

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання розрахунково-графічних робіт**

**з дисциплін: «Теорія електричних кіл », «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних та електромагнітних кіл», «Електротехніка та електроніка», «Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка»  
для студентів денної та заочної форм навчання усіх спеціальностей**

**ПОКРОВСЬК (КРАСНОАРМІЙСЬК) – 2016**

УДК 621.38:004:681.51

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з дисциплін: «Теорія електричних кіл », «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних та електромагнітних кіл», «Електротехніка та електроніка», «Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка» (для студентів денної та заочної форм навчання усіх спеціальностей) / [Укл. В.Ф.Сенько, В.П.Тарасюк, І.С. Лактіонов]. – Покровськ (Красноармійськ): ДонНТУ, 2016. – 33 с.

Методичні вказівки є практикумом з дисциплін: «Теорія електричних кіл », «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних та електромагнітних кіл», «Електротехніка та електроніка», «Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка», у них викладено необхідні теоретичні положення при підготовці до виконання розрахункових робіт, порядок виконання та індивідуальні завдання до розрахункових робіт.

Укладачі: Сенько В.Ф. – доцент каф. електронної техніки, к.т.н., доцент.  
Тарасюк В.П. – доцент каф. електронної техніки, к.т.н., доцент.  
Лактіонов І.С. – асистент каф. електронної техніки, к.т.н.

Рецензент Федоров Є.Є. – зав. каф. комп'ютерних наук, д.т.н., доцент.

Відповідальний за випуск: Зорі А.А. – завідувач кафедри електронної техніки, д.т.н., професор.

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,  
протокол № 11 від 14.06.2016 р.

Розглянуто на засіданні кафедри електронної техніки,  
протокол № 10 від 06.06.2016 р.

## Содержание

|  |       |
|--|-------|
| Введение   | _____ |
| <b>Расчетная работа №1.</b> Расчет электрических цепей постоянного и переменного тока.   | _____ |
| 1.1. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним нелинейным элементом.           | _____ |
| 1.2. Расчет электрических цепей переменного тока при действии синусоидальной э.д.с.      | _____ |
| <b>Расчетная работа № 2.</b> Расчет цепей с источником несинусоидальной э.д.с.           | _____ |
| <b>Расчетная работа № 3.</b> Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. | _____ |

## Введение

Расчетные работы по дисциплине "Электротехника" предназначены для выработки у студентов практических навыков расчета электрических цепей постоянного и переменного тока и охватывает основные разделы курса: цепи постоянного тока, цепи переменного тока, цепи с несинусоидальными напряжениями и токами, переходные процессы в линейных электрических цепях.

Варианты заданий на расчетные работы определяются порядковым номером студента в журнале академической группы. Для каждого задания в расчетных работах предложено по пять отличающихся друг от друга схем электрических цепей. Тип схемы определяется таблицей 1:

Табл.1

| <b>Номер варианта</b> | <b>Схема</b> |
|-----------------------|--------------|
| 1...5                 | Схема 1      |
| 6...10                | Схема 2      |
| 11...15               | Схема 3      |
| 16...20               | Схема 4      |
| 21...25               | Схема 5      |

Данные для расчета схем выбираются согласно таблице 2:

