

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладної математики та інформатики

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання курсового проєкту з дисципліни

«СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ»

для студентів другого освітнього ступеня «Магістр»
спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення

Луцьк, 2023

УДК 004.05(072)

М 54

Методичні вказівки до виконання курсового проєкту з дисципліни «Статистичні методи оцінювання» для студентів другого освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення / уклад. В.Масол, О.Любименко, Н.Маслова – Луцьк : ДонНТУ, 2023. - 29 с.

Методичні вказівки до виконання курсового проєкту складено згідно робочої програми з курсу «Статистичні методи оцінювання» для студентів-магістрів першого року навчання спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення.

Методичні вказівки відображають мету проведення курсового проєктування, стадії та етапи розробки, вимоги до виконання практичної частини, правила оформлення пояснювальної записки, варіанти завдань до виконання.

Укладачі: В.Масол, проф., д.ф.-м.н., проф. каф. ПМІ

О.Любименко, к.ф.-м.н., доцент каф. ПМІ

Н. Маслова, к.т.н., доцент каф. ПМІ

Рецензент: Н.Гоголева, доцент, к.ф.-м.н., доц. кафедри вищої математики і фізики

Відповідальний за випуск:

Н. Маслова, зав. каф. прикладної математики та інформатики

Затверджено навчально–методичним відділом ДВНЗ «ДонНТУ»
протокол № 2 від 24.10.2023 р.

Розглянуто на засіданні кафедри прикладної математики та інформатики
протокол № 10 від 18.10 2023 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ПІДСТАВИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЄКТУ.....	5
2 ВИМОГИ ДО ЯКОСТІ	5
3 ПОРЯДОК ОРГАНІЗАЦІЇ РОБОТИ СТУДЕНТА З КУРСОВИМ ПРОЄКТОМ 6	
4 СТАДІЇ Й ЕТАПИ РОЗРОБКИ.....	7
5 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ	8
6. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЄКТУ ..	11
6.1 Сутність методу Монте-Карло	11
6.2 Закон розподілу середнього арифметичного для великої кількості випробувань.....	14
6.3 Приклади виконання основних пунктів з курсового проекту.....	15
7 ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЄКТУ.	20
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	22
ДОДАТОК А. Приклад оформлення титульних листів.....	24
ДОДАТОК Б. Технічне завдання	26
ДОДАТОК В. Значення функції $\Phi(x)$, нормальний розподіл	28

ВСТУП

Курсовий проєкт на тему «Формування псевдовипадкових послідовностей, та їх застосування в статистичному моделюванні» орієнтовано на закріплення знань, отриманих магістрами в процесі вивчення теоретичного та лекційного матеріалу з дисципліни та демонстрації навичок з проведення статистичних досліджень.

Об'єктом курсового проєкту є технології проведення статистичних досліджень.

Предметом курсового проєкту є методи генерації псевдовипадкових послідовностей та застосування їх до проведення статистичних досліджень й рішення практичних задач.

Виконання проєкту передбачає розуміння сутності поняття «статистичне оцінювання», основних підходів до проведення процедур регресійного, кореляційного, динамічного аналізу різного типу даних, підходів до побудови генераторів псевдовипадкових послідовностей, результати роботи котрих застосовуються при опануванні статистичними методами, й в багатьох інших галузях досліджень.

Результатами виконання курсового проєкту повинно бути:

- програма формування псевдовипадкових чисел;
- програмний блок проведення розрахунків методом Монте-Карло з застосуванням результатів роботи блоку генерації ПВЧ;
- приклад застосування методу Монте-Карло для розв'язання конкретної задачі, що відповідає варіанту завдання.

1 ПІДСТАВИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЄКТУ

Курсовий проєкт виконується на підставі навчального плану підготовки студентів за освітнім рівнем «магістр» та «Технічного завдання до курсового проєкту» за дисципліною «Статистичні методи оцінювання» для студентів спеціальності 121 Інженерія програмного забезпечення.

2 ВИМОГИ ДО ЯКОСТІ

Проєкт повинен продемонструвати володіння термінологією й поняттями, що застосовуються при проведенні статистичних досліджень.

Пояснювальна записка до курсового проєкту формується у текстовому редакторі (редактор MS Word або його аналог) й повинна бути оформлена згідно вимог державного стандарту України ДСТУ 3008:2015 «Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення» та правил оформлення звітів з навчальних, курсових та випускних кваліфікаційних робіт.

В Пояснювальній записці повинні бути розділи: Реферат, Вступ, Зміст, Висновки, Перелік літератури, Технічне завдання та Основна частина, що відображають сутність проєкту та виконаних досліджень.

В основній частині слід відобразити основні теоретичні засади понять, що складають основу предмета курсового проєктування та розділи з описом програмної розробки та практичними розрахунками.

Орієнтовний обсяг курсового проєкту - не менш 40 сторінок, а перелік літературних джерел - не менш ніж 15 англо- та україномовних джерел та інтернет-посилань.

3 ПОРЯДОК ОРГАНІЗАЦІЇ РОБОТИ СТУДЕНТА З КУРСОВИМ ПРОЄКТОМ

Виконання курсового проєкту починається з знайомства з темою проєкту та узгодження технічного завдання, в процесі якого складається календарний план, який служить в подальшому документом для контролю і координації робіт по виконанню робіт.

Курсовий проєкт виконується на протязі семестру, результати виконання програми дослідження доповідаються на відкритому занятті з захисту курсового проєкту в присутності комісії (не менш 2-3- членів).

