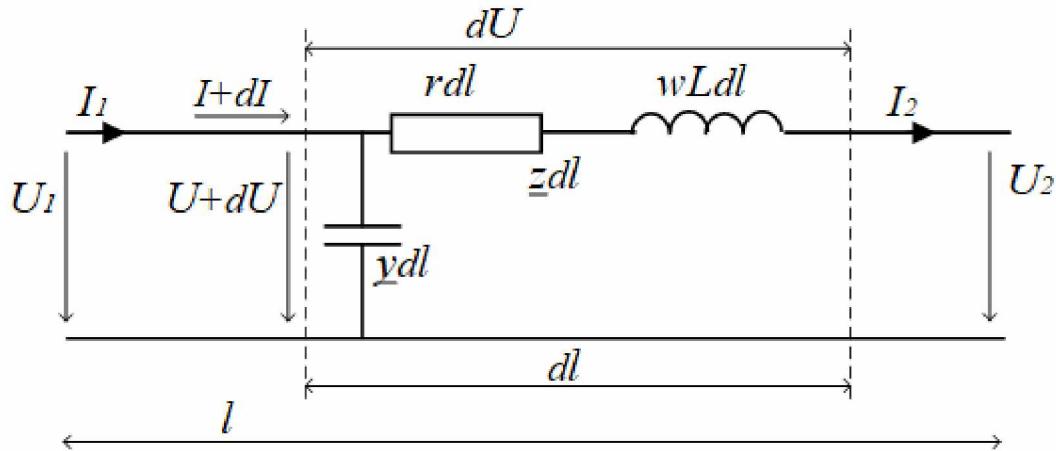


Рисунок 1.8 – Схема заміщення лінії електропередачі з розподіленими параметрами

Розглянемо вирази для струмів і напруг для ЛЕП довжиною  $l$ , із фазними напругами і струмами, що змінюються у часі. На ділянці  $dl$  напруга:

$$d\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{z} dl$$

Звідси:

$$\frac{d\underline{U}}{dl} = \underline{z} \cdot \underline{I} \quad (1.19)$$

Струм у провідності:

$$d\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{y} dl$$

Звідки:

$$\frac{d\underline{I}}{dl} = \underline{y} \cdot \underline{U} \quad (1.20)$$

Провівши диференціювання (1.19) і (1.20) відносно довжини  $l$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\underline{U}}{dl^2} &= \underline{z} \cdot \frac{d\underline{I}}{dl} \\ \frac{d^2\underline{I}}{dl^2} &= \underline{y} \cdot \frac{d\underline{U}}{dl} \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Для розв'язання цих двох диференціальних рівнянь другого порядку мають бути враховані початкові умови.

Якщо  $l=0$ , приймемо, що напруга  $\underline{U}=U_2 e^{\varphi_1}$  та струм  $\underline{I}=I_2 e^{\varphi_2}$  в кінці лінії відомі. Загальним рішенням для визначення напруги та струму на ділянці  $l$  буде:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_l &= \frac{\underline{U}_2 + \underline{z}_c \cdot \underline{I}_2}{2} e^{\gamma l} + \frac{\underline{U}_2 - \underline{z}_c \cdot \underline{I}_2}{2} e^{-\gamma l} \\ \underline{I}_l &= \frac{\underline{U}_2 / \underline{z}_c + \underline{I}_2}{2} e^{\gamma l} - \frac{\underline{U}_2 / \underline{z}_c - \underline{I}_2}{2} e^{-\gamma l} \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

де  $\underline{z} = \sqrt{\frac{z}{y}}$  – характеристичний опір;  $\gamma = \sqrt{z \cdot y} = \alpha + j \cdot \beta$ ;

$\alpha$  – постійна загасання;  $\beta$  – фазова постійна.

Переписати експоненціальні складові можна таким чином:

$$\left. \begin{aligned} e^{\gamma l} &= e^{(\alpha+j\beta)l} = e^{\alpha l} \cdot (\cos \beta l + j \cdot \sin \beta l) \\ e^{-\gamma l} &= e^{-(\alpha+j\beta)l} = e^{-\alpha l} \cdot (\cos \beta l - j \cdot \sin \beta l) \end{aligned} \right\}$$

У системі (1.22) перша складова – це спадаюча хвиля, друга – відображення хвиля. Її можна представити у такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} + \underline{z}_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{z}_c} \cdot \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} + \underline{I}_2 \cdot \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

Лінія електропередачі також може представлятися П-подібною еквівалентною схемою заміщення (див. рис. 1.9), у якій присутній еквівалентний послідовний опір  $\underline{z}_e$ , дві провідності рівномірно розділені  $\underline{y}_e$ . Напруги визначаються наступним чином:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cosh(\gamma l) + \underline{\zeta}_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sinh(\gamma l) \\ \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{\zeta}_e} \cdot \sinh(\gamma l) + \underline{I}_2 \cdot \cosh(\gamma l) \end{array} \right\} \quad (1.24)$$

Перетворення:

$$\underline{U}_1 = \underline{\zeta}_e \cdot \left( \underline{I}_2 + \frac{\underline{y}_e}{2} \cdot \underline{U}_2 \right) + \underline{U}_2 = \underline{\zeta}_e \cdot \underline{I}_2 + \left( 1 + \frac{\underline{\zeta}_e \cdot \underline{y}_e}{2} \right) \cdot \underline{U}_2 \quad (1.25)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cosh(\gamma l) + \underline{\zeta}_c \cdot \underline{I}_2 \cdot \sinh(\gamma l) \quad (1.26)$$

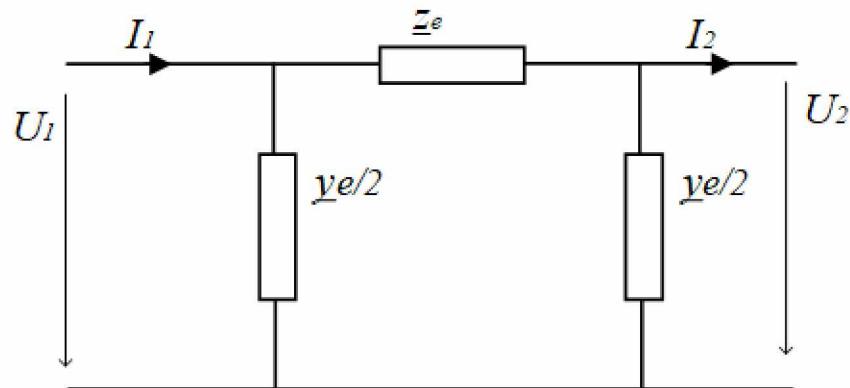


Рисунок 1.9 – П-подібна еквівалентна схема заміщення лінії електропередачі

Рівняння (1.25) і (1.26) визначають:

$$\begin{aligned} \underline{\zeta}_e &= \underline{\zeta}_c \cdot \sinh(\gamma l) \\ \left( \frac{\underline{\zeta}_e \cdot \underline{y}_e}{2} + 1 \right) &= \cosh(\gamma l) \end{aligned}$$

Таким чином:

$$\left. \begin{aligned} \underline{z}_e &= \underline{z}_c \cdot \sinh(\gamma l) \\ \frac{\underline{y}_e}{2} &= \frac{1}{\underline{z}_c} \cdot \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\sinh(\gamma l)} = \frac{1}{\underline{z}_c} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \end{aligned} \right\}$$

Якщо  $\gamma l \ll 1$ , то

$$\left. \begin{aligned} \underline{z}_e &= \underline{z}_c \cdot \sinh(\gamma l) \approx z \cdot l = \underline{z} \\ \frac{\underline{y}_e}{2} &= \frac{1}{\underline{z}_c} \cdot \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \approx \frac{1}{\underline{z}_c} \cdot \frac{\gamma l}{2} \approx \frac{\gamma l}{2} = \frac{y}{2} \end{aligned} \right\}$$

Еквівалентну П-подібну схему заміщення приймають для ПЛ високої і надвисокої напруги середньої протяжності (як правило, в діапазоні 80–200 км). Для повітряних ліній малої протяжності (до 80 км) припустимо нехтувати провідностями. Водночас довгі ПЛ (понад 200 км) розділяються на ділянки середньої довжини, кожній ділянці відповідає своя еквівалентна схема, для того аби частково був врахований розподілений характер параметрів лінії.

Параметри ПЛ 330 кВ.

Параметри проводу АС-400/51:

$$r_0 = 0,075 \text{ } Om / \text{km}; x_0 = 0,42 \text{ } Om / \text{km}; b_0 = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ } Cm / \text{km}.$$

Параметри проводу АС-300/39:

$$r_0 = 0,098 \text{ } Om / \text{km}; x_0 = 0,42 \text{ } Om / \text{km}; b_0 = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ } Cm / \text{km}.$$

Загальний опір:

$$\underline{z}_1 = r + jx = (0,075 + j0,42) \cdot 24 = 1,8 + j10,08 \text{ } Om$$

$$\underline{z}_2 = r + jx = (0,098 + j0,429) \cdot 21 = 2,058 + j9,009 \text{ } Om$$

Характеристичний опір:

$$\begin{aligned}
 z_{c1} &= \sqrt{\frac{z_1}{y_1}} = \sqrt{\frac{r_1 + jx_1}{y_1}} = \\
 &= \sqrt{\frac{(0,075 + j0,42) \cdot 24}{2,6 \cdot 10^{-6} \cdot 24}} = 403,505 - j35,744 \approx 405,085 \text{ } O\text{m} \\
 z_{c2} &= \sqrt{\frac{z_2}{y_2}} = \sqrt{\frac{r_2 + jx_2}{y_2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{(0,098 + j0,429) \cdot 24}{2,64 \cdot 10^{-6} \cdot 24}} = 405,701 - j45,75 \approx 408,272 \text{ } O\text{m} \\
 \gamma_1 &= \sqrt{z_1 \cdot y_1} = \alpha + j \cdot \beta = j \sqrt{x_1 \gamma_1} \cdot \left( 1 - j \frac{r_1}{2 \cdot x_1} \right) = \\
 &= j \sqrt{10.08 \cdot 6.24 \cdot 10^{-5}} \cdot \left( 1 - j \frac{1.8}{2 \cdot 10.08} \right) = \\
 &= 0.0009463 = j0,011 \\
 \gamma_2 &= \sqrt{z_2 \cdot y_2} = \alpha + j \cdot \beta = j \sqrt{x_2 \gamma_2} \cdot \left( 1 - j \frac{r_2}{2 \cdot x_2} \right) = \\
 &= j \sqrt{9.009 \cdot 5.544 \cdot 10^{-5}} \cdot \left( 1 - j \frac{2.058}{2 \cdot 9.009} \right) = \\
 &= 0.00122 = j0,011
 \end{aligned}$$

Отже коефіцієнт загасання  $\alpha_1 = 0,0009463$ ;  $\alpha_2 = 0,00122$ ;  $\beta_1 = \beta_2 = 0,011$ .

### 1.3 Моделі навантаження

Для аналізу роботи енергосистеми важливо розуміти математичні моделі її компонентів. Недостатньо точне прогнозування та моделювання робочих режимів електричних систем може привести до значних фінансових втрат.

Вивчення стабільності енергосистеми ґрунтуються на моніторингу співвідношення між виробленою та споживаною потужністю. Таким чином, властивості навантаження є ключовими для оцінки стійкості системи.

Під час дослідження навантажень моделювання проводиться так, щоб математичне представлення було узгоджене з цілями дослідження та забезпечувало точність результатів.

Точне моделювання навантажень є складною задачею через велику кількість різних навантажувальних елементів у різних локаціях з унікальними характеристиками, а також через їх динамічну зміну в часі. Додаткову складність вносить відсутність повних даних про навантаження у всій системі та брак загальнозвінзних розроблених моделей, що робить процес моделювання навантажень особливо складним.

Два ключових методи розробки моделей навантаження включають підходи, засновані на вимірюваннях та на складових. Метод, заснований на вимірюваннях, вимагає відстежувати активну та реактивну потужність на різних точках системи, що залежить від змін у напрузі та частоті. Цей підхід передбачає пряме спостереження за реальними навантаженнями, що є корисним для контролю потоків потужності та стабільності системи. Однак, його недолік полягає у високій вартості, оскільки потрібно придбати та встановити велику кількість вимірювального обладнання та постійно моніторити зміни в навантаженнях.

Другий метод, заснований на аналізі компонентів, передбачає створення моделі навантаження шляхом вивчення її окремих елементів, таких як обігрів, освітлення, електродвигуни тощо.

Основні дані для цього методу включають відсоткове розподілення різних типів навантаження у загальній активній потужності на шині, інформацію про вклад кожного компоненту в певний тип навантаження та електричні характеристики навантажень. Цей підхід має переваги, такі як простота використання стандартних моделей для кожного компоненту та відсутність

потреби у системних вимірюваннях, і буде детальніше розглянутий у даному дослідженні. Моделі навантаження діляться на: статичні та динамічні.

Моделі статичного навантаження описують активну та реактивну потужності в будь-який момент часу, враховуючи напругу та частоту в цей самий момент. Ці моделі використовуються для опису як статичних навантажень, наприклад, освітлення або систем опалення, так і для динамічних навантажень, як-от електродвигуни. Існують два основних види статичних моделей навантаження: поліноміальні та експоненційні.

Поліноміальна модель виражає взаємозв'язок між потужністю та величиною напруги за допомогою поліноміального рівняння. У цьому випадку, потужність представлена як результат поліноміальної функції, де кожен член рівняння включає напругу у певному степені, що дозволяє точно відобразити залежності потужності від напруги в статичних умовах.

$$P = P_0 \left[ a_0 + a_1 \left( \frac{U}{U_0} \right) + a_2 \left( \frac{U}{U_0} \right)^2 \right] \quad (1.27)$$

$$Q = Q_0 \left[ b_0 + b_1 \left( \frac{U}{U_0} \right) + b_2 \left( \frac{U}{U_0} \right)^2 \right] \quad (1.28)$$

де  $U_0, P_0, Q_0$  – відповідно початкові значення напруги, активної і реактивної потужностей при заданій шині навантаження.

Кожному конкретному навантажувальному пристрою відповідають  $U_0$  – номінальна напруга пристрою та  $P_0, Q_0$  – потужність, споживана при номінальній напрузі.

У такому випадку у модель входять три складові:

- навантаженням виступає постійний опір  $\underline{z}$ , коли зміна потужності навантаження пропорційна квадрату величини напруги;

- навантаженням виступає постійний струм  $\underline{I}$ , коли зміна потужності навантаження пропорційна квадрату величини напруги;
- потужністю навантаження виступає стала величина  $\underline{S}$ , що не є доцільним у випадку значних коливань напруги.

Коефіцієнти потужності навантаження  $a_0, a_1, a_2$  і  $b_0, b_1, b_2$  – це частки відповідно постійних потужності та струму і елементів постійного опору в активних та реактивних навантаженнях. Їх співвідношення виражаються як:

$$\left. \begin{array}{l} a_0 + a_1 + a_2 = 1 \\ b_0 + b_1 + b_2 = 1 \end{array} \right\} \quad (1.29)$$

При експоненційному представленні, відношення потужності до напруги має такий вигляд:

$$\left. \begin{array}{l} P = P_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_p} \\ Q = Q_0 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_Q} \end{array} \right\} \quad (1.30)$$

Параметри експоненти  $n_p$  і  $n_Q$  при значеннях 0, 1 та 2 відповідають навантаженню при постійних значеннях потужності, струму або опору.