Табл.2

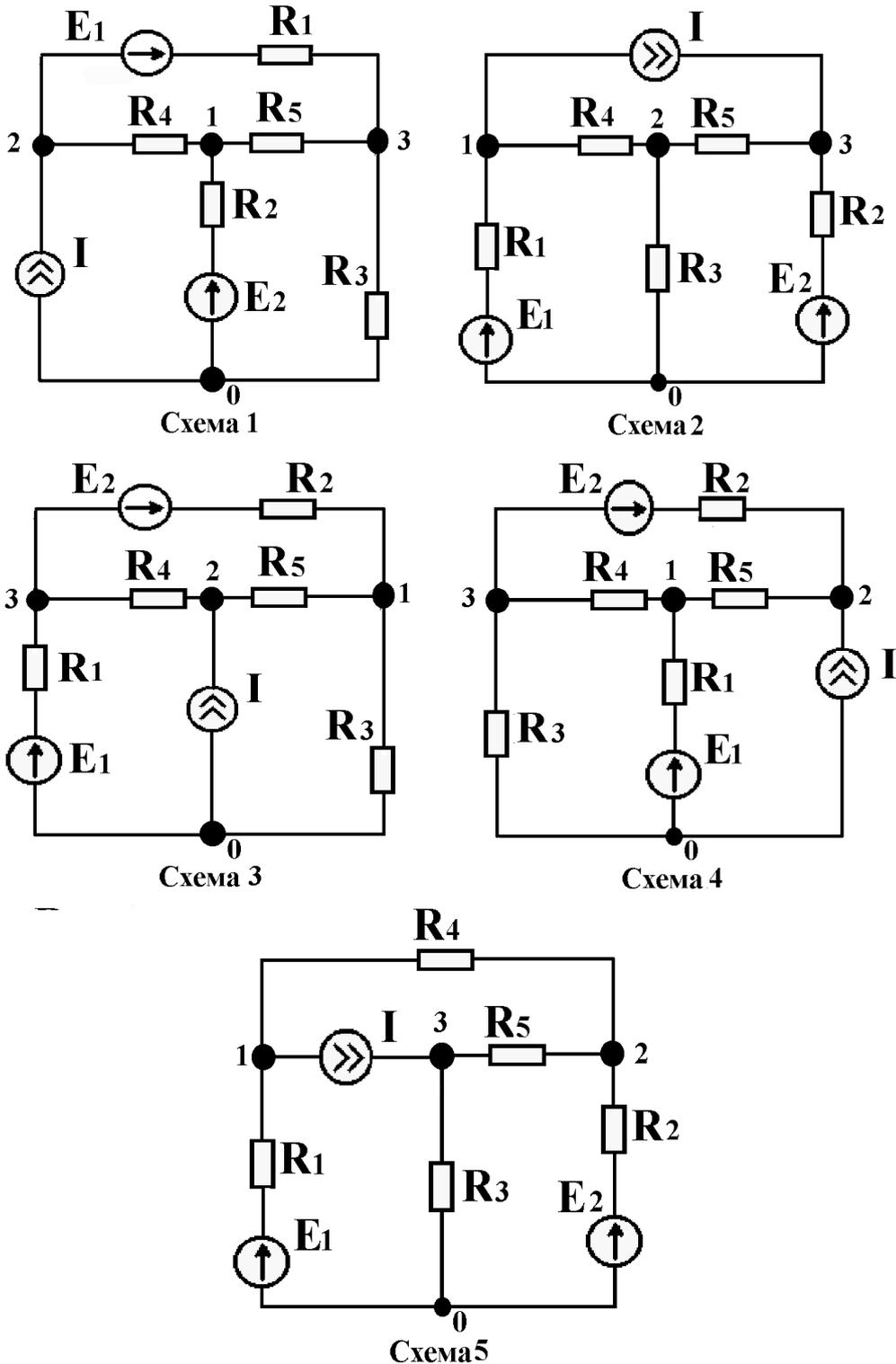
| <b>Номер варианта</b> | <b>Данные</b>    |
|-----------------------|------------------|
| 1,6,11,16,21          | Вариант данных 1 |
| 2,7,12,17,22          | Вариант данных 2 |
| 3,8,13,18,23          | Вариант данных 3 |
| 4,9,14,19,24          | Вариант данных 4 |
| 5,10,15,20,25         | Вариант данных 5 |

## Расчетная работа №1.

Расчет электрических цепей постоянного и переменного тока.

1.1. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним нелинейным элементом.  
Задание.

Рис 1.1



Для заданной согласно таблице вариантов схемы (рис.1.1) рассчитать токи в каждой ветви схемы, напряжения между узлами схемы, проверить правильность

расчетов по уравнению баланса мощностей, определить эквивалентное входное сопротивление схемы относительно ветви с э.д.с.  $E_2$  и резистором  $R_2$ .