При виконанні курсового проєкту проводяться консультації, метою яких є допомога студентам в виконанні роботи та контроль з боку керівника щодо обґрунтовності та правильності отриманих результатів.

Результатом завершального етапу курсового проектування повинна бути сформована пояснювальна записка до курсового проєкту та підготована доповідь для її захисту.

Пояснювальна записка повинна бути оформлена згідно вимог й викладена логічно й послідовно діловою українською мовою з застосуванням понять та термінології, застосовних в обраній для дослідження області.

Пояснювальну записку студент представляє на попередній розгляд не пізніше, ніж за тиждень до дати захисту для визначення ступеня підготованості роботи та її відповідності вимогам.

У разі наявності зауважень, студент усуває недоліки, пов'язані з якістю розрахунків, оформленням або змістом пояснювальної записки.

У разі не представлення пояснювальної записки, студент до захисту не допускається.

Захист курсового проєкту проводиться перед комісією з застосуванням презентації, яка готується за матеріалами роботи й включає:

- а) доповідь, що розкриває всі етапи створення курсового проєкту;
- б) демонстрацію пояснювальної записки;
- в) відповіді на запитання комісії.

Оцінювання курсового проєкту включає поточний контроль за дотриманням графіку виконання робіт, контролю розрахунків за розділами та захист перед комісією. Оцінка виконання та захисту курсового проєкту проводиться за 100-бальною шкалою.

Приклад розподілу балів, які отримують студенти за виконання
курсowego проєкту (роботи)

Пояснювальна записка	Захист роботи	Загалом
до 40 балів (у тому числі теоретична частина – до 15 балів, практична – до 25 балів)	до 60 балів (у тому числі презентація – 10 балів)	100 балів

4 СТАДІЇ Й ЕТАПИ РОЗРОБКИ

Курсовий проєкт рекомендовано виконувати згідно нижче наведеного у таблиці 4.1 графіку.

Таблиця 4.1 – Графік виконання курсового проєкту

№ з/п	Назва етапів курсового проєкту	Терміни виконання
1	Знайомство з теоретичними матеріалами з дисципліни, отримання знань щодо об'єкту та предмету курсового проєкту	з 1-го тижня
2	Виконання семестрових завдань, отримання навичок проведення розрахунків з навчальної дисципліни	2-4-й тиждень
3	Знайомство з конкретним завданням курсового проєктування, підбір теоретичних матеріалів та даних для розрахунків	5-6 тиждень
4	Виконання основної частини проєкту, обрання або розробка програмної частини проєкту	7-9 тиждень
5	Проведення самостійного інтернет-пошуку додаткових матеріалів щодо об'єкту та предмету курсового проєктування	10 тиждень
6	Виконання розрахунків за варіантом	з 11 тижня
7	Контроль правильності виконання (консультації та отримання допуску до захисту)	14 й тиждень
8	Оформлення Пояснювальної записки	15 й тиждень
9	Захист курсового проєкту	16-й тиждень

5 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

Загальними вимогами до текстової частини студентської роботи є:

- чіткість і логічна послідовність викладення матеріалу;
- переконливість аргументації, обґрунтованість рекомендацій;
- стислість і точність формулювань;
- конкретність викладення результатів виконання проведеної роботи;
- єдність термінів у межах роботи, їхня відповідність стандартам.

При оформленні Пояснювальної записки до курсового проекту дотримуються стандартів оформлення наукових звітів та студентських робіт, які викладено, наприклад, в [1] й включають наступні вимоги.

«При написанні пояснювальної записки використовується шрифт Times New Roman, розмір 14, накреслення Звичайне, міжрядковий інтервал – 1,5. Лист формату А4, розміри полів: верхнє, ліве і нижнє – не менш 20 мм, праве – не менш 10 мм. Заповненість сторінок – не менш 30 %.

Сторінки нумеруються арабськими цифрами. Нумерація сторінок наскрізна по всьому текстовому документу та проставляється в правому верхньому куті сторінки. Титульний аркуш, реферат, лист завдання не нумеруються, але входять у загальне число сторінок.»

Пояснювальна записка має складатися зі вступу, основної частини та додатків (при необхідності). Додатки розміщують після основної частини пояснювальної записки. Загальна кількість сторінок пояснювальної записки до курсового проекту, з урахуванням додатків, повинна складати 40-45 сторінок.

«Заголовний блок звіту складається з:

- титульної сторінки (див. додаток А);
- сторінок завдання, календарного плану (див. додаток Б);
- реферату;
- змісту.

Титульна сторінка є першою сторінкою пояснювальної записки і служить основним джерелом бібліографічної інформації, необхідної для обробки і пошуку документів.»

Реферат повинен містити інформацію, що дозволяє представити сутність і обсяг роботи у наступній послідовності: об'єкт дослідження; мета роботи; методи дослідження; результати та їхня новизна; значимість роботи та висновки. Реферат необхідно розміщувати на одній сторінці формату А4. Ключові слова (від 5 до 15 слів або словосполучень) формують на основі тексту реферату та розміщують після тексту реферату. Перелік ключових слів друкується прописними літерами в називному відмінку в рядок через коми. Приклад оформлення реферату та титульної сторінки наведено у додатку А.

Зміст розміщують безпосередньо після реферату, з нової сторінки. Зміст включає вступ, послідовно перераховані найменування всіх розділів, підрозділів, пунктів і підпунктів, висновки, перелік посилань, номери та найменування додатків.