Для моделі навантаження, яка має залежність, як від напруги, так і від частоти, активна потужність виражається:

$$P = P_0 \cdot \left[ C_1 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_{p1}} \cdot (1 + k_p \cdot \Delta f) + (1 - C_1) \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_{p2}} \right] \quad (1.31)$$

де  $C_1$  – частина активного навантаження, яка залежить від частоти;  $n_{p1}, n_{p2}$  – експоненційний показник для залежної та незалежної від частоти частини

активного навантаження відповідно;  $\Delta f$  – відхилення частоти від номінальної, в.о.;  $k_p$  – коефіцієнт частоти для активного навантаження.

З метою врахування ефекту регулювання навантаження, реактивну потужність знаходимо за формулою:

$$Q = P_0 \cdot \left[ C_2 \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_{Q1}} \cdot (1 + k_{Q1} \cdot \Delta f) + \left( \frac{Q_0}{P_0} - C_2 \right) \cdot \left( \frac{U}{U_0} \right)^{n_{Q2}} \cdot (1 + k_{Q2} \cdot \Delta f) \right] \quad (1.32)$$

де  $C_2$  – коефіцієнт відношення між реактивним навантаженням і загальним початковим активним навантаженням  $P_0$ ;  $n_{Q1}, n_{Q2}$  – показники ступеню експоненти для некомпенсованого та компенсованого реактивного навантаження відповідно;  $k_{Q1}, k_{Q2}$  – коефіцієнти чутливості частоти для некомпенсованого та компенсованого реактивного навантаження відповідно.

Реактивну потужність піддають регулювання, щоб забезпечити активне навантаження  $P_0$ , а не реактивне  $Q_0$  для уникнення труднощів у випадках, при  $Q_0 = 0$ , коли компенсується реактивне навантаження та реактивні втрати пристроями компенсації. Перша складова враховує споживання реактивної потужності усіма елементами навантаження, що розраховується з використанням коефіцієнтів потужності для кожного елемента навантаження. Друга складова, в першому наближенні, відображає регуляторний вплив навантаження в системі передачі та розподілу енергії між шиною та різними навантаження. Обидві ці складові враховують чутливість до частоти.

Статичні моделі, представлені вище, можуть застосовуватись до навантажень, що швидко реагують на зміни напруги чи частоти та швидко сягають усталеного стану. У випадках, що потребують урахування динаміки навантажувальних складових (двигуни, розрядні лампи, кероване навантаження) знайшли використання динамічні моделі навантажень. Двигуни складають

основну частку елементів навантаження і це не залежить, який тип він представляє (промисловий, комерційний чи житловий). Розглянемо їх більш детально.

#### 1.4 Моделі електричних двигунів

Еквівалентна схема заміщення електричної машини (ЕМ) для сталого режиму може бути представлена у двох виглядах (див. рис. 1.10).

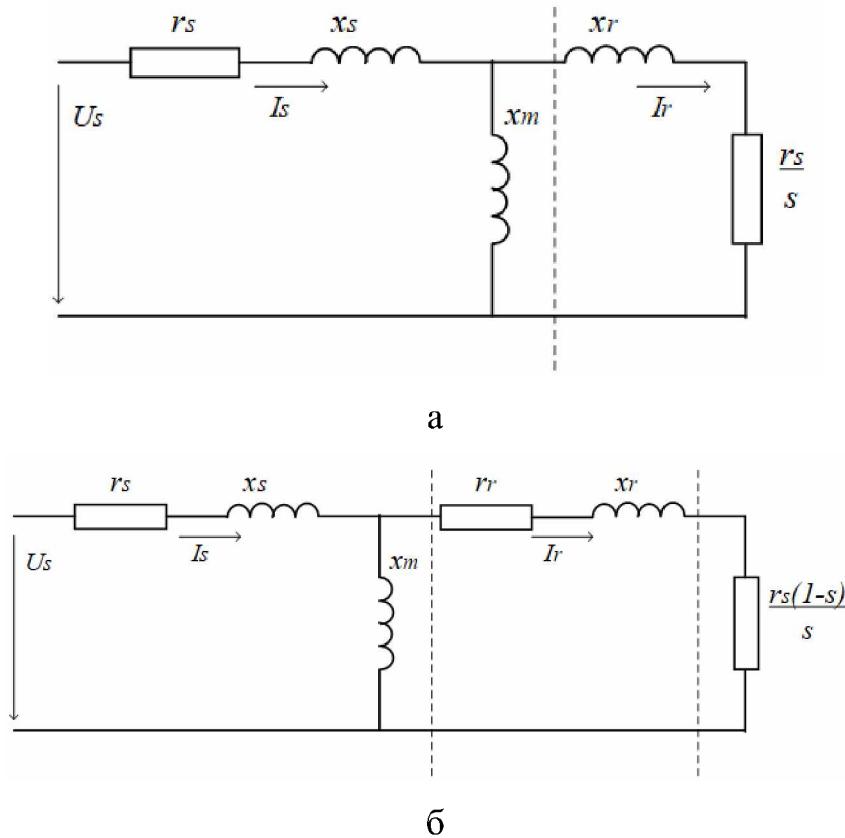


Рисунок 1.10 – Еквівалентні схеми заміщення електричної машини

Відмінність наведених схем полягає в різному представлені ротора, а саме: на рис. 1.10, а – це одне коло, на рис. б – два кола, окремо для характеристик втрат потужності та для потужності на валу. Параметри кола ротора приведені

до обмотки статора.[4] При роботі в режимі двигуна ковзання має позитивний характер, як і напрямки струмів. Розглянемо рівняння двигуна.

Рівняння обертання ротора:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} \cdot (T_e - T_m) \quad (1.33)$$

де  $\omega_r$  – швидкість обертання, в.о.;  $H$  – постійна інерція двигуна;  $T_m$  – механічний крутний момент, з пов'язаний співвідношенням:

$$T_m = T_{m0} \cdot [A \omega_r^2 + B \omega_r + C] \quad (1.34)$$

$T_e$  – електричний крутний момент (у функції ковзання двигуна):

$$T_e = \frac{I_r^2 \cdot r}{s} \quad (1.35)$$

За допомогою схеми рис. 1.11 аналізується стійкість мережі.

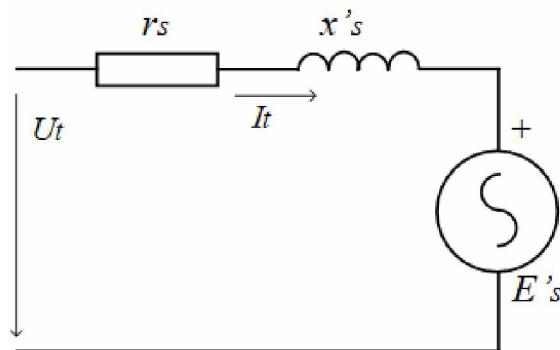


Рисунок 1.11 – Еквівалентна схема електричних машин

Перехідна електрорушійна сила  $E'$  за перехідним опором  $x'_s$  визначається:

$$\frac{dE'}{dt} = -j2\pi f S E' - \frac{1}{T_0} [E' - j(x - x'_s) I_t] \quad (1.36)$$

де

$$T_0 = \frac{x_r + x_m}{2\pi f r_r}$$

$$I_t = \frac{U - E'_t}{r_s + jx'_s} = i_q + j i_d$$

$$x = x_s + j x_m$$

$$x'_s = x_s + \frac{x_m \cdot x_r}{x_m + x_r}$$

Перехідну електрорушійну силу  $E'$  (1.36) можна виразити двома реальними значеннями в системі координат  $d - q$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE'_d}{dt} &= -(\omega_s - \omega_r) E'_q + \frac{1}{T_0} (x - x'_s) i_q - \frac{1}{T_0} E'_d \\ \frac{dE'_q}{dt} &= (\omega_s - \omega_r) E'_d - \frac{1}{T_0} (x - x'_s) i_d - \frac{1}{T_0} E'_q \end{aligned} \right\}$$

де  $T_e = E'_d \cdot i_d + E'_q \cdot i_q$ .

## 1.5 Висновки за розділом

Були розглянуті головні елементи мережі, які будуть використані у подальших розділах для дослідження й аналізу режимів системи.

Складені та приведені рівняння фізичних процесів у даних елементах.

Для силових трансформаторів, автотрансформаторів, ліній електропередачі продемонстрований зв'язок між вихідними параметрами та характеристиками.

Спираючись на отримані дані складається схема для моделювання режимів роботи електричної мережі у третьому розділі.

## РОЗДІЛ 2. СКЛАДАННЯ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПОТОКІВ ПОТУЖНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

### 2.1 Загальні відомості та визначення

У першому розділі були розглянуті моделі окремих елементів ЕЕС.

У даному розділі будуть розглянуті математичні зв'язки (та взаємозв'язки) між окремими елементами системи для побудови моделі загальної мережі ЕЕС. Така модель – потоків генерації або навантаження – має показувати напруги, струми, активну та реактивну потужність на кожній шині електромережі.

Виходячи з того, що ці зв'язки нелінійні розв'язання потоків потужності передбачає вирішення системи нелінійних рівнянь. Типи завдання вихідних даних вносять додаткові складності. До того ж, певні припущення відносно моделювання елементів електроенергетичної системи робляться в залежності від робочого стану: або це робочий режим, або аварійний режим. Визначається тривалість процесу та цілі дослідження. Якщо мережа приймається збалансованою, то дослідженнях потоків електроенергії може виконуватись при представлені електричної мережі однофазною еквівалентною.

Розглянемо загальні принципи методів обчислення.

Представимо мережу з  $n$ -незалежними шинами. По закону Кірхгофа наступні умови справедливі дляожної шини [5]:

$$\left. \begin{aligned} Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + \dots + Y_{1n}V_n &= I_1 \\ Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + \dots + Y_{2n}V_n &= I_2 \\ &\dots \\ Y_{n1}V_1 + Y_{n2}V_2 + \dots + Y_{nn}V_n &= I_n \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

У матричній формі:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix}; \quad [Y] \cdot [V] = [I] \quad (2.2)$$

де  $Y$  – матриця провідності шин;

$V$  – вектор напруги шин;

$I$  – вектор струмів, які підходять до шини;

$Y_{ii}$  – діагональний елемент матриці провідності шин (взаємна індуктивність шини є сумою всіх провідностей гілок приєднаних до  $i$ -ої шини)

$$Y_{ii} = y_{i0} + y_{i1} + \dots + y_{in}$$

$y_{i0}$  – сумарна реактивна провідність  $i$ -ої шині;  $Y_{ij}$  – матриця провідностей шин із позадіагональних елементів (має від'ємне значення для взаємної провідності між шинами  $i$  та  $j$ ).

Зазначається, що позадіагональний елемент  $Y_{ij}$  дорівнює нулю, якщо між  $i$  та  $j$  шинами немає ліній.

Струм шини визначається через потужності та напруги шини:

$$I_i = \frac{S_i^*}{U_i^*} = \frac{(P_{\text{мер},i} - jQ_{\text{мер},i})}{U_i^*} \quad (2.3)$$

де  $S_i^*$  – спряжений комплекс вектору потужності мережі, активна і реактивна складові потужності, яка підходить до  $i$ -тої шини:

$$P_{\text{мер},i} = P_{\text{ген},i} - P_{\text{нав},i}$$

$$Q_{\text{мер},i} = Q_{\text{ген},i} - Q_{\text{нав},i}$$

де  $P_{\text{ген},i}, Q_{\text{ген},i}, P_{\text{нав},i}, Q_{\text{нав},i}$  – активна і реактивна потужність генерації та споживання електроенергію для  $i$ -ої шини відповідно.

3 (2.1) і (2.3):

$$\frac{P_{\text{мер.}i} - j Q_{\text{мер.}i}}{U_i^*} = Y_{i1} \cdot U_1 + Y_{i2} \cdot U_2 + \dots + Y_{in} \cdot U_n \quad (2.4)$$

або

$$P_{\text{мер.}i} + j Q_{\text{мер.}i} = U_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* \cdot U_j^*, \quad n = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

(2.5) – це рівняння, яке пов'язує активну  $P$ , реактивну  $Q$  потужність і напругу  $U$  та кут  $q$ .

Початково мають бути відомі дві із зазначених змінних для розв'язку рівнянь потоків потужності та знаходження двох інших невідомих змінних.

Наступні три типи завдання вихідних даних є можливими:

Перший тип:  $PU$ -шини. Відома активна потужність  $P$  та величина модуля напруги  $|U|$ . Невідомими є реактивна потужність  $Q$  та кут  $q$ . Такий випадок, зазвичай, спостерігається для шин, під'єднаних до генераторів.

Другий тип:  $PQ$ -шини. Відомими є активна  $P$  та реактивна  $Q$  потужності. Невідомими величина  $U$  і кут напруги  $q$ . Такий випадок має місце, як правило, для шин, до яких під'єднане навантаження, або якщо є підключення до шин постійної чи нерегульованої системи.

Третій тип: опорна шина. При розрахунку потоків потужності значення втрат потужності в мережі є невідомими до кінця розв'язання рівнянь. Через це обрана шина балансуюча. Напруга  $U$  та фазовий кут для цієї шини задаються так, аби невідома величина втрат потужності визначалася для даної шини у відповідності з балансом потужності. Розрахунок потоків потужності, зазвичай, починається з того, що задається лише одна опорна, балансуюча шина. Оскільки напруга балансуючої шини задана, то визначити необхідно напругу для  $(n-1)$  шин і відповідно число рівнянь потоків потужності дорівнює  $2(n-1)$ .

У подальших розділах розглянемо методи розрахунку рівнянь потоків потужності. У таких методів є певні загальні властивості, оскільки вони відносяться до ітераційних методів обчислень через нелінійну природу рівнянь і вимагають завдання початкових умов.

## 2.2 Метод Ньютона – Рафсона

Загальний вигляд системи нелінійних рівнянь(СНР) з  $n$  змінними:

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

Для розв'язання даної СНР обираються початкові значення  $x_i^0, i = 1, 2, \dots, n$ .

Різницею між початковим значенням і остаточним рішення  $x \in \Delta x^0$ , де  $x = x^0 + \Delta x^0$  – нелінійне рішення (2.6). Отже:

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) = 0 \\ f_2(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, \dots, x_n^0 + \Delta x_n^0) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.7)$$

Застосовуючи ряди Тейлора до системи (2.7) та нехтуючи другою і вищими похідними в результаті дає

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} \Delta x_2^0 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \Delta x_n^0 = 0 \\ f_2(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} \Delta x_2^0 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \Delta x_n^0 = 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ f_n(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) + \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} \Delta x_2^0 + \dots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \Delta x_n^0 = 0 \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ f_2(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \\ \vdots \\ \vdots \\ f_n(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_{x_1^0} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_{x_1^0} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_{x_1^0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \vdots \\ \Delta x_n^0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Таким чином,  $\Delta X^0 = [\Delta x_1^0, \Delta x_2^0, \dots, \Delta x_n^0]^T$  можна обчислити з (2.9) і, відповідно, отримати нове рішення. Знайдене рішення є наближенним рішенням виходячи з того, що похідними високого порядку рядів Тейлора знехтували. Тому рішення є наближенням, тобто не фактичним. Таким чином, потрібні наступні ітерації. Рівняння ітерацій можуть виражатись так:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

і

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ f_2(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ \vdots \\ \vdots \\ f_n(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1^k} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_{x_1^k} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_{x_1^k} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_1^k} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2^k} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_{x_2^k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_{x_1^k} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_{x_2^k} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_{x_n^k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1^k \\ \Delta x_2^k \\ \vdots \\ \Delta x_n^k \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Ітерація зупиняється при виконанні наступної умови

$$\max |\Delta x_i| \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n$$

де  $\varepsilon$  – мале додаткове число, представляє прийнятну точність ітерацій.