Параметры элементов схемы указаны в таблице вариантов, где  $R(U)$  - нелинейное сопротивление. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента задана выражением:

$$I = 0.0314(e^{0.5U} - 1),$$

Где -  $I [A]$ ,  $U [B]$ ,  $e = 2.718$ .

В цепях, содержащих один нелинейный элемент, для определения токов во всех ветвях схемы вначале необходимо определить ток в ветви с нелинейным элементом, затем заменить нелинейный элемент линейным сопротивлением, равным статическому сопротивлению нелинейного элемента, а после этого любым из методов расчета линейных электрических цепей постоянного тока определить токи в остальных ветвях схемы, имея в виду, что ток в ветви с нелинейным элементом уже известен.

Для определения тока в ветви с нелинейным элементом наиболее рационально использовать графоаналитический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока, для чего по отношению к ветви с нелинейным элементом (рис.1.2а) всю остальную часть заданной схемы необходимо по теореме об эквивалентном генераторе заменить эквивалентным генератором. После замены схема приобретает вид, показанный на рис. 1.2б.

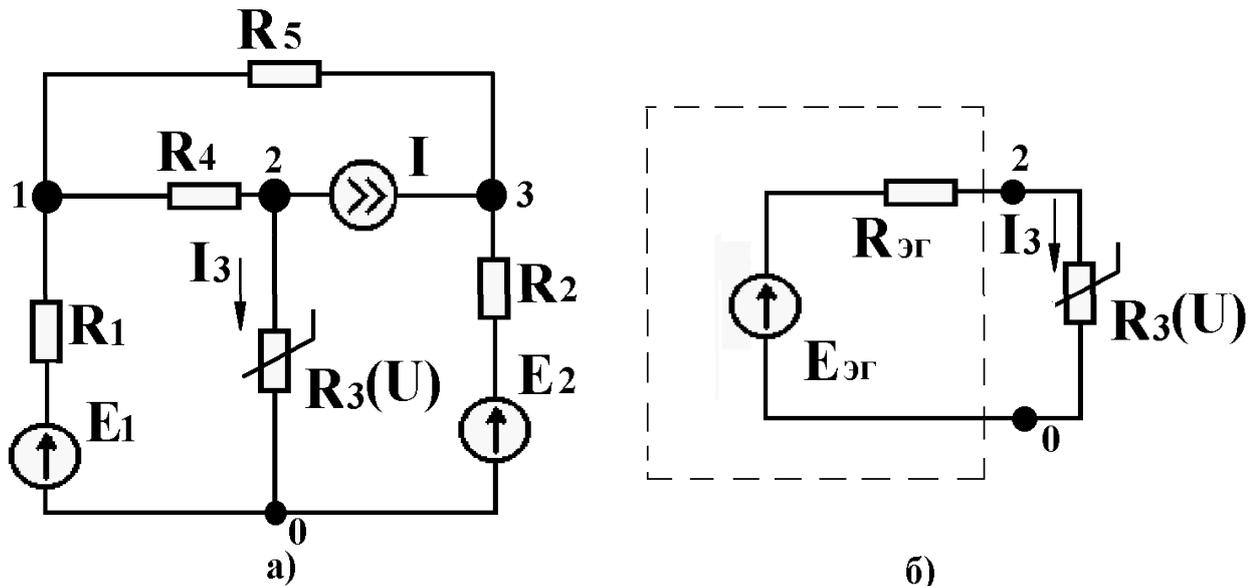


Рис.1.2а,б

Определение тока в этой схеме производится графоаналитическим методом с помощью построения нагрузочной линии.