Робота складається з вступу та розділів, в яких описують суть виконаної роботи, висновків, переліку посилань.

У вступі дається коротка характеристика роботи, формулюється її значимість, об'єкт, предмет, мета, та задачі, що вирішуються для досягнення цієї мети, основні отримані результати. Загальний обсяг вступу – до однієї сторінки тексту.

Розділи пояснювальної записки мають висвітлювати рішення задач, завдяки яким досягається мета роботи. Текст має супроводжуватись поясненнями, ілюстраціями та таблицями. В опис розділів слід включити короткі теоретичні відомості.

Основні структурні частини текстового документа (розділи) починають із нового аркуша. Заголовки розділів записуються по центру та прописними буквами. Відстань між заголовком розділу та текстом при виконанні записки повинна бути не менш двох рядків.

Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів записки необхідно починати з абзацного відступу та друкувати, крім першої прописної, рядковими (малими) літерами, не підкреслюючи, без крапки наприкінці.

У висновках характеризуються отримані в роботі результати, підтверджується виконання завдань роботи, визначаються подальші

перспективи.

Перелік джерел, на які посилаються в записці, повинний бути приведений наприкінці тексту записки, починаючи з нової сторінки. У відповідних місцях пояснювальної записки повинні бути посилання на джерела. Бібліографічні описи в переліку посилань приводять у порядку, у якому вони вперше згадувалися в тексті. Загальна кількість джерел, застосованих при створенні курсового проєкту, включаючи стандарти, інструкції й Інтернет-посилання, не має бути менш десяти одиниць.

Ілюстрації (рисунки, схеми, графіки, діаграми, знімки екранів, блоки програмного коду) необхідно подавати в роботі безпосередньо після тексту, де вони згадані вперше, або на наступній сторінці з відповідною нумерацією сторінок. Позначають ілюстрації словом «Рисунок» і нумерують послідовно в межах розділу, за винятком ілюстрацій у додатках.

Номер ілюстрації складається з номера розділу та порядкового номера ілюстрації в розділі, що розділяються крапкою. Наприклад, «Рисунок 7.1-Досліджувана область». Номер ілюстрації, її назва та пояснювальні підписи розміщуються послідовно під ілюстрацією. На кожную ілюстрацію у тексті повинно бути посилання (наприклад, «на рисунку 1.1 зображено ...»).

Розташовуються ілюстрації по центру сторінки, їх підписи (з вказівкою назви) – по центру рисунку. Ілюстрація відокремлюється від основного тексту роботи порожнім рядком – до ілюстрації та після назви ілюстрації.

В цілому оформлення пояснювальної записки виконується згідно міжнародних і вітчизняних стандартів оформлення документації і звітів в сфері науки та техніки (стандарти «ДСТУ 3008-95. Структура та правила оформлення» і «ISO 5966: 1982 Documentation-Presentation of scientific and technical reports»)

При створенні пояснювальної записки не допускається переписування загальних положень і визначень із підручників, навчальних статей, посібників, методичних й інших джерел. При необхідності використання в текстовому документі матеріалів з літератури, необхідно робити на них посилання.

6. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЄКТУ

6.1 Сутність методу Монте-Карло

Метод Монте-Карло – це чисельний метод, побудований на відтворенні великої кількості реалізацій випадкового процесу, спеціально побудованого за умовами задачі. Цей випадковий процес формується таким чином, щоб його ймовірнісні характеристики (імовірності деяких подій, математичне сподівання випадкових величин, імовірності потрапляння траєкторій процесу в задану ділянку фазового простору і т. д.) дорівнювали шуканим величинам розглядуваної задачі.

Суть методу Монте-Карло можна пояснити таким прикладом. Нехай треба обчислити значення

$$I_1 = \int_0^1 f(x) dx, \quad (1),$$

де $0 \leq f(x) \leq 1$ для всіх x , які задовольняють умові $0 \leq x < 1$.

Припустимо, що у нас є достатньо велика сукупність незалежних випадкових чисел (одержаних з програми формування псевдовипадкових чисел), які є можливими значеннями випадкової величини ξ , розподіленої рівномірно в інтервалі $(0,1)$.

Відомо, що пари випадкових чисел (x_{2i-1}, x_{2i}) $i=1, \dots$, можна інтерпретувати як випадкові точки, рівномірно розподілені в одиничному квадраті. Останнє означає, що ймовірність потрапляння випадкової точки (x_{2i-1}, x_{2i}) в якусь ділянку Ω , що належить одиничному квадратові, пропорційна площі ділянки Ω й не залежить від розміщення її в одиничному квадраті. Для будь-якої пари (x_{2i-1}, x_{2i}) можна перевірити правильність нерівності

$$x_{2i} \leq f(x_{2i-1}). \quad (2)$$

Якщо цю нерівність виконано (тобто, точка (x_{2i-1}, x_{2i}) лежить на кривій $f(x)$ або нижче від неї), то вважатимемо, що має місце подія A , у протилежному випадку ця точка розміститься вище від кривої (подія $\bar{A}$). Проведено N випробувань, що полягають у виборі пар (x_{2i-1}, x_{2i}) і перевірці нерівності (2). Нехай кількість точок, для яких ця нерівність виконується, дорівнює m . Тоді відношення $\frac{m}{N}$ є частотою появи події A . Відомо, що згідно з законом великих чисел Бернуллі частота якоїсь події при достатньо великих N досить близька до ймовірності цієї події. В розглядуваному випадку ймовірність $P(A)$ являє собою частку площі одиничного квадрата, що припадає на ту його частину, яка розміщена під кривою $f(x)$ і тому дорівнює шуканому значенню інтеграла (1). Таким чином, частоту $\frac{m}{N}$ приймають за наближене значення $\bar{I}_1$ інтеграла I_1 .