Матричному вигляду рівнянь (2.10) і (2.11) мають такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} F(X^k) &= -J^k \cdot \Delta X^k \\ X^{k+1} &= X^k + \Delta X^k \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

де  $J(n \times n)$  матриця Якобі.

Наведені вище математичні принципи є справедливими для нелінійних рівнянь потоків потужності, як в полярній, так і в прямокутній системі координат [6].

Матриця Якобі:

$$J = \left[ \frac{\partial f_j}{\partial x_k} \right]_{\substack{j=1, \dots, m \\ k=1, \dots, n}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

де  $m$  – число рівнянь системи  $\{f_1(x_1, \dots, x_n), f_m(x_1, \dots, x_n)\}$  зі змінними  $x_1, \dots, x_n$ .

Градієнт функції  $f(x)$  в т.  $(x_1, \dots, x_n)$  – це вектор  $\mathbb{R}^n$  або  $\mathbb{C}^n$  ( $m=1$ ).

$$\text{grad}(f) = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

Фактично, при потребі у дослідженні нелінійної функції, її розкладають за формулою Тейлора та залишають лише перші дві складові:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \dots$$

Іншими словами нелінійна функція підлягає заміні на лінійну.

Проте якщо  $f(u, v)$  – це функція кількох змінних, то формула приймає вигляд

$$f_j(u, v) = f_j(u_0, v_0) + \frac{\partial f}{\partial u}(u - u_0) + \frac{\partial f}{\partial v}(v - v_0) + \dots$$

### 2.2.1 Розрахунок потоків потужності в полярній системі координат

У полярних координатах вектор напруги та активну і реактивну потужності (2.5) виражають таким чином:

$$\underline{U}_i = U_i \cdot (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (2.13)$$

$$P_i = U_i \cdot \sum_{j=1}^n U_j \cdot (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \quad (2.14)$$

$$Q_i = U_i \cdot \sum_{j=1}^n U_j \cdot (G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij}) \quad (2.15)$$

де  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$  – різниця кутів між  $i$  та  $j$  шинами.

Для системи з  $n$ -шинами залежно від типу шин приймають, що мережа утворена з  $PQ$ -шин ( $1 \rightarrow m$ ),  $PV$ -шин ( $m+1 \rightarrow n-1$ ) і  $n$ -шина балансуюча.

Отже, величини напруги  $U_{m+1} \rightarrow U_{n-1}$  відомі, як і для балансуючої шини напруга  $U_n$  і кут  $\delta_n$ . Невідомими виступають величини кутів для  $n-1$  шин, а також величини напруги для  $m$  шин. Дляожної шини мережі задані різниця між встановленою та фактичною активними потужностями:

$$\Delta P_i = P_{\text{есм}} - P_i = P_{\text{есм}} - U_i \cdot \sum_{j=1}^{n-1} U_j \cdot (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \quad (2.16)$$

Таким самим чином, дляожної з  $PQ$ -шин визначають різницю реактивної потужності

$$\Delta Q_i = Q_{\text{scm}} - Q_i = Q_{\text{scm}} - U_i \cdot \sum_{j=1}^n U_j \cdot (G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij}) \quad (2.17)$$

Враховуючи (2.12) ці вирази приймають вид:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} &= -J \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ U_D^{-1} \cdot \Delta U \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

де

$$\Delta P = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \dots \\ \Delta P_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \Delta Q = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Q_m \end{bmatrix}, \quad \Delta \delta = \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \dots \\ \Delta \delta_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \dots \\ \Delta U_m \end{bmatrix}, \quad U_D = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_m \end{bmatrix},$$

$H$  – матриця розміром  $(n-1) \times (n-1)$  з елементами  $H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}$ ,

$N$  – матриця розміром  $(n-1) \times m$  з елементами  $N_{ij} = U_j \cdot \left( \frac{\partial P_i}{\partial U_j} \right)$ ,

$M$  – матриця розміром  $m \times (n-1)$  з елементами  $M_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}$ ,

$L$  – матриця розміром  $m \times m$  з елементами  $L_{ij} = U_j \cdot \left( \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} \right)$ .

За визначенням недіагональні елементи  $i \neq j$  матриці Якобі можуть бути обчислені, за співвідношенням

$$\left. \begin{aligned} H_{ij} &= -U_i \cdot U_j (G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij}) \\ N_{ij} &= -U_i \cdot U_j (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \\ M_{ij} &= U_i \cdot U_j (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \\ L_{ij} &= -U_i \cdot U_j (G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Аналогічно мають місце співвідношення для знаходження діагональних елементів  $i = j$  матриці Якобі

$$\left. \begin{aligned} H_{ii} &= U_i^2 \cdot B_{ii} + Q_i \\ N_{ii} &= -U_i^2 \cdot Q_{ii} - P_i \\ M_{ii} &= U_i^2 \cdot Q_{ii} - P_i \\ L_{ii} &= U_i^2 \cdot B_{ii} - Q_i \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Алгоритм розрахунків, який описує послідовність знаходження потоків потужності по методу Ньютона–Рафсона у полярній СК зображений на рис. 2.1.

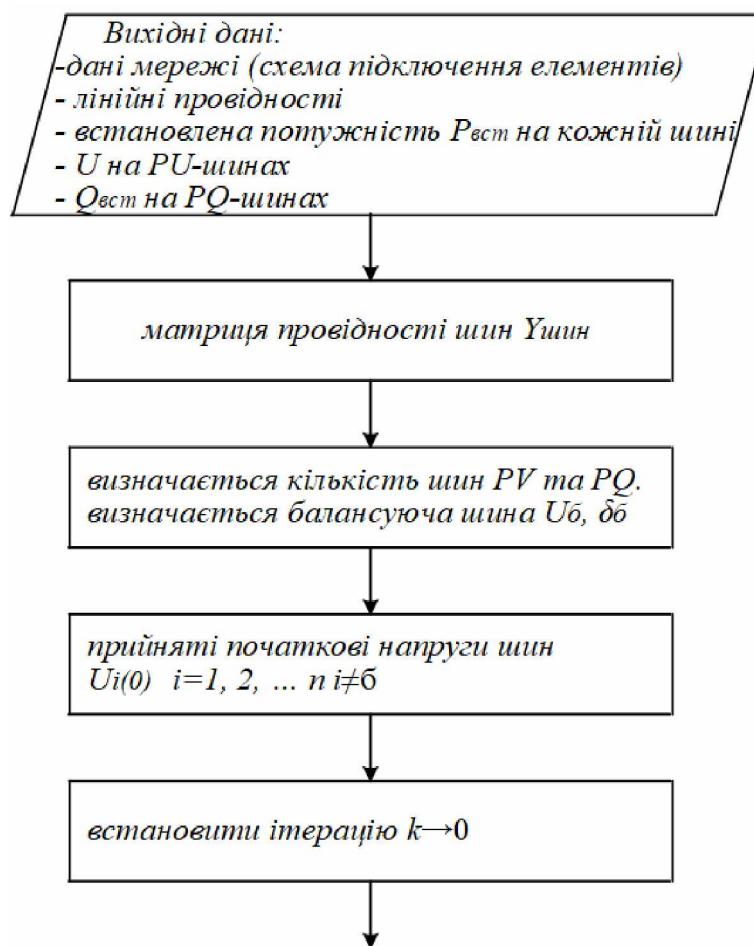
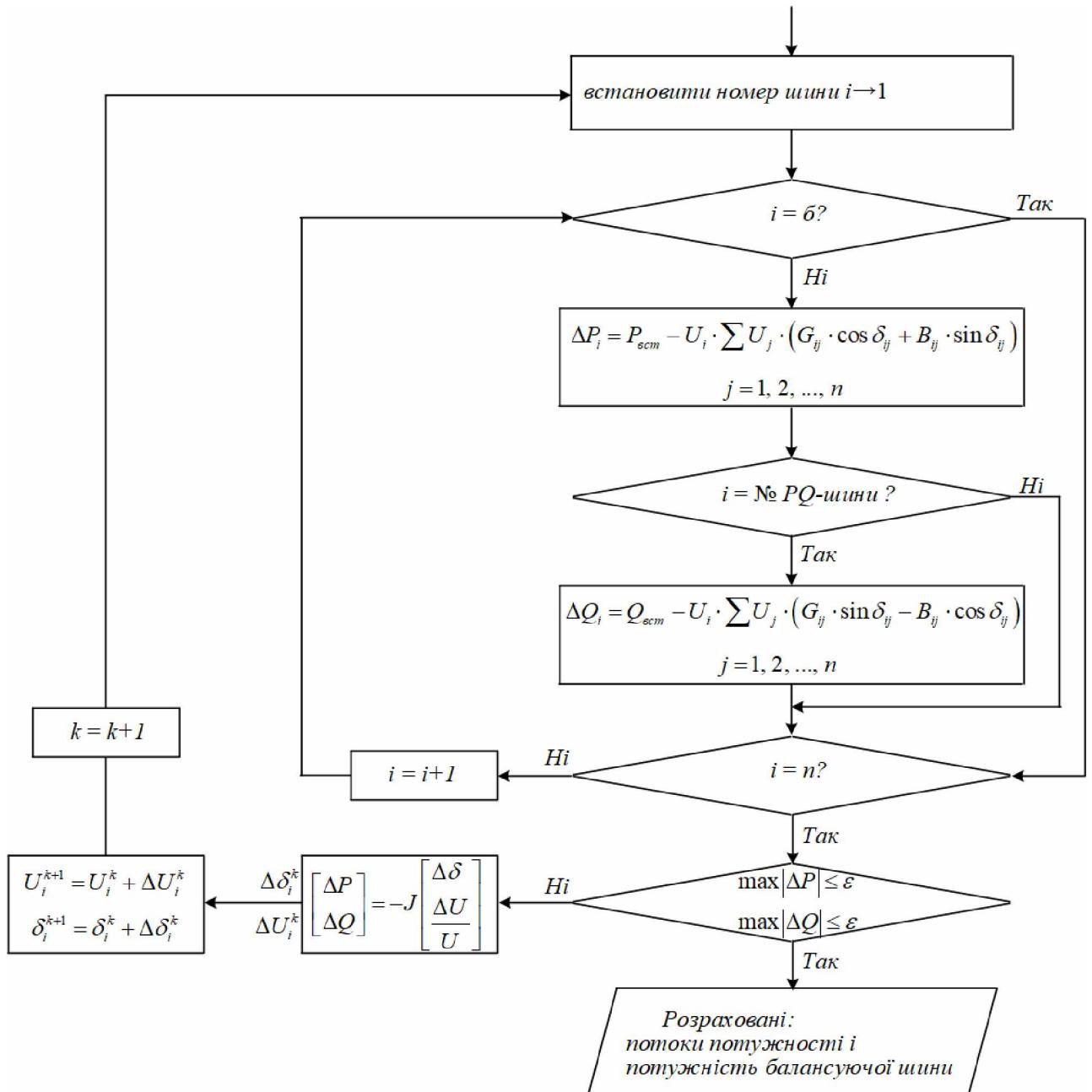


Рисунок 2.1 – Алгоритм розрахунків



## Продовження рисунку 2.1

### 2.2.2 Розрахунок потоків потужності в прямокутній системі координат

Згідно з (2.5) у прямокутній СК напруга й активна і реактивна потужності можна виразити таким чином:

$$\left. \begin{aligned} U_i &= e_i + j \cdot f_i \\ P_i &= e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ Q_i &= f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Для кожної  $PQ$ -шини в мережі визначаються відмінності між встановленою та генерованою активною та реактивною потужностями[7]

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{\text{есм}} - P_i = P_{\text{есм}} - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ \Delta Q_i &= Q_{\text{есм}} - Q_i = Q_{\text{есм}} - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Аналогічним чином для кожної  $PU$ -шини можливо записати такі залежності:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{\text{есм}} - P_i = P_{\text{есм}} - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ \Delta U_i^2 &= U_{\text{есм}}^2 - U_i^2 = U_{\text{есм}}^2 - (e_i^2 + f_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Рівняння (2.22) та (2.23) включають  $2(n-1)$  рівнянь:

- $(n-1)$  рівнянь представляють собою активну потужність на всіх шинах, окрім балансуючої шини;
- інші  $(n-1)$  рівнянь складаються з  $m$  рівнянь, які представляють собою реактивну потужність  $PQ$ -шин;
- $(n-m-1)$  рівнянь, які представляють АС72 для  $PU$ -шин.

Розкладши рівняння на ряди Тейлора в лінеаризованій формі знахтуємо похідними другого порядку та вище. Тоді за методом Ньютона-Рафсона рівняння  $\Delta F = -J \cdot \Delta U$  можуть бути записані як

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \dots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Q_m \\ \Delta U^2_{m+1} \\ \dots \\ \Delta U^2_{n-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta Q_{m-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial \Delta U^2_{m+1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta U^2_{m+1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta U^2_{m+1}}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta U^2_{m+1}}{\partial f_{n-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Delta U^2_{n-1}}{\partial e_1} & \dots & \frac{\partial \Delta U^2_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial \Delta U^2_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial \Delta U^2_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_2 \\ \dots \\ \Delta e_{n-1} \\ \Delta f_1 \\ \dots \\ \Delta f_{m+1} \\ \dots \\ \Delta f_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Рівняння (2.24) приймають вигляд

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta U^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \\ J5 & J6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Для всіх шин системи ( $1 \rightarrow n-1$ ), окрім балансуючої  $n$ -шини:

$$\Delta P = [\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_{n-1}]^T,$$

$$\Delta e = [\Delta e_1, \Delta e_2, \dots, \Delta e_{n-1}]^T,$$

$$\Delta f = [\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_{n-1}]^T$$

$J1$  – матриця розмірами  $(n-1) \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - G_{ii} e_i - B_{ii} f_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -(G_{ij} e_i + B_{ij} f_i) \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.26)$$

$J2$  – матриця розмірами  $(n-1) \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - G_{ii} e_i - B_{ii} f_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = -(G_{ij} f_i - B_{ij} e_i) \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.27)$$

Для  $PQ$ -шин ( $1 \rightarrow m$ ):

$$\Delta Q = [\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_m]^T$$

$J3$  – матриця розмірами  $m \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) - G_{ii} f_i + B_{ii} e_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = (G_{ij} f_i - B_{ij} e_i) \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.28)$$

$J4$  – матриця розмірами  $m \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = -\sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + G_{ii} e_i + B_{ii} f_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = (G_{ij} e_i + B_{ij} f_i) \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.29)$$

Для PU-шин  $(m+1 \rightarrow n-1)$

$$\Delta U^2 = [\Delta U_{m+1}^2, \Delta U_{m+2}^2, \dots, \Delta U_{n-1}^2]^T$$

$J5$  – матриця розмірами  $(n-m-1) \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j} = -2 e_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j} = 0 \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.30)$$

$J6$  – матриця розмірами  $(n-m-1) \times (n-1)$ , з елементами, які розраховуються за формулою:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j} = -2 f_i \quad \text{for } i = j \\ \frac{\partial U_i^2}{\partial e_j} = 0 \quad \text{for } i \neq j \end{array} \right\} \quad (2.31)$$

Етапи рішення такі ж, як і у випадку використання полярних координат у розділі 2.2.1.