Параметры эквивалентного генератора ( $E_{эг}$  и  $R_{эг}$ ) определяются по исходной схеме при разомкнутой ветви с нелинейным элементом (рис.1.2в). Э.д.с. эквивалентного генератора равна напряжению холостого хода между узлами, к которым подключается ветвь с нелинейным элементом

$$E_{эг} = U_{20,xx},$$

а сопротивление эквивалентного генератора определяется относительно узлов 2 и 0 (рис.1.2г) при условии, что источники напряжения закорочены ( $R_{вн} = 0$ ), а источники тока разомкнуты ( $R_{вн} = \infty$ ):

$$R_{э2} = R_{20}.$$

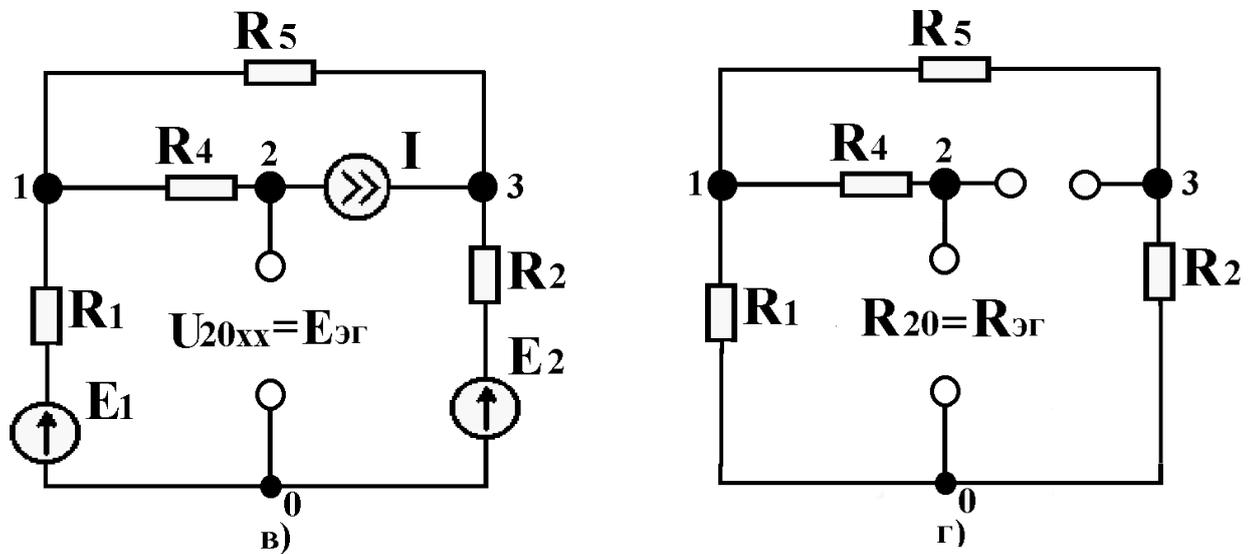


Рис. 1.2в,г

При построении вольтамперной характеристики нелинейного элемента необходимо использовать модуль напряжения, т.к. нелинейный элемент имеет симметричную относительно начала координат вольтамперную характеристику.

Для определения тока нелинейного элемента графоаналитическим методом в одной системе координат строятся ВАХ нелинейного элемента и нагрузочная линия согласно уравнению:

$$E_{э2} = I_{нэ} * R_{э2} + U_{нэ}.$$

Нагрузочная линия (рис.1.3) строится по точкам пересечения её с осями координат:

$$I_{нэ} = 0; U_{нэ} = E_{э2} \text{ - режим холостого хода;}$$

$$U_{нэ} = 0; I_{нэ} = \frac{E_{эг}}{R_{эг}} \text{ - режим короткого замыкания;}$$

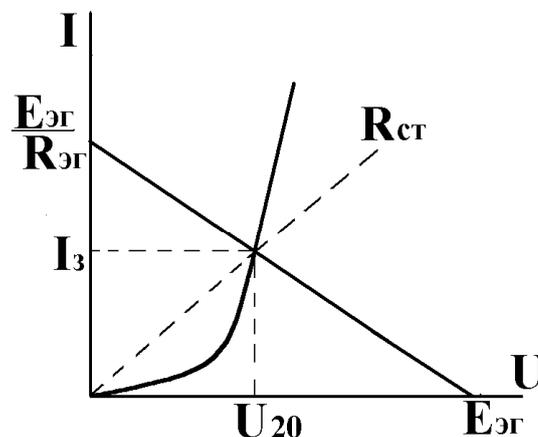


Рис 1.3

Пересечение нагрузочной линии с ВАХ нелинейного элемента определяет режим работы нелинейного элемента:  $I_{нэ}$  и  $U_{нэ}$ .