Для розглядуваного прикладу (тобто, прикладу знаходження I_1) можливий і інший підхід. Дійсно, нехай $g(x)$ – функція щільності розподілу випадкової величини ξ в інтервалі (a, b) , який збігається з інтервалом інтегрування. Тоді вираз

$$I_2 = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} g(x) dx$$

де $\frac{f(x)}{g(x)}$ – це математичним сподіванням функції.

Згідно з законом великих чисел (див., наприклад, [2, с. 114], за наближене значення величини математичного сподівання можна приймати середнє арифметичне

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(x_i)}{g(x_i)}, \quad (3)$$

де N – достатньо велике.

У співвідношенні (3) x_i – незалежні випадкові величини, які є можливими значеннями випадкової величини ξ з законом розподілу $g(x)$.

Зокрема, якщо $g(x)$ - щільність рівномірного на відрізку $[0,1]$ розподілу, $g(x)=\{0 \text{ для } x \leq 0; 1 \text{ для } 0 < x < 1; 0 \text{ для } x \geq 1\}$, то значення величин I_1 співпадає математичним сподіванням випадкової величини $Mf(\xi)$, $I_1 = Mf(\xi)$.

Уявлення про точність методу Монте-Карло і необхідне число реалізацій N можна одержати, користуючись класичною центральною граничною теоремою [2, с. 151]. Згідно цієї теореми, для великого числа випробувань N їх середній результат (частота P^* події A або середнє арифметичне $\bar{X}$ спостережених значень випадкової величини X) розподіляється приблизно за нормальним законом. Наведемо відповідні до цього формули.

1. Закон розподілу частоти події для великої кількості випробувань.

Якщо здійснена велика кількість N незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з імовірністю p , то частота P^* події A ,

$$P^* = \frac{m}{N} \quad (4)$$

де m – число появ події A в N випробуваннях, розподілена приблизно за нормальним законом з математичним сподіванням

$$MP^* = p \quad (5)$$

та середнім квадратичним відхиленням

$$\sigma_{P^*} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}} \quad (6)$$

Оцінка P^* параметра p має точність ε і достовірність α , якщо ймовірність $P\{|P^* - p| < \varepsilon\}$ задовольняє рівності

$$P\{|P^* - p| < \varepsilon\} = \alpha. \quad (7)$$

Згідно із зазначеною класичною центральною граничною теоремою для великого числа N незалежних випробувань частота P^* має розподіл, близький до нормального розподілу з параметрами (5) та (6). Тому

$$P\{|P^* - p| < \varepsilon\} = 2\Phi(t_\alpha) - 1, \quad (8)$$

де

$$t_{\alpha} = \varepsilon \sqrt{N} / \sqrt{p(1-p)}, \quad (9)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{u^2}{2}\right\} du. \quad (10)$$

Значення функції $\Phi(x)$ табульовані (див., наприклад, [3], або Додаток В).

Із рівності (9) знаходимо число реалізацій N , необхідне для обчислення P^* з точністю ε і достовірністю α

$$N = t_{\alpha}^2 p(1-p) / \varepsilon^2, \quad (11)$$

Або з урахуванням (7) – (10)

$$N = [\Phi^{-1}(\frac{1+\alpha}{2})]^2 p(1-p) / \varepsilon^2. \quad (12)$$

Для оцінки точності метода Монте-Карло не суттєво знати точне значення самої ймовірності p . У правій частині формули (9) її можна замінити орієнтовним значенням, узявши замість p , наприклад, частоту P^* події A у даній серії випробувань.

6.2 Закон розподілу середнього арифметичного для великої кількості випробувань.

Якщо здійснена велика кількість N незалежних випробувань, у кожному з яких випадкова величина X приймає значення

$$X_1, X_2, \dots, X_N, \quad (13)$$

то середнє арифметичне цих значень:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (14)$$

розподілено приблизно за нормальним законом, з математичним сподіванням

$$M\bar{X} = MX \quad (15)$$

де MX – математичне сподівання та середньо квадратичне відхилення випадкової величини X .

та середнім квадратичним відхиленням

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{N}}, \quad (16),$$

де σ_X – математичне сподівання та середньо квадратичне відхилення випадкової величини X .

Аналогічно до (8), знаходимо для великого числа N незалежних випробувань

$$P\{|\bar{X} - MX| < \varepsilon\} = 2\Phi(t_\alpha) - 1, \quad (17)$$

де

$$t_\alpha = \varepsilon\sqrt{N}/\sigma_X. \quad (18)$$

Для наближеної оцінки точності моделювання методом Монте-Карло можна у першому наближенні замість середнього квадратичного відхилення σ_X у формулі (18) скористатись його статистичною оцінкою, отриманої у самій серії із N випробувань:

$$\sigma_X \approx \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - (\bar{X})^2\right)^{1/2} \quad (19)$$

Якщо точності виявиться замало, слідує продовжити випробування, вносячи у праву частину (19) відповідні зміни, пов'язані із зростанням кількості реалізацій.