### 2.3 Метод Гауса – Зейделя

Аналогічно, система  $n$  нелінійних рівнянь з  $n$  невідомими змінними:

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \cdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.32)$$

Його розв'язок формуються наступним чином:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_2 = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \cdots \\ x_n = g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array} \right\} \quad (2.33)$$

Початкові умови, прийняті на першій ітерації, підставляються в рівняння (2.33), для отримання нового рішення, яке потім використовується на наступній ітерації. Отже, на  $k$ -й ітерації нове рішення знаходиться так

$$\left. \begin{array}{l} x_1^{k+1} = g_1(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ x_2^{k+1} = g_2(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ \cdots \\ x_n^{k+1} = g_n(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \end{array} \right\} \quad (2.34)$$

Ітераційний процес припиняється, при виконанні умови:

$$\max |x_i^{k+1} - x_i^k| \leq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

До цього моменту – це метод Гауса. Після внесених модифікацій він став називатися методом Гаусса–Зейделя. Головним чином модифікація стосується прискорення ітерацій і зменшення часу обчислення, за рахунок скорочення числа ітерацій. Його основа полягає у заміні нових значень змінних у цій же ітерації при розрахунку наступної змінної, а не на очікуванні наступного ітераційного кроку. Модифікована формула для ітерації має вигляд:

$$\left. \begin{array}{l} x_1^{k+1} = g_1(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ x_2^{k+1} = g_2(x_1^{k+1}, x_2^k, \dots, x_n^k) \\ \cdots \cdots \cdots \\ x_n^{k+1} = g_n(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{n-1}^{k+1}, x_n^k) \end{array} \right\} \quad (2.36)$$

або

$$x_i^{k+1} = g_i(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{i-1}^{k+1}, x_i^k, \dots, x_n^k) \quad (2.37)$$

Застосовуючи даний метод до мережі з  $n$ -шинами у її складі, упорядкованими наступним чином:  $1 \rightarrow m$  шини – це  $PQ$ -шини,  $m \rightarrow n-1$  шини – це  $PU$ -шини, балансуюча  $n$  шина, і дляожної шини можна записати

$$\underline{U}_i = \frac{1}{Y_{ij}} \left[ \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} \underline{U}_j \right], \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.38)$$

Отже, на  $k$ -й ітерації відповідно до модифікованого методу:

$$\underline{U}_i^{k+1} = \frac{1}{Y_{ij}} \left[ \frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^{*k}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \underline{U}_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} \underline{U}_j^k \right], \quad (2.39)$$

*PQ*-шини: величини активних і реактивних потужностей відомі.

Використовують рівняння (2.39) для ітераційних обчислень при прийнятій напрузі шин.

*PU*-шини: величина активної потужності і напруга відомі. Отже, напруга фіксується встановленим значенням, а кут розраховується, як наведено нижче.

Напруга є комплексною величиною і записується як  $\underline{U}_i = e_i + j \cdot f_i$ .

Отже, забезпечується твердження  $|U_{i(\text{scm})}|^2 = |e_i|^2 + |f_i|^2$ . Відповідно,

обов'язкова умова полягає у тому, щоб фазний кут встановленої напруги та кут розрахованої напруги  $\delta_i$  були рівні. Крім того, також коригуються складові розрахованої напруги. На  $k$ -ій ітерації кут  $\delta_i$ :

$$\delta_i^k = \tan^{-1} \left[ \frac{f_i^k}{e_i^k} \right] \quad (2.40)$$

Після цього перераховуються компоненти розрахункової напруги

$$\begin{cases} e_{i(\text{adj})}^k = |U_{i(\text{scm})}| \cos \delta_i^k \\ f_{i(\text{adj})}^k = |U_{i(\text{scm})}| \sin \delta_i^k \end{cases} \quad (2.41)$$

та реактивна потужність

$$Q_i^k = \text{Im} \left[ \underline{U}_i^k \cdot \underline{I}_i^{*k} \right] = \text{Im} \left[ \underline{U}_i^k \cdot \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}^* \cdot \underline{U}_j^{*k+1} + \sum_{j=i}^n Y_{ij}^* \cdot \underline{U}_j^{*k} \right] \quad (2.42)$$

Користуючись складовими напруги (2.41) та відповідною реактивною потужністю (2.42) розраховуються напруги  $\underline{U}_i^{k+1}$ . Варто відзначити, що на джерела реактивної потужності накладаються обмеження таким чином, щоб у

випадку порушення обмежень значення реактивної потужності було би зафіксоване на максимально допустимому значенні.  $PU$ -шина приймається як  $PQ$ -шина, а величина необхідної напруги нехтується.

Зрештою, коли ітераційний процес сходиться, а ітерації зупиняються, ми отримуємо значення, модуль і кут напруг, активна та реактивна потужності на всіх шинах. Після цього розраховуються потоки потужності в лініях через вузлову провідність  $y_{i0}$  і взаємні провідності  $y_{ij}$ :

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \underline{U}_i \cdot \underline{I}_j^* = \underline{U}_i^2 y_{i0} + \underline{U}_i (\underline{U}_i^* - \underline{U}_j^*) y_{ij}^* \quad (2.43)$$

потужність на балансуючій шині:

$$P_n + jQ_n = \underline{U}_n \sum_{j=1}^n Y_{nj}^* \cdot \underline{U}_j^* \quad (2.44)$$

Алгоритм розрахунків, який демонструє етапи розв'язання потоків потужності по методу Гауса – Зейделя, зображеного на рисунку 2.2.

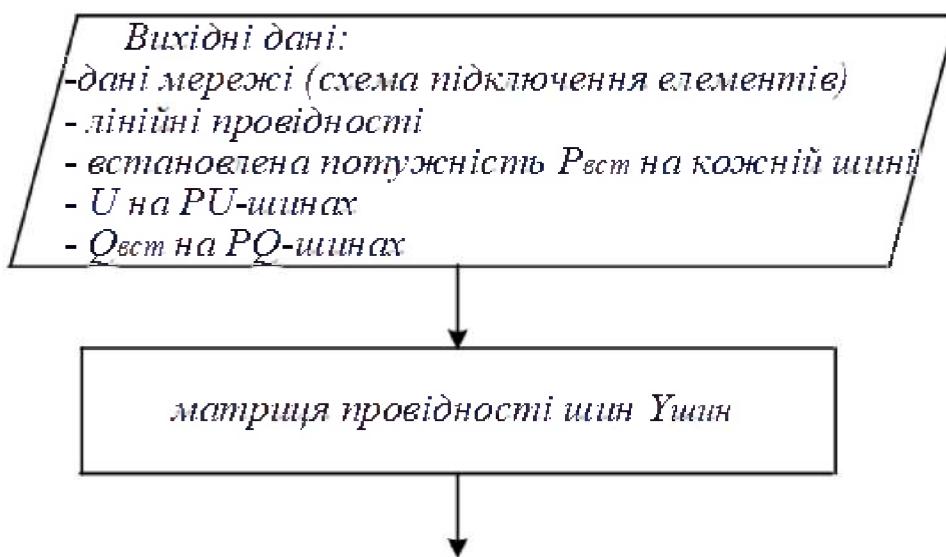
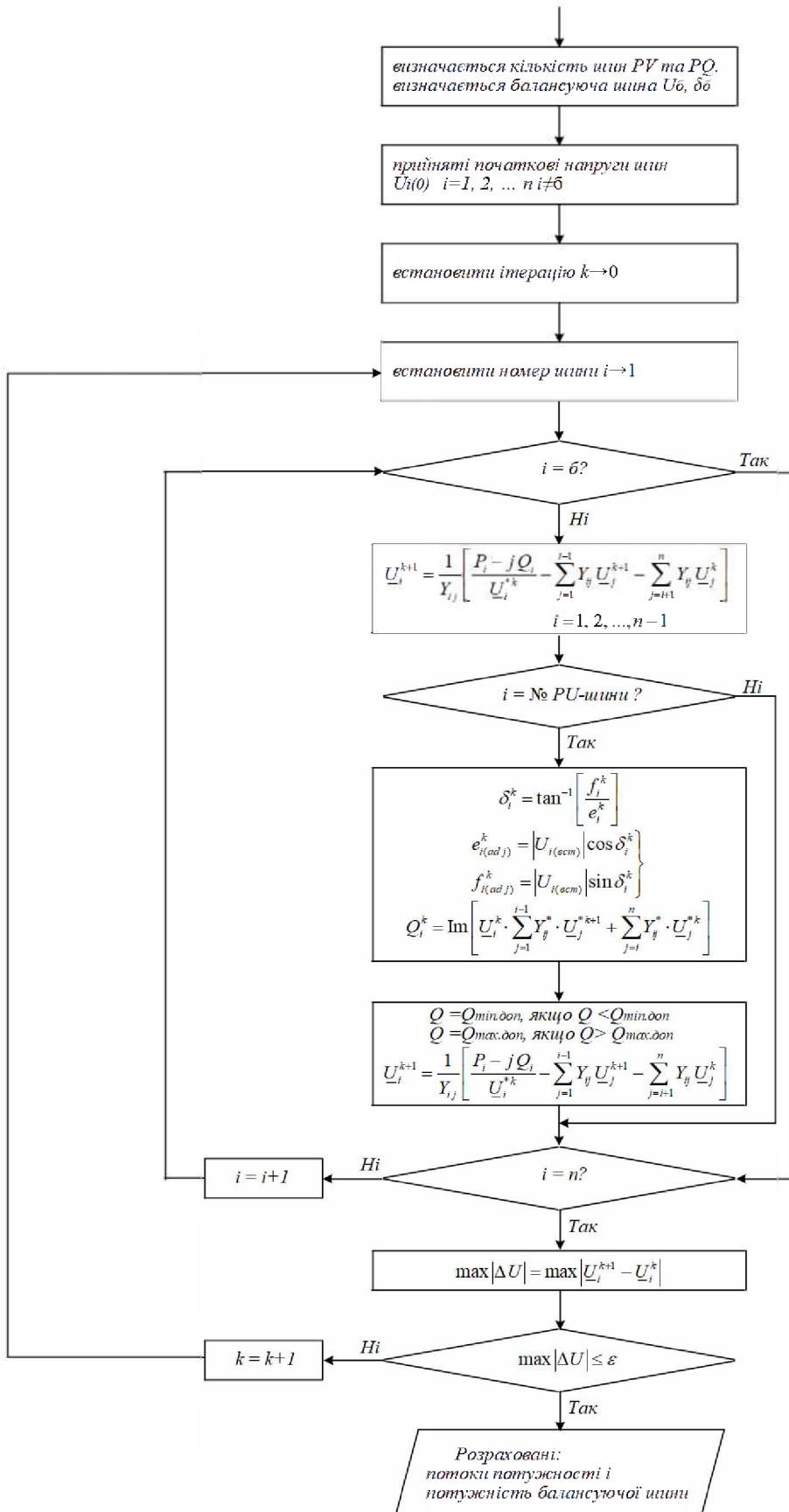


Рисунок 2.2 – Алгоритм розрахунків



Продовження рисунку 2.2

## 2.4 Градієнтний метод

Даний метод базується на спрощеннях, за рахунок яких ітерації потоків потужності прискорюються, водночас забезпечується потрібна точність результатів.

Наприклад, при розв'язанні потоків потужності методом Ньютона-Рафсона з висока точність рішення без спрощень досягається перерахунком елементів матриці Якобі на кожній ітерації. Тому збільшення ітерацій, несе значну витрату часу на розрахунки. [8]

Спрощення основуються на ігноруванні впливу величини напруги на активну та величини кута на реактивну потужності. Це можна обґрунтувати тим фактом, що в реальних системах індуктивність істотно перевищує активний опір.

Якщо прийняти, що  $\frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_i} \approx 0$  і  $\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} \approx 0$ , рівняння (2.18)

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ U_D^{-1} \cdot \Delta U \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ U_D^{-1} \cdot \Delta U \end{bmatrix}$$

Тому

$$\left. \begin{array}{l} \Delta P = -H \cdot \Delta \delta \\ \Delta Q = -L \cdot U_D^{-1} \cdot \Delta U \end{array} \right\} \quad (2.45)$$

Іще одне спрощення в рівнянні (2.45) відноситься до кута між напругами на початку і в кінці лінії  $\delta_{ij}$ . Його величина незначна, а тому приймається  $\delta_{ij} = 0$ .

Тоді

$$\cos(\delta_{ij}) = \cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$$

$$G_{ij} \cdot \sin(\delta_{ij}) \ll B_{ij}$$

Припустимо, що

$$Q_i \ll U_i^2 \cdot B_{ij}$$

тоді елементи двох підматриць  $H$  і  $L$

$$\left. \begin{array}{l} H_{ij} = -\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = U_i \cdot U_j \cdot B_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n-1 \\ L_{ij} = -\frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = U_i \cdot U_j \cdot B_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \end{array} \right\} \quad (2.46)$$

Отже матриці можна записати так:

$$[H] = \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,n-1} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n-1,1} & B_{n-1,2} & \dots & B_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_{n-1} \end{bmatrix} = U \cdot B' \cdot U$$

i

$$[L] = \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,m} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{m,1} & B_{m,2} & \dots & B_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_m \end{bmatrix} = U \cdot B'' \cdot U \quad (2.47)$$

де

$$B' = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,n-1} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n-1,1} & B_{n-1,2} & \dots & B_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \text{ і } B'' = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,m} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{m,1} & B_{m,2} & \dots & B_{m,m} \end{bmatrix}$$

Після підстановки (2.47) в (2.45):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta P}{U} &= -B' \cdot U \cdot \Delta \delta \\ \frac{\Delta Q}{U} &= -B'' \cdot \Delta U \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Відомо, що складові матриць  $-B'$  і  $-B''$  в (2.48) є уявною частиною відповідних компонентів матриці провідності шини. Для конкретної конфігурації енергетичної системи матриці  $B'$  і  $B''$  – це постійні, симетричні, дійсні та розрідженні матриці. Вони задаються один раз тільки на початку дослідження, у вигляді матриць потоків електроенергії в моделі.

Рівняння (2.48) у матричному вигляді

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{U_1} \\ \frac{\Delta P_2}{U_2} \\ \dots \\ \frac{\Delta P_{n-1}}{U_{n-1}} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,n-1} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n-1,1} & B_{n-1,2} & \dots & B_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \cdot \Delta \delta_1 \\ U_2 \cdot \Delta \delta_2 \\ \dots \\ U_{n-1} \cdot \Delta \delta_{n-1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_1}{U_1} \\ \frac{\Delta Q_2}{U_2} \\ \dots \\ \frac{\Delta Q_m}{U_m} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1,m} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{m,1} & B_{m,2} & \dots & B_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \dots \\ \Delta U_m \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Розв'язок градієнтним методом потребує більше ітерацій, аніж метод Ньютона-Рафсона, проте значно менше витрачається часу на одну ітерацію, і потужності знаходяться швидше. Даний метод застосовується, коли необхідно

забезпечити аналіз та контроль у режимі реального часу. В наступному розділі, розглянемо ці методи відносно реальної схемі мережі та проведемо їх порівняння.

## 2.5 Висновки за розділом

Практичні методи розв'язання потоків потужності в електричних мережах мають важливе значення через те, що дозволяють:

- проводити моделювання фізичні процеси, які протікають в електричних системах;
- використовувати сучасні прикладні програми, які покликані видавати результати швидко та зручно для сприйняття;
- отримані значення застосовувати при організації порядку управління та прогнозування режимів електроенергетичних систем.

### РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ МЕРЕЖІ

Розглянемо ділянку електричної мережі 330 кВ (рис. 3.1) та проаналізуємо режими роботи електричної мережі несиметричне навантаження.

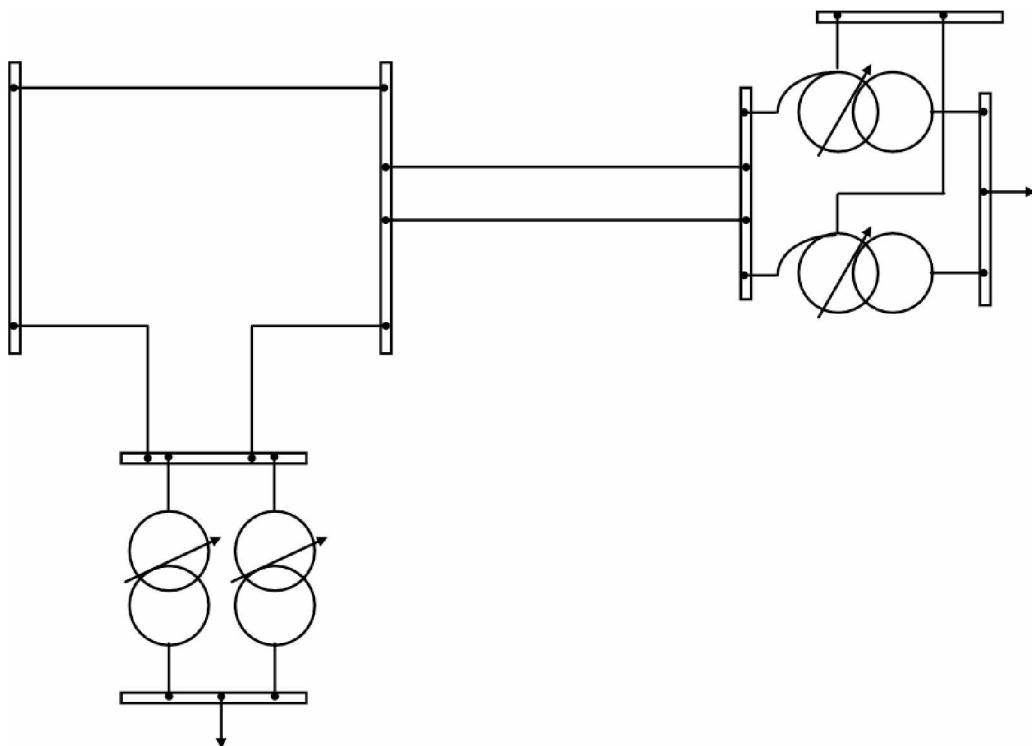


Рисунок 3.1 – Дослідна схема

Основою схеми є електрична мережа номінальною напругою 330 кВ, із одним джерелом живленням. Конфігурація електричної мережі змішана: кільцева та радіальна. У кільцевій схемі присутні три одноланцюгові лінії електропередачі 330 кВ. Для них враховуються всі елементи (два поздовжні і два поперечні).

У першому вузлі під'єднана двотрансформаторна підстанція з двообмотковими силовими трансформаторами з класами напруги 110/10 кВ. Від другого вузла віходить дволанцюгова лінія електропередачі до другої двотрансформаторної підстанції. На цій підстанції встановлені силові автотрансформатори з класами напруги 330/110/10 кВ.

Дослідження режимів проводились із застосуванням програмного продукту PowerFactory.

### 3.1 Етапи розробки схеми дослідження

Розподільчий пристрій джерела живлення – дві системи шин (див. рис.3.2). Шиноз’єднувальний вимикач (CB0) у нормальному режимі відключено, а його роз’єднувачі ISO.1 і ISO.2 включені. До першої системи шин під’єднаний зв’язок із енергосистемою (вимикач CB4) і з лінією Л1 (вимикач CB3). До другої системи шин під’єднаний зв’язок із енергосистемою (вимикач CB1) і з лінією Л2 (вимикач CB2).

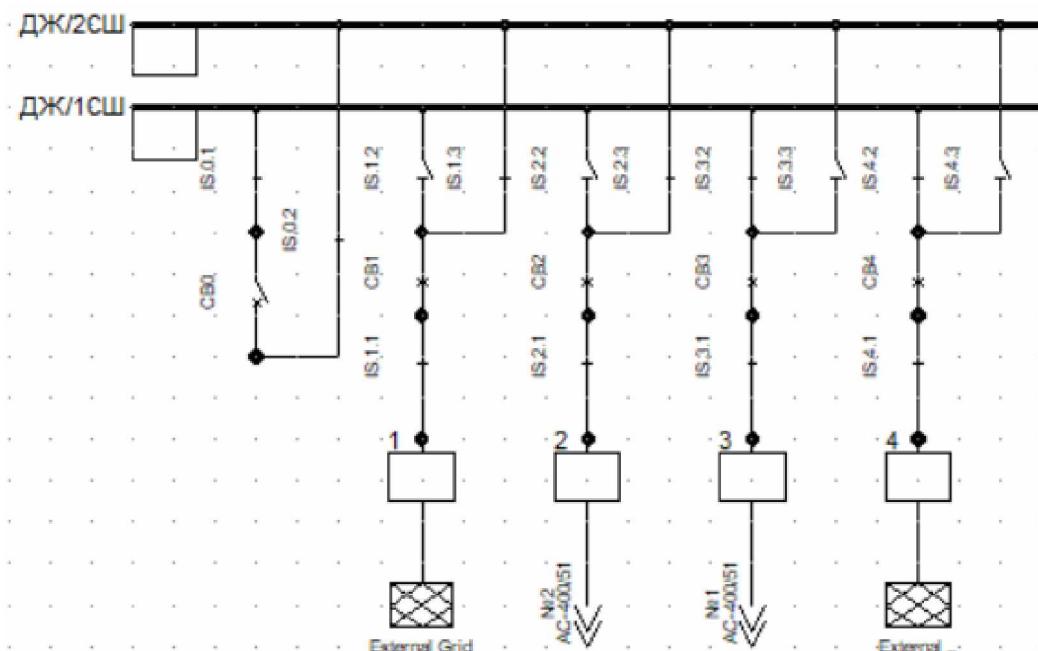


Рисунок 3.2 – Модель двох систем шин 330 кВ джерела живлення

Енергосистема має незмінні параметри – система нескінченної потужності. Ступінь впливу рівня напруги на величину втрат потужності не було досліджено, відповідно уставка напруги – номінальна, тобто 1 в. о. (рис.3.3).

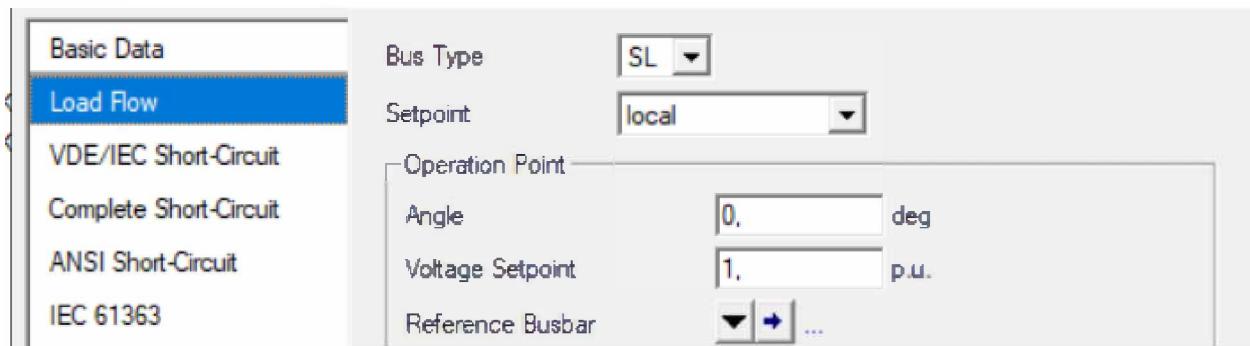


Рисунок 3.3 – Параметри джерела живлення

Проводи ліній електропередачі були занесені до бази даних, як показано на рис.3.4, їх параметри визначені, як на рис. 3.5.

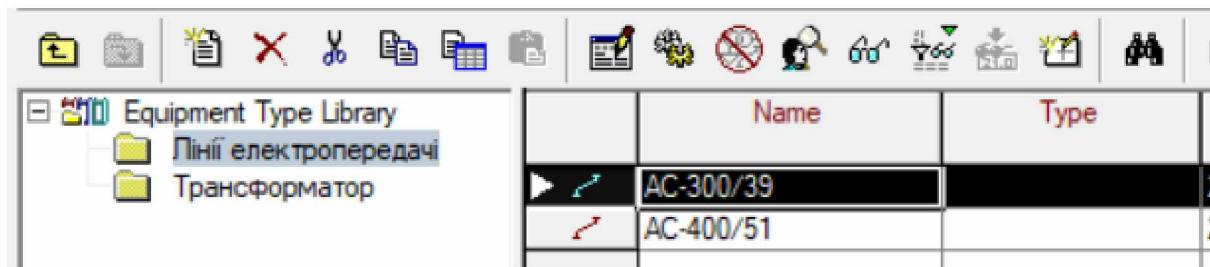


Рисунок 3.4 – Бібліотека(база даних) типів обладнання

Рисунок 3.5 – Задавання параметрів ЛЕП

Для повітряних ЛЕП потрібно враховувати нагрів, який виражається активним опором  $r$ , внутрішнє і зовнішнє електромагнітне поле, яке виражається індуктивним опором  $x$ , іонізацію повітря навколо проводу, яка виражається активною провідністю  $g$ , діелектричні втрати, яка виражається ємнісною провідністю  $b$ . [9]

Трансформатори аналогічним чином були внесені до база даних. Трансформатор задають поздовжніми параметрами (рис. 3.6), а саме: активним і реактивним опорами, які визначаються через номінальну потужність, напруги, втрати активної потужності, і напругу короткого замикання. Також він задається поперечними параметрами: активною та реактивною провідністю, вони в свою чергу визначаються втратами активної потужності холостого ходу, струмом холостого ходу (рис. 3.7).

2-Winding Transformer Type - Equipment Type Library\Трансформатор\ТРДНС-40000/330.TypTr2

Basic Data	
Name	ТРДНС-40000/330
Technology	Three Phase Transformer
Rated Power	40. MVA
Nominal Frequency	50. Hz
Rated Voltage	
HV-Side	330. kV
LV-Side	10.5 kV
Vector Group	
HV-Side	YN
LV-Side	D
Phase Shift	11. *30deg
Name	YNd11
Positive Sequence Impedance	
Short-Circuit Voltage uk	11. %
Copper Losses	180. kW
Zero Sequence Impedance	
Short-Circuit Voltage uk0	11. %
SHC-Voltage (Re(uk0)) uk0r	0. %

Рисунок 3.6 – Поздовжні параметри трансформатора

2-Winding Transformer Type - Equipment Type Library\Трансформатор\ТРДНС-40000/330.TypTr2

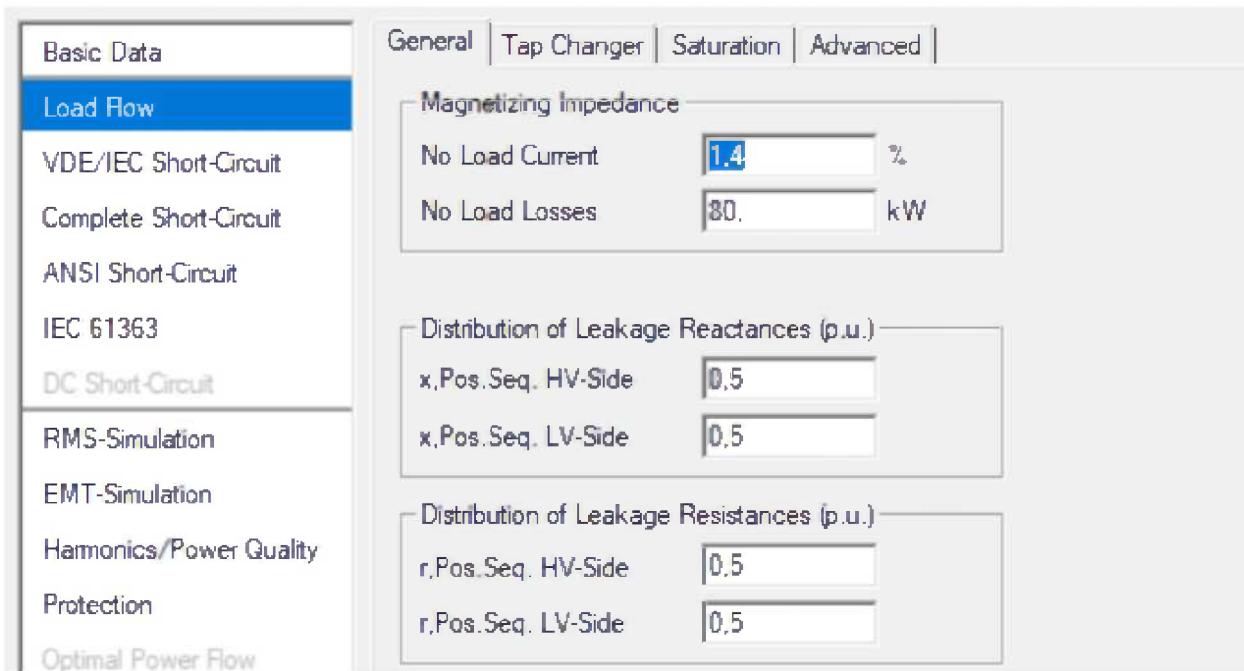


Рисунок 3.7 – Поперечні параметри трансформатора

Параметри пристрою регулювання напруги задаються в окремому вікні – рис.3.8. Тут задається сторона встановлення пристрою, процент зміни напруги, мінімальне та максимальне можливе відгалуження пристрою.

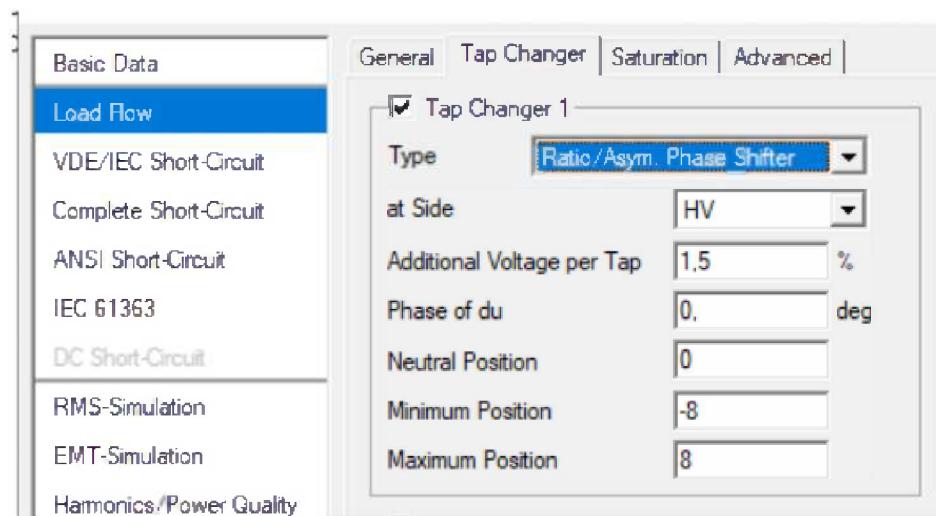


Рисунок 3.8 – Вікно параметрів пристрою регулювання

У цьому ж вікні задаються бажані уставки напруги (рис.3.9), вони визначають сторону регулювання напруги, межі відхилення напруги згідно з методом зустрічного регулювання напруги.