В этой рабочей точке нелинейный элемент можно заменить линейным сопротивлением:

$$R_{нэ ст} = \frac{U_{нэ}}{I_{нэ}}$$

и, следовательно, сделать исходную схему линейной.

Определение остальных токов в ветвях исходной схемы производится с помощью любого метода расчета цепей постоянного тока. Наиболее часто используется метод контурных токов, позволяющий обойтись минимальным числом уравнений. В исходной схеме после определения рабочей точки нелинейного элемента известны токи в двух ветвях схемы: в ветви с источником тока и в ветви с нелинейным элементом. Если выбрать контура в схеме таким образом, чтобы контурные токи совпадали с уже известными, то для определения остальных токов необходимо составить только одно уравнение для контура с неизвестным током.

Для нахождения напряжений между узлами схемы необходимо потенциал одного узла принять равным 0 (заземлить). Используя закон Ома для участка цепи, можно определить потенциалы каждого узла, а затем и разность потенциалов между узлами. Напряжение между узлами можно также определить, заключив соответствующий участок цепи в замкнутый контур, не содержащий источников тока, и записав 2-й закон Киргофа для этого контура.

При составлении уравнения баланса мощностей следует иметь в виду, что потери мощности на активных сопротивлениях всегда положительны

$$P_i = I_i^2 * R_i,$$

а мощность источника э.д.с. может быть как положительной, так и отрицательной. Если направление тока источника совпадает с направлением напряжения, то мощность источника положительна и источник отдаёт энергию в цепь. В противном случае, когда направление тока источника не совпадает с направлением напряжения, мощность источника отрицательна, т.е. источник является потребителем мощности.

По отношению к ветви, содержащей источник э.д.с., всю остальную часть схемы можно заменить эквивалентным входным сопротивлением (рис. 1.4).

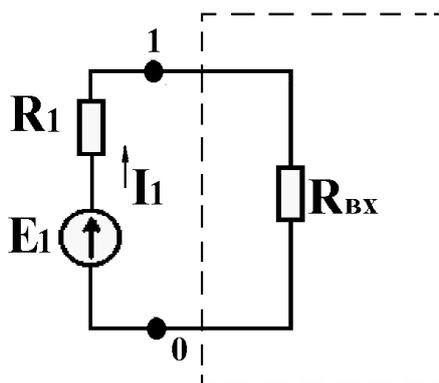


Рис 1.4

Напряжение на выводах входного сопротивления равно напряжению между узлами, к которым подключена эта ветвь. Поэтому входное сопротивление определяется как