6.3 Приклади виконання основних пунктів з курсового проекту

ПРИКЛАД 1. Проведено $N=1000$ незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являлася з імовірністю $p=0,3$. За цих даних імовірність того, що отримана в N випробуваннях частота P^* появи події A відрізняється від імовірності менше ніж на $\varepsilon=0,02$, дорівнює згідно до виразу (7 та 8)

$$P\{|P^* - p| < \varepsilon\} = \alpha. \quad (7)$$

$$P\{|P^* - p| < \varepsilon\} = 2\Phi(t_\alpha) - 1, \quad (8)$$

де

$$t_\alpha = \varepsilon\sqrt{N}/\sqrt{p(1-p)}, \quad (9)$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{u^2}{2}\right\} du. \quad (10)$$

Значення функції $\Phi(x)$ табульовані (див., наприклад, [3]).

Звідси:

$$P\{|P^* - 0,3| < 0,02\} = 2\Phi\left(\frac{0,02}{0,459} 31,6\right) - 1 \approx 0,83.$$

ПРИКЛАД 2. Проводиться експеримент, в якому подія А з*являється з імовірністю $p = 0,2$. Скільки незалежних експериментів потрібно виконати для того, щоб частота P^* події А з достовірністю $\alpha=0,95$ відрізнялась від p не більше ніж на $\varepsilon = 0,01$?

Розв'язання. Кількість експериментів N обраховується за формулою (12):

$$\begin{aligned} N &= \left[\Phi^{-1}\left(\frac{1+0,95}{2}\right) \right]^2 (0,2)(1 - 0,2)/(0,01)^2 = \\ &= (3,84)(0,2)(0,8)/(0,01)^2 \approx 6140. \end{aligned}$$

ПРИКЛАД 3.

Алгоритм обчислення площі фігури методом Монте-Карло.

Розглянемо задачу визначення площі фігури, наприклад, представленої на рис.6.1. Фігура може бути будь-якою, але обов'язково повинні бути відомі:

а) межі фігури в вигляді аналітичного вираження або сукупності таких виразів та логічних умов;

б) площа у вигляді прямокутника, частину якого займає досліджувана фігура (рис. 6.1).

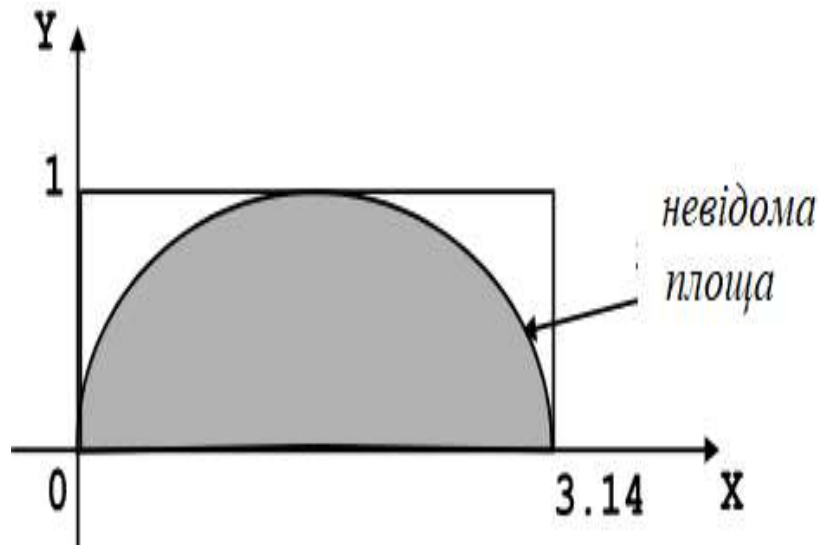


Рисунок 6.1 - Площа фігури

У нашому прикладі межа фігури визначається рівняннями:

$$y = \sin(x); y=1;$$

$$x=0; x=3.14.$$

Невідома поки що площа цієї фігури становить частину прямокутника площею $S = 1 \times 3.14 = 3.14 = \pi$.

Алгоритм розв'язання задачі.

1) Генеруємо випадкове число x_1 у діапазоні від 0 до π , а також випадкове число y_1 в діапазоні від 0 до 1. Отримуємо випадкову точку всередині прямокутника з координатами (x_1, y_1) . Ця точка може потрапити в досліджувану фігуру, а може й не потрапити.

2) Перевірка належності точки (x_1, y_1) до досліджуваної фігури.

Якщо точка не потрапила, тобто. $y_1 > \sin(x_1)$, то переходимо до п.1 і знову генеруємо випадкову точку з координатами (x_2, y_2) .

Якщо точка потрапила, тобто. $y1 < \sin(x1)$, необхідно зафіксувати, запам'ятати це потрапляння і знову перейти до п.1. У результаті ми повинні рахувати число попадань.

Примітка: потрапляння точки точно на межу фігури $y1 = \sin(x1)$ можна віднести як до одного, так і до іншого результату - це воля експериментатора та автора програми.

3) Пункт 1 слід повторити досить велику кількість разів, від цього, зрештою, залежить точність обчислень.

Для цього завдання число повторів $N = 1000 \div 3000$.

4) Після проведення N повторів маємо нескладну пропорцію:

загальне число дослідів відповідає всій площі прямокутника, що дорівнює PI , а число попадань P відповідатиме невідомій площі S досліджуваної фігури. Звідси:

$$S = (P * PI) / N.$$

Укрупнена блок-схема алгоритму наведена на рис. 6.2.