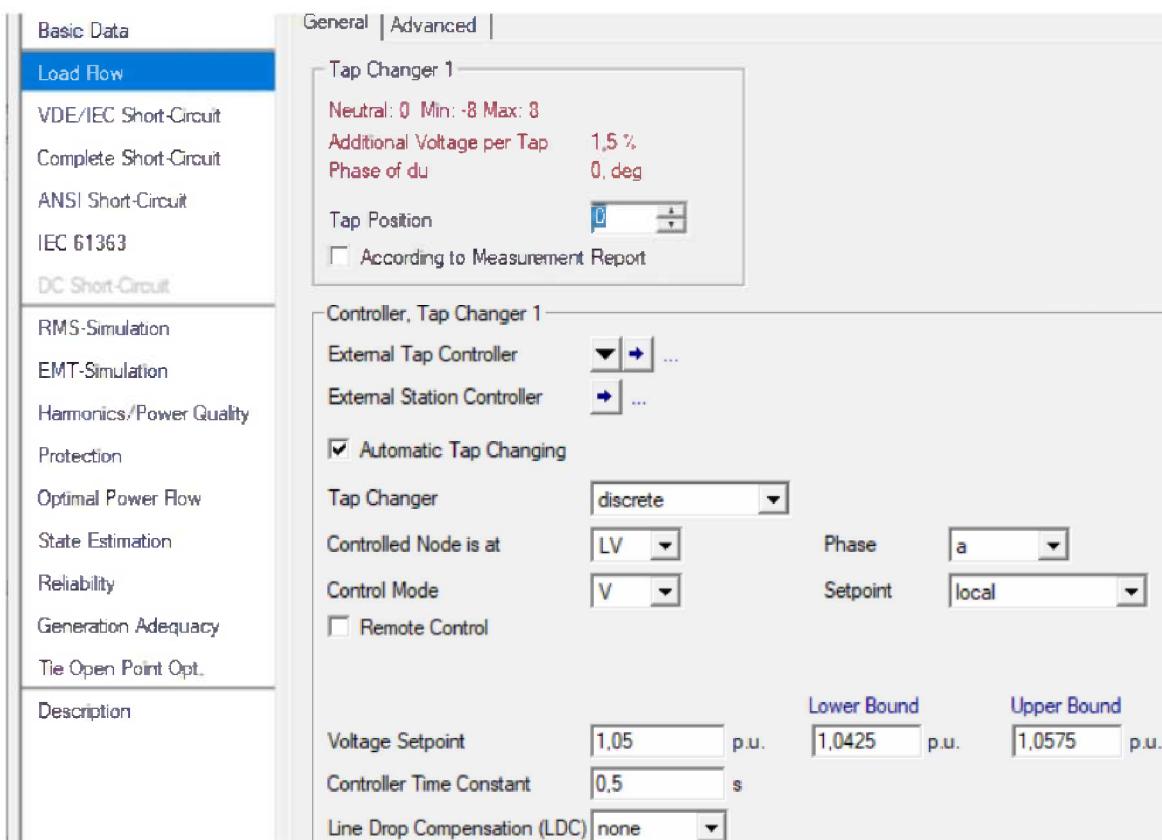


Рисунок 3.9 – Вікно уставок пристрою регулювання

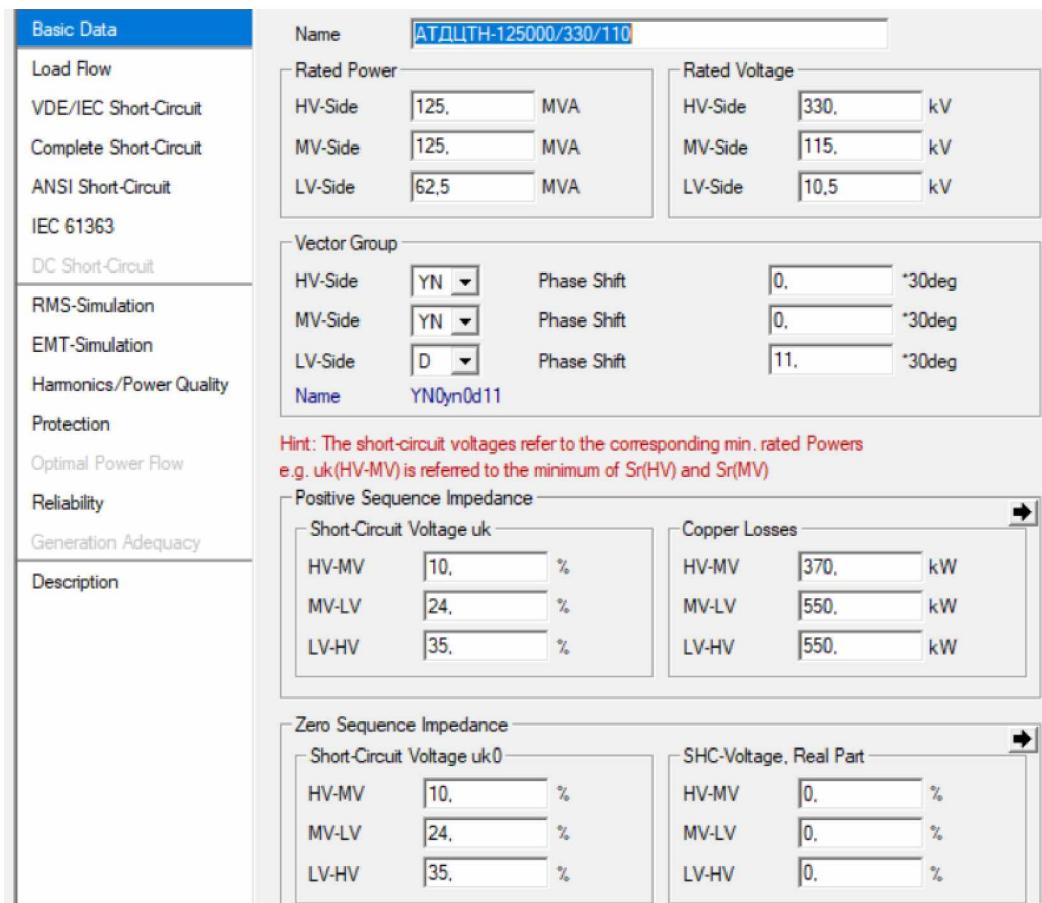


Рисунок 3.10 – Вікно параметрів поздовжньої гілки автотрансформатора

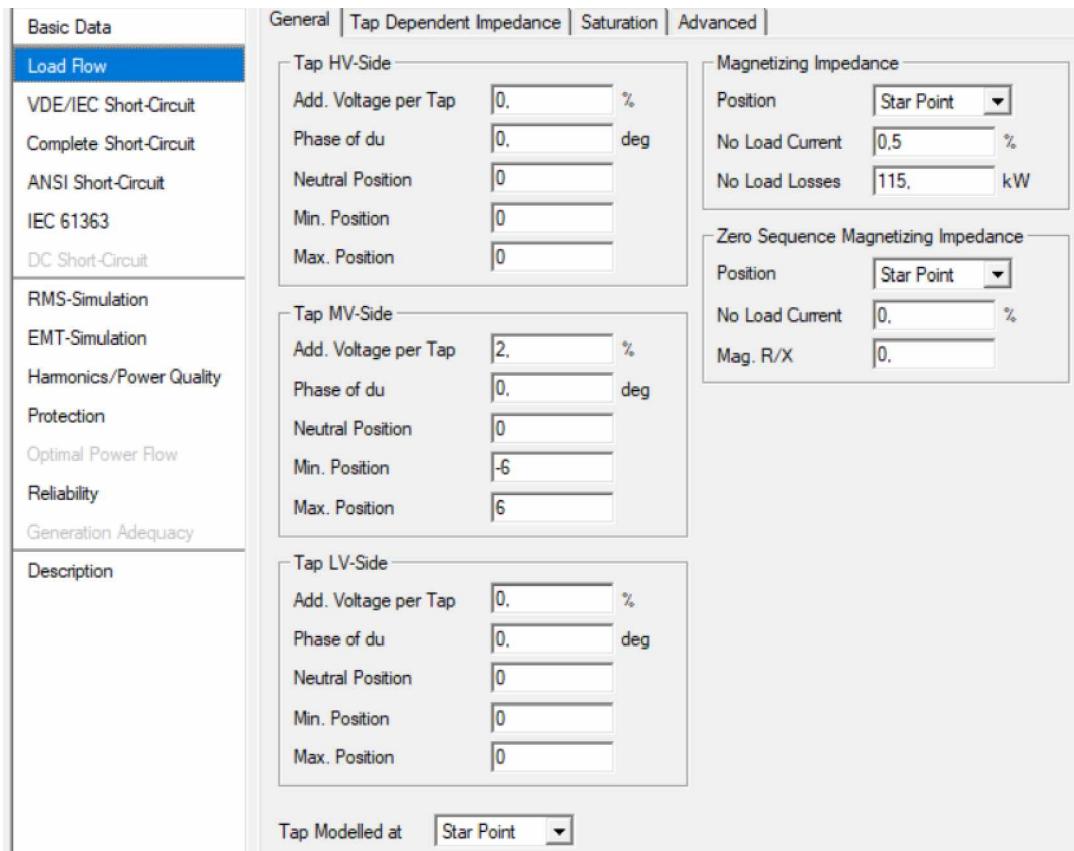


Рисунок 3.11 – Вікно параметрів поперечної гілки автотрансформатора

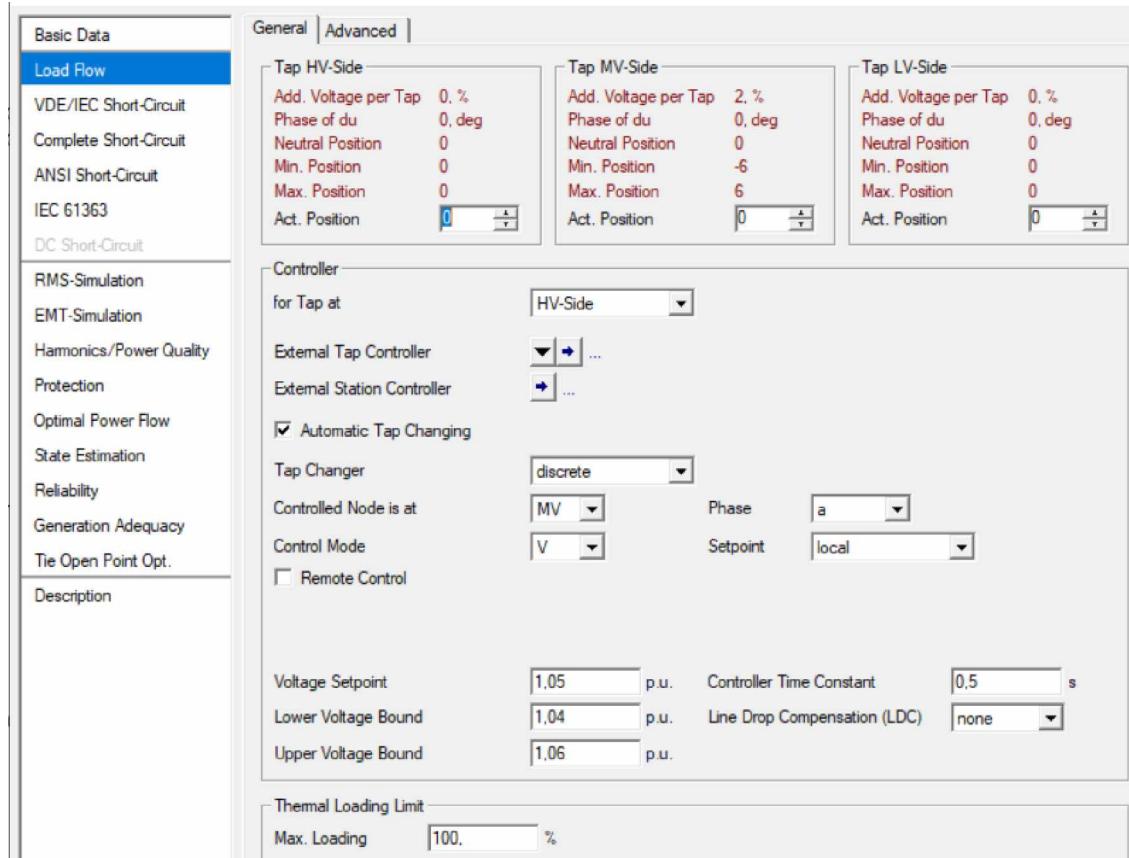


Рисунок 3.12 – Вікно параметрів і уставок пристрою регулювання

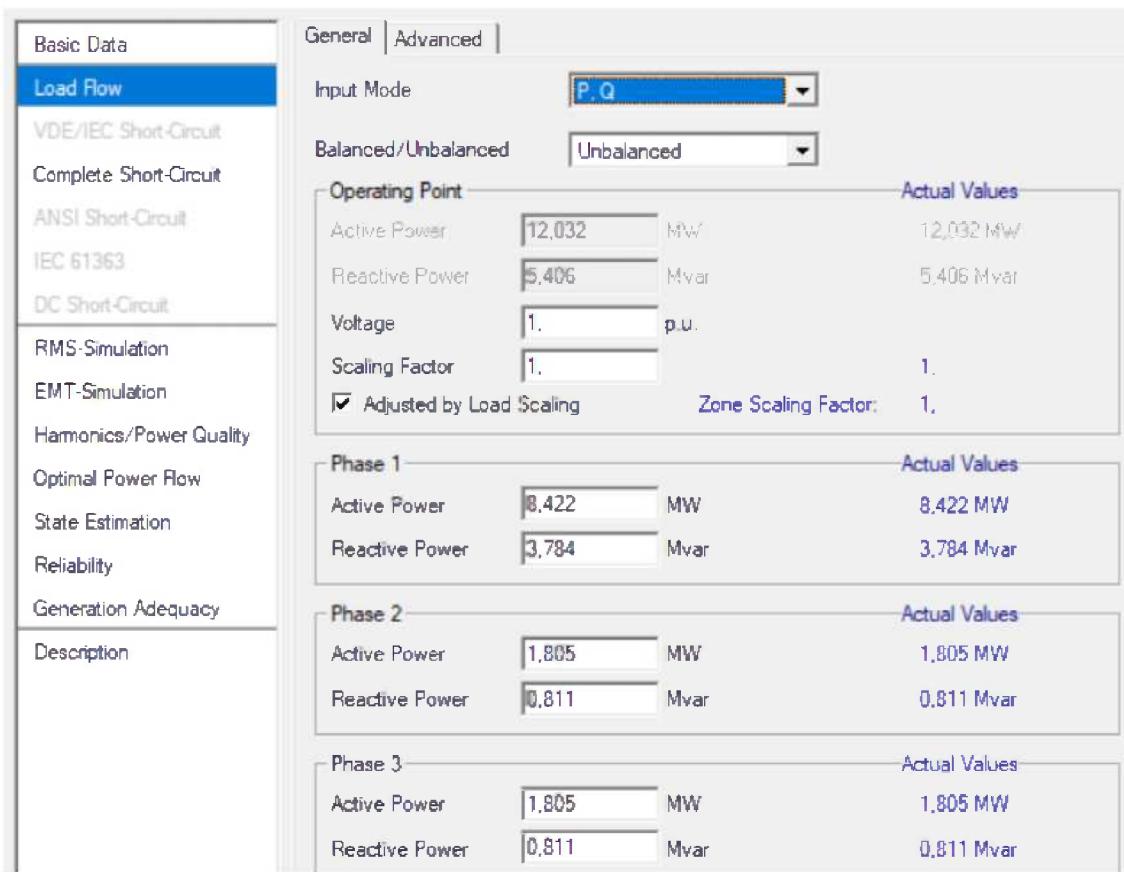


Рисунок 3.13 – Вікно параметрів навантаження за фазами

Навантаження може бути задане симетричним або несиметричним (рис. 3.13). На рис. A.1 показана зібрана в Powerfactory схема мережі.