$$R_{ex} = \frac{U_{10}}{I_1} = \frac{E_1 - I_1 R_1}{I_1}$$

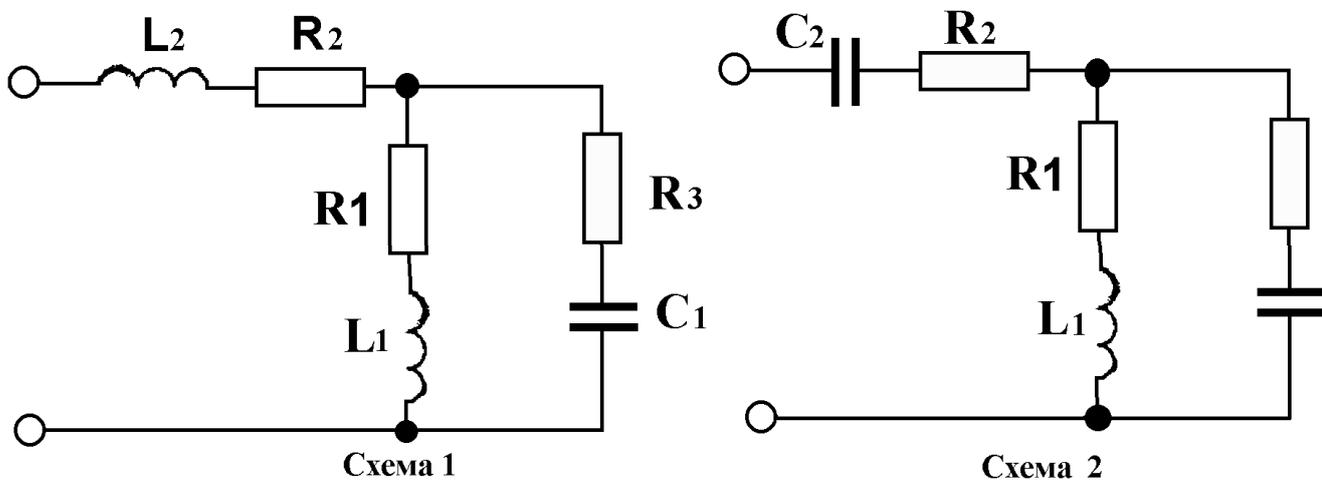
Входное сопротивление может быть как положительным, так и отрицательным. Последнее имеет место в том случае, когда источник  $E_1$  работает в режиме потребления мощности.

Табл.3

| Вариант данных | $E_1$ | $E_2$ | $I$  | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ |
|----------------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1              | 20    | -12   | 0.3  | R(U)  | 15    | 30    | 20    | 10    |
| 2              | 10    | 16    | -0.5 | 10    | R(U)  | 20    | 25    | 30    |
| 3              | 15    | -16   | 0.5  | 20    | 10    | R(U)  | 30    | 15    |
| 4              | -15   | 12    | 0.7  | 15    | 20    | 25    | R(U)  | 30    |
| 5              | -10   | 9     | 0.6  | 25    | 10    | 20    | 30    | R(U)  |

### 1.2. Расчет электрических цепей переменного тока при действии синусоидальной э.д.с.

Задание.