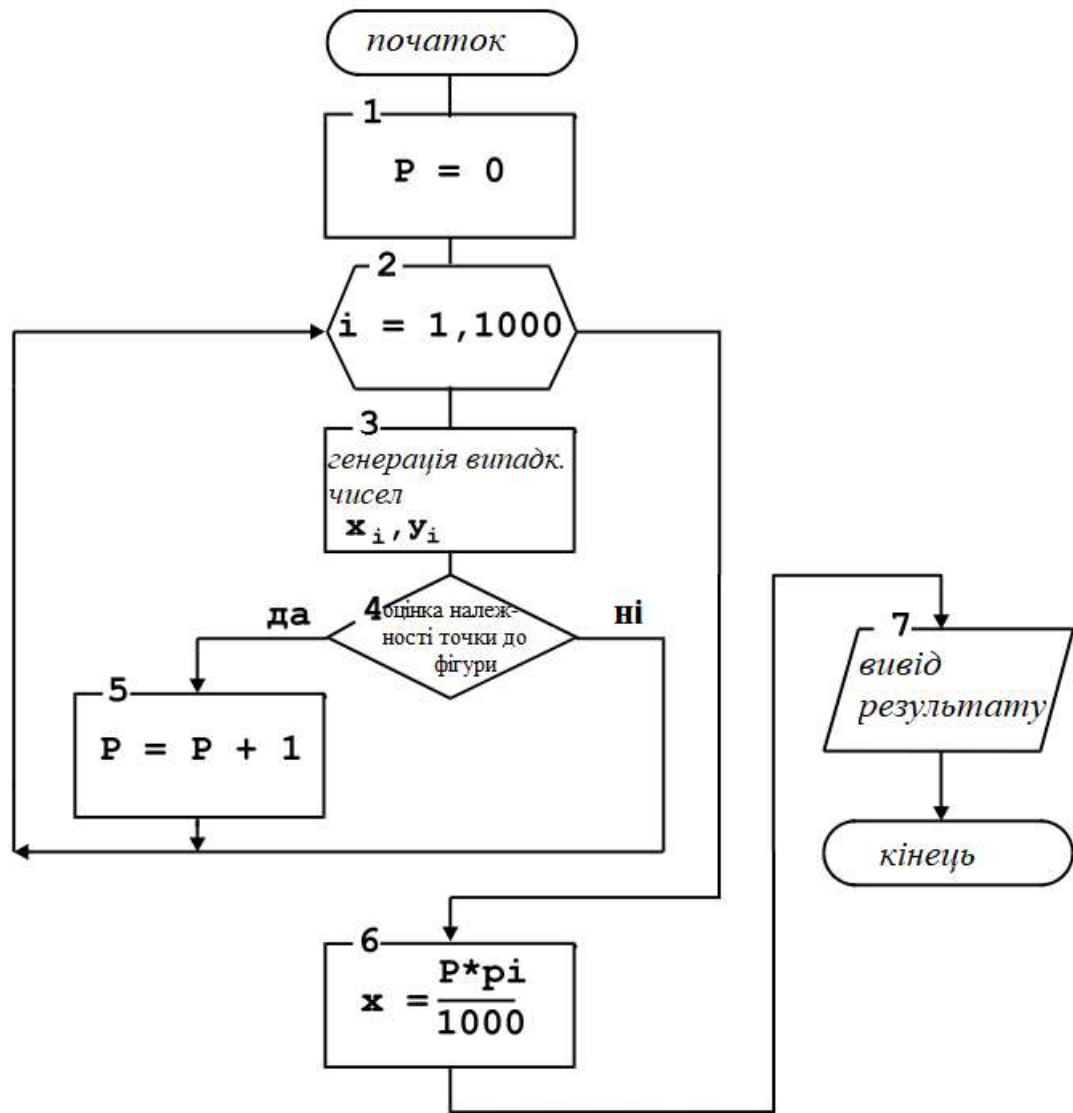


рис. 6.2 - Схема алгоритму

Примітка: блок 3 - результат роботи програми формування псевдовипадкових чисел, яку студент створює (обирає) самостійно

7 ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТУ.

Використати метод Монте-Карло для знаходження площі фігури, яка розташована у першому квадранті декартової системи координат і обмежена сторонами одиничного квадрата та функціями $\sin x$, $\operatorname{tg} x$ (рис. 7.1).