### 3.2 Аналіз отриманих результатів розрахунку режимів

Розрахунком режимів називається визначення потоків потужності в різних гілках мережі та напруги в різних вузлах електричної мережі. За отриманими даними проводиться аналіз допустимості нагріву проводів і перевантаження трансформаторів.

Розглянемо ці питання для заданої схеми електричної мережі.

Таблиця 3.1 – Навантаження трансформаторів

ПС 1		ПС 2			
ТРДН-40000/330		АТДЦТН-125000/330/110			
T1	T2	T1		T2	
		СН	НН	СН	НН
22,2+j13,145	14,8+j8,764	26,781+j12,032	12,032+j5,406	52,87+j23,752	13,217+j5,938
Коефіцієнт завантаження $k_3 = \frac{S_m}{S_{ном}}$ в нормальному режимі					
$\frac{25,8}{40} = 0,645$	$\frac{17,2}{40} = 0,43$	$\frac{42,55}{125} = 0,34$		$\frac{72,45}{125} = 0,58$	
Коефіцієнт завантаження $k_{3,n.o}$ = $\frac{S_m}{S_{ном}}$ в після аварійному режимі					
$\frac{43,0}{40} = 1,075$			$\frac{115,0}{125} = 0,92$		

Визначені коефіцієнти завантаження як трансформаторів, так і автотрансформаторів знаходяться в межах економічно та технічно допустимих значень.

В табл. 3.2 наведені отримані дані для кожної гілки:

- значення активної (МВт) та реактивної (Мвар) потужності  $P_{dia} + j \cdot Q_{dia}$ ;
- коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ ;
- сила струму ділянки (кА)  $I_{dia}$ ;
- відсоток завантаження (%).

Наведені також додаткові дані, а саме: довжина ділянки лінії, потужність короткого замикання. У табл. 3.3 зведені розрахунки напруг і втрат потужності.

Для визначення втрат потужності використовують відповідні формули.

Для ліній електропередачі:

$$\Delta S_{\text{ЛЕП}} = \frac{{P_{\dot{\alpha}n}}^2 + {Q_{\dot{\alpha}n}}^2}{U_{\text{сумма}}} (r_{\dot{\alpha}n} + j x_{\dot{\alpha}n})$$

де  $r_{\text{діл}} = r_0 \cdot l$  – активний опір ділянки лінії електропередачі;

$x_{\partial ll} = x_0 \cdot l$  – індуктивний опір ділянки лінії електропередачі.

Таблиця 3.2 – Результати розрахунків потоків потужності

### Продовження табл. 3.2

Cubicle/Coupl	CBS		53,95	22,82	0,92	0,10	0,00				
Cub_1 /Line	R2		-76,30	-38,39	-0,99	0,15	18,19	Pv:	103,08 kW	cLod:	6,15 Mvar L: 21,00 kva
Cub_1 /Tr2	T1		22,36	15,57	0,92	0,05	68,39	Tap:	-3,00	Min:	-8 Max: 8
BB2 330,00	1,00	328,68	-0,33								
Cubicle/Coupl	CBS		-53,95	-22,82	-0,92	0,10	0,00				
Cub_1 /Line	R3		39,03	12,66	0,95	0,07	10,55	Pv:	25,35 kW	cLod:	4,56 Mvar L: 16,00 kva
Cub_1 /Tr2	T2		14,92	10,16	0,93	0,03	45,31	Tap:	-2,00	Min:	-8 Max: 8
ПС 110 kB											
1CH 10,00	1,05	10,52	26,40								
Cub_1 /Load	T1		22,20	13,15	0,96	1,42		P10:	22,20 MW	Q10:	13,15 Mvar
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Tr2	T1		-22,20	-13,15	-0,96	1,42	68,39	Tap:	-3,00	Min:	-8 Max: 8
BB2 10,00	1,05	10,49	27,45								
Cub_1 /Load	T2		14,80	8,76	0,96	0,55		P10:	14,80 MW	Q10:	8,76 Mvar
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Tr2	T2		-14,80	-8,76	-0,96	0,55	45,31	Tap:	-2,00	Min:	-8 Max: 8
ПС AT											
BB2 110,00	1,00	110,34	-4,04								
Cub_1 /Load	T2(1)		52,87	23,75	0,91	0,30		P10:	52,87 MW	Q10:	23,75 Mvar
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Tr3	AT2		-52,87	-23,75	-0,91	0,30	61,20	Tap:	0,00	Min:	-6 Max: 6
1CH 110,00	1,02	111,81	-2,74								
Cub_1 /Load	T1(1)		26,78	12,03	0,91	0,15		P10:	26,78 MW	Q10:	12,03 Mvar
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Tr3	AT1		-26,78	-12,03	-0,91	0,15	35,66	Tap:	0,00	Min:	-6 Max: 6
ПС 2											
2CH 330,00	1,00	328,71	-0,33								
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Line	R1		-66,41	-33,39	-0,99	0,13	15,82	Pv:	88,35 kW	cLod:	7,03 Mvar L: 24,00 kva
Cub_1 /Line	R4		66,41	33,39	0,99	0,13	18,85	Pv:	71,90 kW	cLod:	3,98 Mvar L: 14,00 kva
2CH 330,00	0,99	328,18	-0,46								
Cubicle/Coupl	CBS										
Cub_1 /Line	R3		-39,00	-17,10	-0,92	0,07	10,55	Pv:	25,35 kW	cLod:	4,56 Mvar L: 16,00 kva
Cub_1 /Line	R5		39,00	17,10	0,92	0,07	10,98	Pv:	24,02 kW	cLod:	3,97 Mvar L: 14,00 kva

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку напруги та втрат потужності

								DIGSILENT	Project:						
								PowerFactory	-----						
								15.1.7	Date: 04/03/2020						
<b>Load Flow Calculation</b>															
Complete System Report: Substations, Voltage Profiles, Grid Interchange															
AC Load Flow, balanced, positive sequence															
Automatic Tap Adjust of Transformers		Yes		Automatic Model Adaptation for Convergence		No									
Consider Reactive Power Limits		No		Max. Acceptable Load Flow Error for											
		Nodes				1,00 kVA									
		Model Equations				0,10 %									

Для обмоток трансформаторів:

$$\Delta S_{m\delta} = \frac{P_{\delta\text{il}}^2 + Q_{\delta\text{il}}^2}{U_{\text{бз}} 2} \left( r_{mp} + j \cdot x_{mp} \right)$$

Для провідності трансформаторів:

$$\Delta S_{cm} = P_{xx} + j \frac{I_{xx}}{100} S_{\text{ном}}$$

Таблиця 3.4 – Аналіз отриманих результатів

Ділянка	$P_{\delta\text{il}}^I$	$Q_{\delta\text{il}}^I$	$P_{\delta\text{il}}^{II}$	$Q_{\delta\text{il}}^{II}$	$\Delta P_{\delta\text{il}}$	$\Delta Q_{\delta\text{il}}$
	МВт	Мвар	МВт	Мвар	МВт	Мвар
Лінії електропередачі						
ДЖ-1	76,4	32,8	76,3	38,4	0,10	-5,60
ДЖ-2	66,5	26,9	66,4	33,4	0,10	-6,50
1-2	39,0	12,7	39,0	17,1	0,00	-4,40
2-3 (1 ділянка)	66,4	33,4	66,3	37,1	0,10	-3,70
2-3 (2 ділянка)	39,0	17,1	39,0	21,0	0,00	-3,90
$\Delta S_{\text{лен}\Sigma}$					0,30	-24,10
Трансформатори						
ПС 1 Т1	22,4	15,6	22,2	13,1	0,20	2,50
ПС 1 Т2	14,9	10,2	14,8	8,8	0,10	1,40
ПС 1 AT1	39,0	21,0	38,8	17,4	0,20	3,60
ПС 1 AT2	66,3	37,1	66,1	29,7	0,20	7,40
$\Delta S_{\text{mp}\Sigma}$					0,70	14,90
$\Delta S_{\text{переж}\Sigma}$					1,00	-9,20

Таблиця 3.5 – Результати розрахунків

Ділянка	$P'_{\text{діл}}$	$Q'_{\text{діл}}$	$P''_{\text{діл}}$	$Q''_{\text{діл}}$	$\Delta P_{\text{діл}}$	$\Delta Q_{\text{діл}}$
	МВт	Мвар	МВт	Мвар	МВт	Мвар
Лінії електропередачі						
ДЖ-1	65,9	27,9	65,8	33,7	0,10	-5,80
ДЖ-2	77,0	31,7	76,9	38,1	0,10	-6,40
1-2	28,6	7,9	28,5	12,4	0,10	-4,50
2-3 (1 ділянка)	66,4	33,4	66,3	37,1	0,10	-3,70
2-3 (2 ділянка)	39,0	17,1	39,00	21,00	0,00	-3,90
					$\Delta S_{\text{зен}\Sigma}$	0,40
						-24,30
Трансформатори						
ПС 1 Т1	22,4	15,6	22,2	13,1	0,20	2,50
ПС 1 Т2	14,9	10,2	14,8	8,8	0,10	1,40
ПС 1 АТ1	39,0	21,0	38,8	17,4	0,20	3,60
ПС 1 АТ2	66,3	37,1	66,1	29,7	0,20	7,40
					$\Delta S_{\text{mp}\Sigma}$	0,70
						14,90
					$\Delta S_{\text{мереж}\Sigma}$	1,10
						-9,40

Час максимальних втрат мережі на рік:

$$\tau_M = \left( 0,124 + \frac{T_M}{10000} \right)^2 \cdot 8760 = \left( 0,124 + \frac{5000}{10000} \right)^2 \cdot 8760 = 3411 \text{ год}$$

Втрати електроенергії тоді:

$$\begin{aligned} \Delta W_\Sigma &= (\Delta P_{\text{зен}} + \Delta P_{\text{нод}\Sigma}) \cdot \tau_M + \Delta P_{\text{cm}\Sigma} \cdot T = \\ &= (0,3 + 0,33) \cdot 3411 + 0,38 \cdot 8700 = 5455 \text{ год} \end{aligned}$$

Отримані нами дані відносяться до примусової циркуляції потужності в замкненій електричній мережі, коли секційний вимикач шин 330 кВ у точці 2 вимкнений.

У табл. 3.5 показані дані для природної циркуляції потужності, для випадку коли секційний вимикач шин 330 кВ у точці 2 включений.

Збільшення втрат електроенергії обумовлено наявністю зрівнювального струму, який виникає через неоднорідність ліній електропередачі:

$$\begin{aligned}\Delta W_{\Sigma} &= (\Delta P_{\text{тен}} + \Delta P_{\text{мд}\Sigma}) \cdot \tau_M + \Delta P_{\text{cm}\Sigma} \cdot T = \\ &= (0,4 + 0,33) \cdot 3411 + 0,38 \cdot 8700 = 5796 \text{ год}\end{aligned}$$

**Висновок:** для подальших досліджень схему з роз'єднаним секційним вимикачем другої системи шин 330 кВ залишаємо.

### 3.3 Оцінка несиметричних режимів. Методи їх поліпшення

Розглянемо несиметричне навантаження  $S_A, S_B, S_C$  за фазами.

Провідності фаз:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2}, \quad Y_B = \frac{S_B}{U^2}, \quad Y_C = \frac{S_C}{U^2}. \quad (3.1)$$

Струми фаз:

$$I_A = Y_A \cdot U, \quad I_B = Y_B \cdot U, \quad I_C = Y_C \cdot U. \quad (3.2)$$

Струм нульової послідовності:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} \quad (3.3)$$

Провідності пристрою симетрування з'єднаного за схемою зірка:

$$\begin{aligned} Y_{A\text{sum}} &= \frac{-2j}{U} j I_0 \\ Y_{B\text{sum}} &= \frac{-2j}{U} j I_0 e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ Y_{C\text{sum}} &= \frac{-2j}{U} j I_0 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Фазні потужності пристрою симетрування:

$$\begin{aligned} P_A &= U^2 \cdot Y_{A\text{sum}} \\ P_B &= U^2 \cdot Y_{B\text{sum}} \\ P_C &= U^2 \cdot Y_{C\text{sum}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Користуючись формулами (3.1)-(3.5) проведемо розрахунки для несиметричного навантаження.