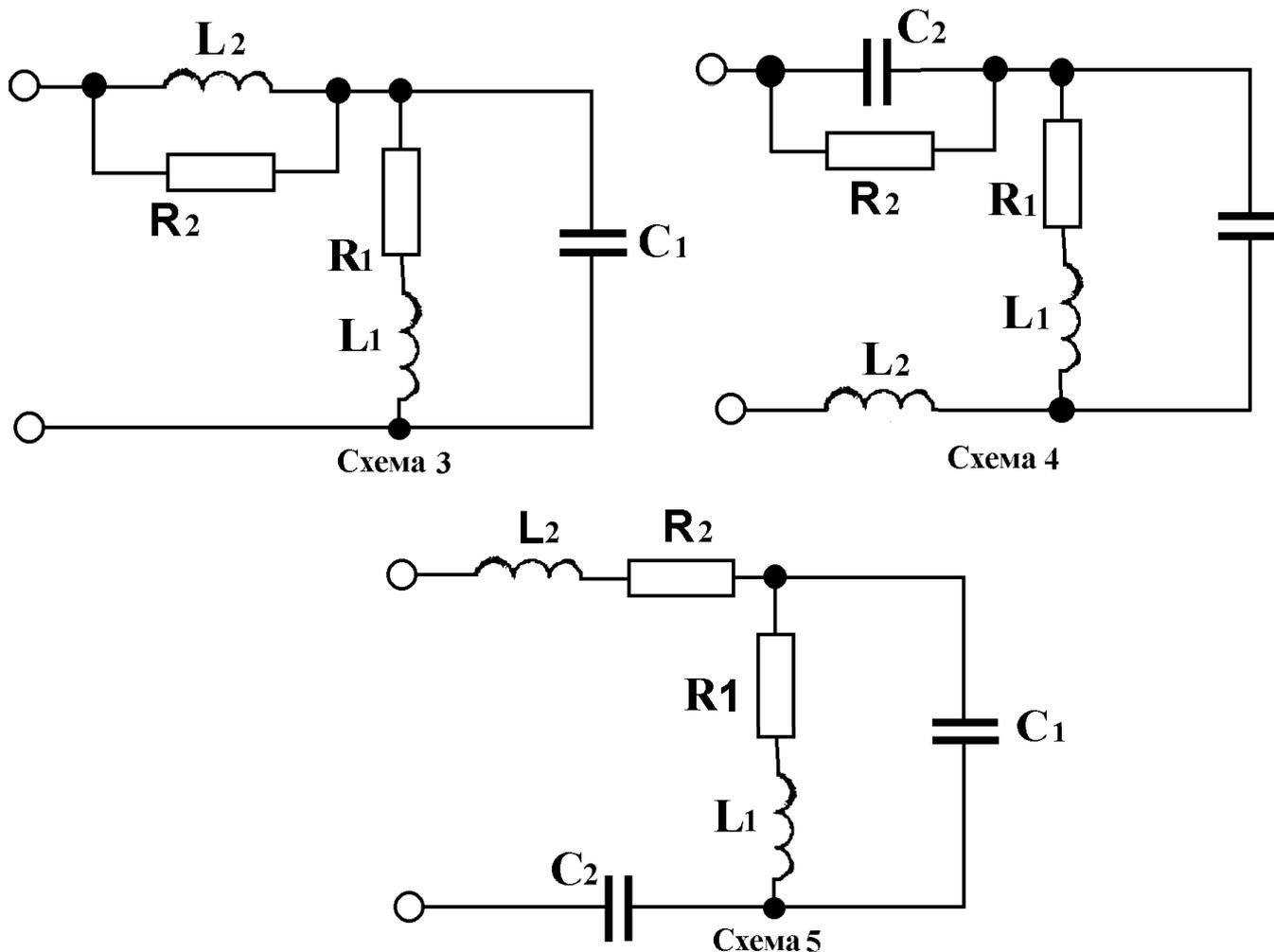


Рис. 1.5

Для заданной согласно таблице вариантов схемы (рис.1.5) комплексным методом определить: значения токов в ветвях схемы, активную и реактивную мощности на элементах цепи и полную мощность, отдаваемую источником. По рассчитанным значениям построить векторную диаграмму напряжений и токов для данной цепи; определить значение  $L_2$  (или  $C_2$ ), при котором в цепи наступает резонанс.

Параметры элементов схемы приведены в таблице вариантов. Напряжение источника изменяется по закону:

$$U(\omega t) = U_m \sin \omega t = U_m \sin(2\pi f t).$$

Сущность комплексного метода расчета цепей переменного тока заключается в том, что при использовании комплексной формы записи напряжений источников и сопротивлений участков электрической цепи все методы расчета цепей постоянного тока применимы для расчета цепей переменного тока. Поэтому на первом этапе выполнения расчетной работы необходимо записать напряжение источника и сопротивления участков цепи в комплексной форме. Если напряжение источника задано без начальной фазы, то целесообразно вектор этого напряжения направить по действительной оси комплексной плоскости:

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = U$$

Рекомендуется при расчете цепей с синусоидальными напряжениями и токами использовать при расчете действующие значения напряжений и токов. Сопротивления участков цепи в комплексной форме :

$$X = j\omega L \quad ;$$

$$R + \dot{X}_L = R + j\omega L = ;$$

$$\text{где} \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} \quad ; \quad \dot{X}_C = \frac{1}{j\omega C} \quad ;$$

$$R + \dot{X}_C = R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C} = Z e^{-j\varphi_2} ;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad ; \quad |\varphi_2| = \text{arctg} \frac{1}{\omega CR}$$

Так как при операциях с комплексными числами сложение и вычитание удобно производить в алгебраической форме записи, а умножение и деление - в показательной, то все получаемые величины в комплексной форме рекомендуется записывать сразу как в показательной, так и в алгебраической формах записи.