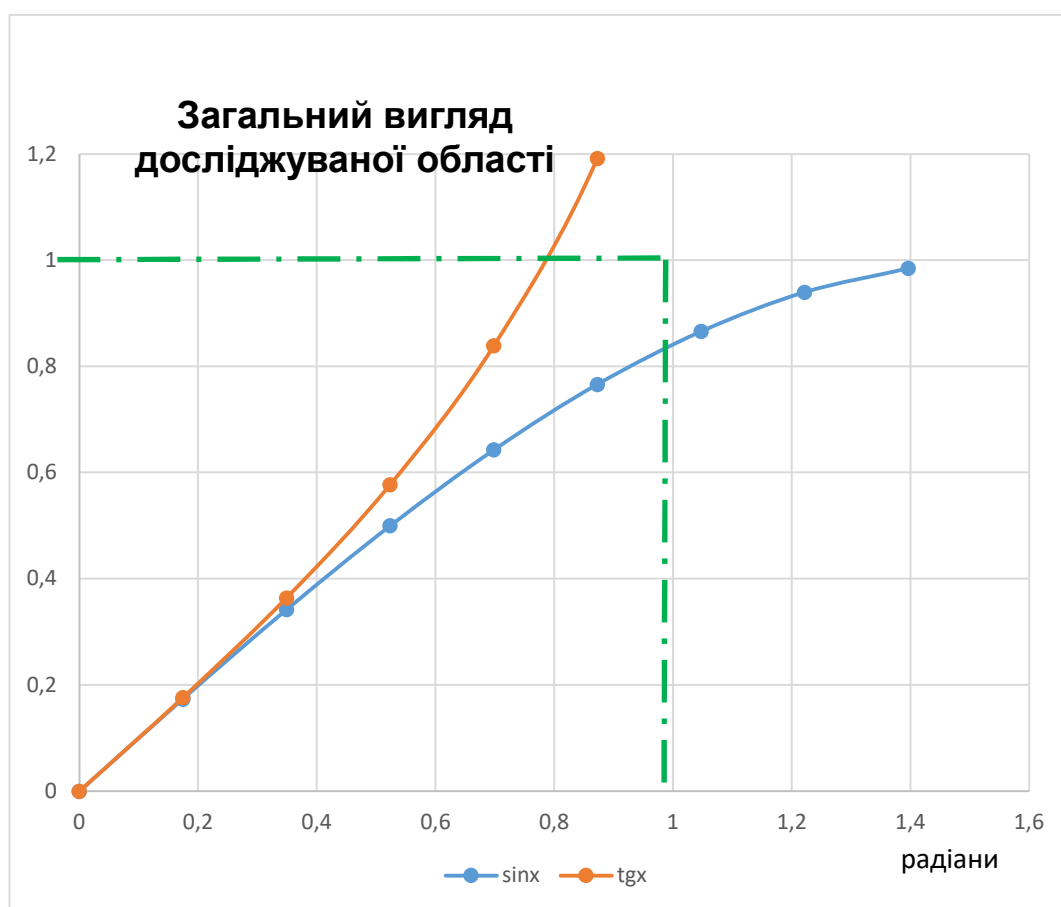


Рисунок 7.1- Досліджувана область

Оберіть точність (ε), достовірність (α) та імовірністю p з табл. 1 по варіантам згідно журналу обліку.

Результатом Курсового проекту повинно бути:

- програма формування псевдовипадкових чисел;

- програмний блок проведення розрахунків методом Монте-Карло з застосуванням результатів роботи блоку генерації ПВЧ;
- приклад застосування методу Монте-Карло для розв'язання конкретної задачі, що відповідає варіанту завдання (результат роботи програмних розробок).

ТАБЛИЦЯ 1- Варіанти завдань

Варіант з журналу	Точність (ϵ)	Достовірність (α)	Імовірність (p)
1	0,005	0,88	0,02
2	0,006	0,89	0,03
3	0,007	0,9	0,04
4	0,008	0,91	0,05
5	0,009	0,92	0,06
6	0,008	0,93	0,07
7	0,007	0,94	0,08
8	0,006	0,95	0,09
9	0,005	0,96	0,01
10	0,004	0,97	0,02

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Тематична література до виконання курсового проєкту

1. Бусленко М. П. Монте-Карло метод. Енциклопедія кібернетики / М. П. Бусленко. – Київ, 1973. – Т. 2. - 576 с.
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика: посібник / М.В. Карташов. – Київ : Київський університет, 2008. – 504 с.
3. Турчин В.М. Математична статистика в прикладах і задачах : посібник / В.М. Турчин. – Дніпропетровськ : ДДУ, 1998. - Ч. 2. - 228 с.
4. Жлуктенко В.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посіб. - У 2 ч. / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний. – Київ : КНЕУ, 2000. – 304 с.
5. Теорія ймовірностей та атематична статистика: навч. посіб. / О.І. Кушлик-Дивульська, Н.В. Поліщук, Б.П Орел, П.І. Штабальок. – Київ : НТУУ «КП», 2014. - 213 с.
6. Лебєдєв Є.О. Математична статистика / Є. О. Лебєдєв, Г. В. Лівінська, І. В. Розора, М. М. Шарапов. – Київ : КНУ ім. Т.Шевченка, 2016. – 159 с.
7. Літнарівч Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу : навч. посіб. / Р.М. Літнарівч. – Рівне : МЕРУ, 2011. - 140 с.
8. Павленчик А. О. Ряди динаміки / А. О. Павленчик. – Львів: ЛДУФК, 2021. - 16 с.
9. Руденко В.М. Математична статистика: навч. посіб. / В.М. Руденко. – Київ: ЦУЛ, 2012. – 304 с.
10. Ямненко Р.Є. Прикладні статистичні методи обчислень / Р.Є. Ямненко. - Київ : КНУ ім.Т.Шевченко, 2021. - 83 с.
11. ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

<https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/n0001217-96#Text> . – Назва з екрана.

ДОДАТОК А. ПРИКЛАД ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНИХ ЛИСТІВ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
Факультет комп'ютерно-інформаційних технологій та автоматизації
Кафедра прикладної математики та інформатики

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до курсового проєкту з дисципліни «Статистичні методи оцінювання»

на тему « Формування псевдовипадкових послідовностей, та їх
застосування в статистичному моделюванні »

»

Розробник:

Студент (-тка) .гр. _____

(дата, підпис) (ПІБ).

Керівник:

(дата, підпис) (ПІБ).

Консультант:

(дата, підпис) (ПІБ).

Оцінка за національною шкалою _____, Кількість балів _____
у тому числі:

Пояснювальна записка	Захист проєкту	Загалом
до 40	до 60	100

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка курсового проєкту містить _____ сторінок,
_____малюнків, _____таблиць, _____додатків.