Розподілення навантаження по фазах першої підстанції, трансформатор Т1 (ТДТН-40000/330):

$$\begin{aligned} S_A &= 13,32 + j7,887 \text{ MBA} \\ S_B &= 5,55 + j3,286 \text{ MBA} \\ S_C &= 3,33 + j1,972 \text{ MBA} \end{aligned}$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{13,32^2 + 7,887^2}}{10^2} = 0,155 \text{ См}$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{5,55^2 + 3,286^2}}{10^2} = 0,065 \text{ См}$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{3,33^2 + 1,972^2}}{10^2} = 0,039 \text{ См}$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 0,155 \cdot 10 = 1,548 \text{ кА}$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 0,065 \cdot 10 = 0,645 \text{ кА}$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 0,039 \cdot 10 = 0,387 \text{ кА}$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{1,548 + 0,645 + 0,387}{3} = 0,86 \text{ кА}$$

Провідності пристрою симетрування:

$$Y_{A_{\text{сим}}} = \frac{-2j}{10 \cdot 10^3} j 0,86 \cdot 10^3 = 0,172 \text{ См}$$

Навантаження по фазах першої підстанції, трансформатор Т2 (ТДТН-40000/330):

$$S_A = 8,88 + j5,258 \text{ MBA}$$

$$S_B = 3,7 + j2,191 \text{ MBA}$$

$$S_C = 2,22 + j1,315 \text{ MBA}$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{8,88^2 + 5,258^2}}{10^2} = 0,103 \text{ CM}$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{3,70^2 + 2,191^2}}{10^2} = 0,043 \text{ CM}$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{2,22^2 + 1,315^2}}{10^2} = 0,026 \text{ CM}$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 0,103 \cdot 10 = 1,032 \text{ kA}$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 0,043 \cdot 10 = 0,43 \text{ kA}$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 0,026 \cdot 10 = 0,258 \text{ kA}$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{1,032 + 0,43 + 0,258}{3} = 0,573 \text{ kA}$$

Провідності пристрою симетриування:

$$Y_{Acim} = \frac{-2j}{10 \cdot 10^3} j 0,5733 \cdot 10^3 = 0,115 \text{ CM}$$

Навантаження по фазах другої підстанції, автотрансформатор Т1 (АТДЦТН-125000/330/110), сторона СН 110 кВ:

$$S_A = 16,069 + j7,219 \text{ MBA}$$

$$S_B = 6,695 + j3,008 \text{ MBA}$$

$$S_C = 4,017 + j1,805 \text{ MBA}$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{16,069^2 + 7,219^2}}{110^2} = 1,456 \cdot 10^{-3} \text{ Cm}$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{6,695^2 + 3,008^2}}{110^2} = 6,07 \cdot 10^{-4} \text{ Cm}$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{4,017^2 + 1,805^2}}{110^2} = 3,64 \cdot 10^{-4} \text{ Cm}$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 1,456 \cdot 10^{-3} \cdot 110 = 0,16 \text{ kA}$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 6,07 \cdot 10^{-4} \cdot 110 = 0,067 \text{ kA}$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 3,64 \cdot 10^{-4} \cdot 110 = 0,040 \text{ kA}$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{0,16 + 0,067 + 0,04}{3} = 0,089 \text{ kA}$$

Провідності пристрою симетрування:

$$Y_{A_{\text{clm}}} = \frac{-2j}{110 \cdot 10^3} j 0,089 \cdot 10^3 = 1,618 \cdot 10^{-3} \text{ Sm}$$

Сторона НН 10 кВ:

$$S_A = 7,219 + j3,243 \text{ MBA}$$

$$S_B = 3,008 + j1,351 \text{ MBA}$$

$$S_C = 1,805 + j0,811 \text{ MBA}$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{7,219^2 + 3,243^2}}{10^2} = 0,079 \text{ Sm}$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{3,008^2 + 1,351^2}}{10^2} = 0,033 \text{ Sm}$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{1,805^2 + 0,811^2}}{10^2} = 0,02 \text{ Sm}$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 0,079 \cdot 10 = 0,791 \text{ kA}$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 0,033 \cdot 10 = 0,33 \text{ kA}$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 0,02 \cdot 10 = 0,198 \text{ kA}$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{0,791 + 0,33 + 0,198}{3} = 0,44 \text{ kA}$$

Провідності пристрою симетриування:

$$Y_{A_{sym}} = \frac{-2j}{10 \cdot 10^3} j 0,44 \cdot 10^3 = 0,088 \text{ } C_m$$

Навантаження по фазам другої підстанції, автотрансформатор Т2 (АТДЦТН-125000/330/110), сторона СН 110 кВ:

$$S_A = 31,722 + j14,251 \text{ } MBA$$

$$S_B = 13,22 + j5,938 \text{ } MBA$$

$$S_C = 7,93 + j3,563 \text{ } MBA$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{31,722^2 + 14,251^2}}{110^2} = 2,874 \cdot 10^{-3} \text{ } C_m$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{13,22^2 + 5,938^2}}{110^2} = 1,198 \cdot 10^{-3} \text{ } C_m$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{7,93^2 + 3,563^2}}{110^2} = 7,185 \cdot 10^{-3} \text{ } C_m$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 2,874 \cdot 10^{-3} \cdot 110 = 0,316 \text{ } \mu A$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 1,198 \cdot 10^{-3} \cdot 110 = 0,131 \text{ } \mu A$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 7,185 \cdot 10^{-3} \cdot 110 = 0,079 \text{ } \mu A$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{0,316 + 0,131 + 0,079}{3} = 0,176 \text{ kA}$$

Провідності пристрою симетриування:

$$Y_{A\text{cm}} = \frac{-2j}{110 \cdot 10^3} j 0,176 \cdot 10^3 = 3,193 \cdot 10^{-3} \text{ Sm}$$

Сторона НН 10 кВ:

$$S_A = 7,93 + j3,563 \text{ MBA}$$

$$S_B = 3,304 + j1,485 \text{ MBA}$$

$$S_C = 1,983 + j0,891 \text{ MBA}$$

Фазні провідності:

$$Y_A = \frac{S_A}{U^2} = \frac{\sqrt{7,93^2 + 3,563^2}}{10^2} = 0,087 \text{ Sm}$$

$$Y_B = \frac{S_B}{U^2} = \frac{\sqrt{3,304^2 + 1,485^2}}{10^2} = 0,036 \text{ Sm}$$

$$Y_C = \frac{S_C}{U^2} = \frac{\sqrt{1,983^2 + 0,891^2}}{10^2} = 0,022 \text{ Sm}$$

Фазні струми:

$$I_A = Y_A \cdot U = 0,087 \cdot 10 = 0,869 \text{ kA}$$

$$I_B = Y_B \cdot U = 0,036 \cdot 10 = 0,362 \text{ kA}$$

$$I_C = Y_C \cdot U = 0,022 \cdot 10 = 0,217 \text{ kA}$$

Струм небалансу:

$$I_0 = \frac{I_A + I_B + I_C}{3} = \frac{0,869 + 0,362 + 0,217}{3} = 0,483 \text{ kA}$$

Провідності пристрою симетрування:

$$Y_{Acm} = \frac{-2j}{10 \cdot 10^3} j 0,483 \cdot 10^3 = 0,097 \text{ S}$$

Проведемо аналіз впливу несиметричного навантаження на режими електричної мережі (табл. 3.6).

Таблиця 3.6 – Результати моделювання несиметричного режиму

Total System Summary					Study Case: Study Case					Annex:	
Generation	Motor Load	Load	Compensation	External Infeed	Inter Area Flow	Total Losses	Load Losses	No load Losses			
[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]	[MW] / [Mvar]			
Total:	0,00	0,00	141,90	0,00	142,59	1,09	0,72	0,37			
	0,00	0,00	65,04	0,00	61,41	-7,63	15,82	-23,45			

Втрати електроенергії у несиметричних режимах електричної мережі:

$$\Delta W_{\Sigma} = (\Delta P_{gen} + \Delta P_{load}) \cdot \tau_M + \Delta P_{cm\Sigma} \cdot T = \\ = 0,72 \cdot 3411 + 0,37 \cdot 8700 = 5675 \text{ год}$$

### 3.4 Висновки за розділом

Втрати електроенергії зростають від 5455 до 5675 МВт·год/рік, таким чином встановлення пристрійв симетризування обґрунтовано.

Аналіз несиметричних режимів проводять використовуючи метод симетричних складових. Суть методу полягає в тому, що несиметрична система трьох фазних векторів синусоїdalьних струмів або напруги задається трьома симетричними системами - прямої, зворотної і нульової послідовностей синусоїdalьних струмів або напруги.

Несиметрія струмів і напруги призводить до наступних наслідків: виникнення струмів і напруги оберненої та зворотної послідовностей; ці струми ведуть до збільшення втрат потужності в поздовжніх компоненах мережі, спричиняють підвищення температури і зменшення пропускної здатності; також напруги і струми цих послідовностей підвищують втрати потужності в поперечних елементах мережі; до того ж, напруга оберненої і зворотної послідовностей призводить до додаткових втрат напруги, які відрізняються за фазами.

Найбільший вплив несиметрії напруги спостерігається у роботі асинхронних та синхронних двигунів. Струм прямої послідовності, що протікає через статор, створює магнітне поле, що обертається з синхронною частотою у напрямку руху ротора. Струми оберненої послідовності в колі статорі породжують магнітне поле, що обертається відносно ротора з подвійною синхронною частотою у протилежному напрямку. Ці струми подвійної частоти в електричній машині викликають гальмівний електромагнітний момент і збільшують температуру ротора, що призводить до скорочення терміну служби ізоляції. У випадку асинхронних двигунів виникають додаткові втрати в статорному колі. В синхронних машинах, окрім додаткових втрат і нагріву статора та ротора, виникають потенційно небезпечні вібрації.

У трансформаторах несиметрія призводить до скорочення терміну служби ізоляції. Використання синхронних компенсаторів і батарей конденсаторів допомагає зменшити вироблення реактивної потужності.

Таким чином, наслідки несиметрії напруги включають в себе додаткові електроенергетичні втрати, скорочення терміну служби обладнання, погіршення

якості електроенергії та зниження реактивної потужності, яку компенсують батареї конденсаторів і синхронні компенсатори.

Несиметрія напруги, обумовлена несиметричними електроприймачами, має бути обмежена до значень  $K_{2U} < K_{2U\text{don}}$ . У багатьох випадках зниження несиметрії напруги може бути забезпечене раціональним розподілом навантажень. Якщо забезпечити необхідний рівень несиметрії напруги схемними рішеннями неможливо, то застосовують симетруючі пристрії.

Отримані результати наштовхують на такі висновки: на практиці повне симетрування ( $k_{2U} = 0$ ) виявляється технічно та економічно недоцільним; натомість використовується часткове симетриування ( $k_{2U} \leq 2\%$ ), воно визначається на базі техніко-економічного розрахунку для відповідної схеми електропостачання.

## ВИСНОВКИ

У даній роботі досліджувалося питання моделювання режимів роботи електричних мереж, із врахуванням несиметрії, яка є причиною додаткових втрат електроенергії. Оскільки питання енергозбереження є важливим, то це також було враховано у роботі.

Несиметрія виникає внаслідок різниці у навантаженні на різних фазах, неповнофазної роботи ліній електропередачі та інших елементів мережі, а також через різні параметри ліній у різних фазах.

Основним завдання роботи було дослідити перший фактор, тобто нерівномірне навантаження. У низьковольтних мережах дана проблема виникає через велику кількість приєднаних однофазних електроприймачів (потужні побутові приймачі, освітлення). В мережах високої напруги нерівномірний характер навантаження найчастіше спричинений потужними однофазними електроприймачами або трифазними електроприймачами з неоднаковим споживанням по фазах. Наприклад, індукційні плавильні печі, печі опору, рудотермічні печі, зварювальні апарати різної потужності. Також потужним джерелом несиметрії виступають тягові підстанції змінного струму, як потужні однофазні електричні приймачі. До того ж, розрізняють систематичну й імовірнісну несиметрію. Перша має місце при сталому навантаженні, натомість друга (переміжна несиметрія) – при змінному.

В роботі було проведено моделювання ділянки електричної мережі 330 кВ при врахуванні несиметрії навантаження, проаналізований його вплив на втрати електроенергії.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Сегеда М.С. Електричні мережі та системи. – Львів: Львівська політехніка, 2009. – 492 с.
2. Шестеренко В.Є. Системи електроспоживання та електропостачання промислових підприємств: підруч. / В.Є. Шестеренко. – Вінниця : Нова Книга, 2004. – 656 с
3. Лазебний В.С. Електромагнітна сумісність електронних засобів: навч. посіб. / В.С. Лазебний, В.В. Пілінський, В.Б. Швайченко. – Київ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 343 с.
4. Сегеда М.С. Математичне моделювання в електроенергетиці: навч. посіб./ М.С. Сегеда. –Львів: вид-во НУ «Львівська політехніка»,2002.– 300 с.
5. Williams T. EMC for Product Designers. Fifth Edition – Newnes, 2016. – 564 р.
6. Неклепаев Б.Н., Крючков И.П. Электрическая часть электростанций и подстанций (Справочные материалы для курсового и дипломного проектирования) – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 608с.
7. Перехідні процеси в системах електропостачання: підруч. для вузів / Г.Г. Півняк, В.М. Винославський, А.Я. Рибалко, Л.І. Несен. – 2-е вид., доправ. та доп. – Дніпропетровськ : Нац. гірн. ун-т, 2002. – 597 с.
8. Веников В.А., Журавлëв В.Г., Филиппова Т.А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем. – М.: Энергоиздат, 1981. – 464с.
9. Справочник по проектированию линий электропередачи/ Под ред. Реута М.А., Рокотяна С.С. – М.: Энергия, 1980. – 296с.

## ДОДАТОК А

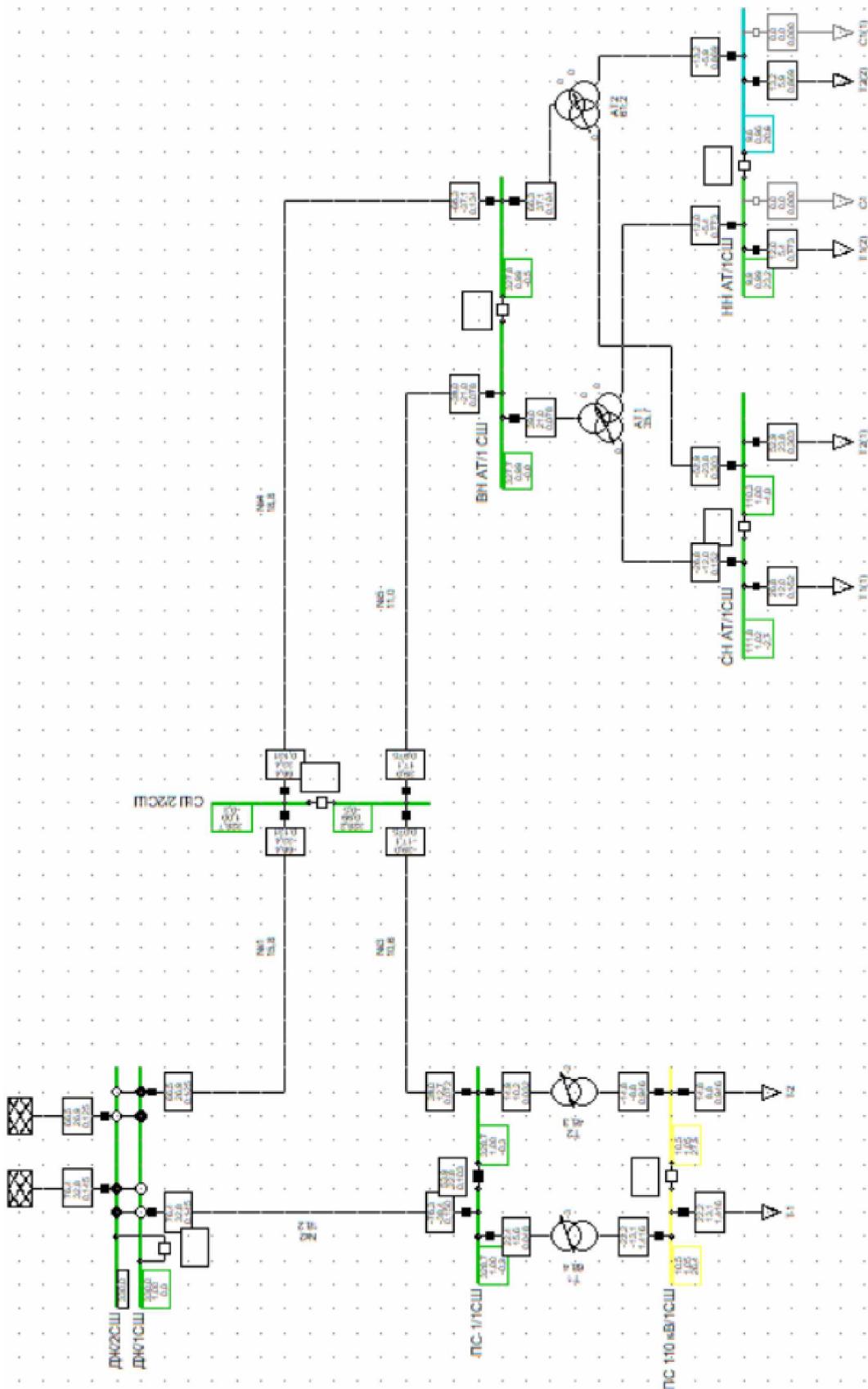


Рисунок А.1 – Схема мережі з результатами розрахунку режиму