Об'єкт дослідження

Предмет дослідження

Мета КУРСОВОГО ПРОЄКТУ

Задачі:

Опис основних результатів КУРСОВОГО ПРОЄКТУ

КЛЮЧОВІ СЛОВА

ДОДАТОК Б. ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

ЗАТВЕРДЖУЮ
зав. кафедрою ПМІ, доц., к.т.н.
Н.МАСЛОВА
« ____ » _____ 2023 р.

ТЕХНІЧНЕ ЗАВДАННЯ
на курсовий проєкт з дисципліни «Статистичні методи оцінювання»

студенту _____ - групи _____

Варіант _____

Тема проєкту: « Формування псевдовипадкових
послідовностей, та їх застосування в статистичному
моделюванні »

1. Дата видачі завдання: _____ року

2. ЗАВДАННЯ:

Отримати початкові відомості щодо об'єкту та предмету курсового проєкту. Оформити Пояснювальну записку та захистити роботу (зробити 7 хвилину доповідь).

Варіант завдання: < номер варіанту та умову завдання >

3. Термін захисту проєкту: 25.12.2023.

4. Графік виконання курсового проєкту

№ з/п	Назва етапів курсового проєкту	Терміни виконання	
		початок	закінчення
1	Знайомство з теоретичними матеріалами з дисципліни, отримання знань щодо об'єкту та предмету курсового проєкту	1-й тиждень	2-й тиждень
2	Виконання семестрових завдань, отримання навичок проведення розрахунків з навчальної дисципліни	2-й тиждень	4-й тиждень
3	Знайомство з конкретним завданням курсового проєктування, підбір теоретичних матеріалів та даних для розрахунків	5-й тиждень	6-й тиждень
4	Виконання основної частини проєкту, обрання або розробка програмної частини проєкту	7-й тиждень	9-й тиждень
5	Проведення самостійного інтернет-пошуку додаткових матеріалів щодо об'єкту та предмету курсового проєктування	10-й тиждень	11-й тиждень
6	Виконання розрахунків за варіантом	12-й тиждень	13-й тиждень
7	Контроль правильності виконання (консультації та отримання допуску до захисту)	14-й тиждень	15-й тиждень
8	Оформлення Пояснювальної записки	15-й тиждень	15-й тиждень
9	Захист курсового проєкту	16-й тиждень	

Студент _____ (ПІБ)

Керівники проєкту _____ (_____)

_____ (_____)

ДОДАТОК В. ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ $\Phi(x)$, НОРМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ

Нормальний розподіл

У табл. В.1.1 наведені значення функції $\Phi(t)$ нормального розподілу з параметрами $(0;1)$ (квантилі нормального розподілу): для даних t табульовані значення функції

$$N_{0;1}(t) = \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left\{-\frac{s^2}{2}\right\} ds.$$

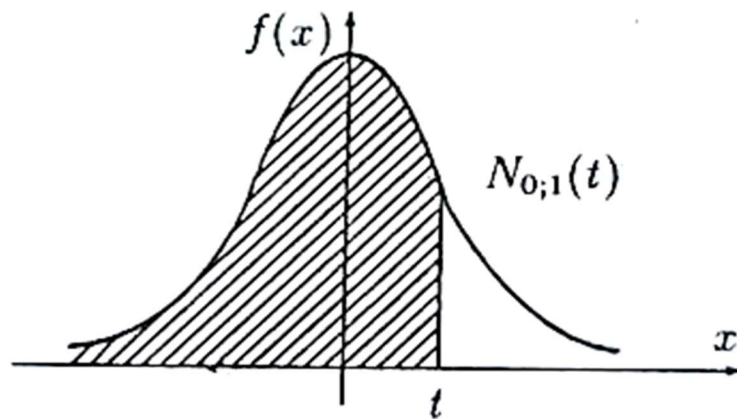


Рис 1.1. До означення квантиля нормального розподілу; $f(x)$ — щільність розподілу $N_{0;1}$.

Для кожного t значення $N_{0;1}(t)$ чисельно дорівнює площі заштрихованої фігури на рис. 1.1

Значення $N_{a;\sigma^2}(x)$ — функції нормального розподілу з параметрами a і σ^2 — обчислюється за значеннями табульованої функції $N_{0;1}(x) = \Phi(x)$ нормального розподілу $N_{0;1}$:

$$N_{a;\sigma^2}(x) = N_{0;1}\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

Табл. В.1.1 допускає лінійну інтерполяцію.

Таблиця В.1.1. Значення функції $\Phi(t)$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-0,0	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
-0,1	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,2	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,3	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,4	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,5	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,6	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,7	,2420	,2389	,2358	,2327	,2297	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,8	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,9	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-1,0	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-1,1	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,2	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,3	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,4	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,5	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,6	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,7	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,8	,0359	,0351	,0344	,0336	,0339	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,9	,0288	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-2,0	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-2,1	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,2	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,3	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,4	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,5	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,6	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,7	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,8	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,9	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
t	-3,0	-3,1	-3,2	-3,3	-3,4	-3,5	-3,6	-3,7	-3,8	-3,9
$\Phi(t)$	,0013	,0010	,0007	,0005	,0003	,0002	,0002	,0001	,0001	,0000

Таблиця В.1.1 (закінчення)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7703	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9900	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9923	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$\Phi(t)$	,9987	,9990	,9993	,9995	,9997	,9998	,9998	,9999	,9999	,1000