Ток в неразветвленной части цепи равен :

$$\dot{I}_{\text{об}} = \frac{\dot{U}}{Z_{\text{об}}(j\omega)} = I e^{j\varphi} = I \cos \varphi + j I \sin \varphi$$

Токи в двух параллельно включенных ветвях с сопротивлениями  $Z_1$  и  $Z_2$  находятся по формулам разброса :

$$\dot{I}_1 = \dot{I} \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \quad ; \quad \dot{I}_2 = \dot{I} \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \quad ;$$

Напряжения на элементах цепи находятся по закону Ома :

Мощности на отдельных участках цепи, представляющих либо активные, либо

$$\dot{U}_i = \dot{I}_i * \dot{Z}_i(j\omega)$$

реактивные сопротивления, рассчитываются по обычной формуле:

$$P_i = I_i^2 R_i; \quad Q_i = I_i^2 X_i,$$

причем реактивная мощность на индуктивных элементах положительна, на емкостных - отрицательна. Полная мощность, отдаваемая источником, определяется по формуле :

$$S = U^* I_{об}^*, \text{ где } I_{об}^* - \text{сопряженный комплекс тока } I_{об}.$$

$$S = P + jQ = Re S + jIm S,$$

и подтверждением правильности расчетов служит выполнение условия баланса активных и реактивных мощностей:

$$P = \sum P_i; \quad Q = \sum Q_i.$$

Для построения векторных диаграмм вначале на комплексной плоскости строят вектора всех токов и напряжений, рассчитанных выше. Затем геометрическим построением проверяется выполнение первого закона Кирхгофа для узлов схемы и второго закона Кирхгофа для независимых контуров.

Условием резонанса в разветвленной цепи переменного тока является равенство нулю мнимой части общего сопротивления  $Z_{об}(j\omega)$ . В зависимости от знака мнимой части сопротивления  $Z_{об}(j\omega)$ , определенного выше, определяется изменением какого элемента ( $L_2$  или  $C_2$ ) достигается выполнение условия резонанса. Если мнимая часть  $Z_{об}(j\omega)$  отрицательна и выполняется условие

$$Im[Z_{об}(j\omega)] \leq \frac{1}{\omega C_2}$$

то резонанс в цепи достигается за счет увеличения ёмкости конденсатора  $C_2$ , в противном случае необходимо изменить индуктивность  $L_2$  так, чтобы  $Im[Z_{об}(j\omega)] = 0$ .

Если  $Im[Z_{об}(j\omega)] > 0$ , то при выполнении условия

$$Im[Z_{об}(j\omega)] \leq \omega L_2$$

резонанса можно добиться уменьшением  $L_2$ , в противном случае - увеличением ёмкости конденсатора  $C_2$  до такой величины, чтобы  $Im[Z_{об}(j\omega)] = 0$ .

Табл.4

| Вариант данных | $U_m$<br>[ В ] | $R_1$<br>[Ом] | $R_2$<br>[Ом] | $C_1$<br>[мкФ] | $C_2$<br>[мкФ] | $L_1$<br>[Гн] | $L_2$<br>[Гн] | $R_3$<br>[Ом] |
|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| 1              | 15             | 15            | 45            | 30             | 10             | 0.03          | 0.08          | 20            |
| 2              | 20             | 10            | 30            | 50             | 25             | 0.02          | 0.07          | 25            |
| 3              | 25             | 15            | 35            | 40             | 15             | 0.04          | 0.09          | 15            |
| 4              | 30             | 20            | 40            | 60             | 30             | 0.05          | 0.03          | 25            |
| 5              | 35             | 10            | 25            | 45             | 20             | 0.03          | 0.05          | 20            |

## Расчетная работа № 2

Расчет цепей с источником несинусоидальной э.д.с.

Задание.

Для заданной согласно таблице вариантов схемы (рис. 2.1.) и формы э.д.с. источника напряжения (рис.2.2.) рассчитать ток в общей цепи и напряжение  $U_{10}$  между двумя узлами схемы. Записать эти величины в функции времени и построить зависимости  $I(t)$  и  $U_{10}(t)$ . Параметры схемы заданы в таблице 5.

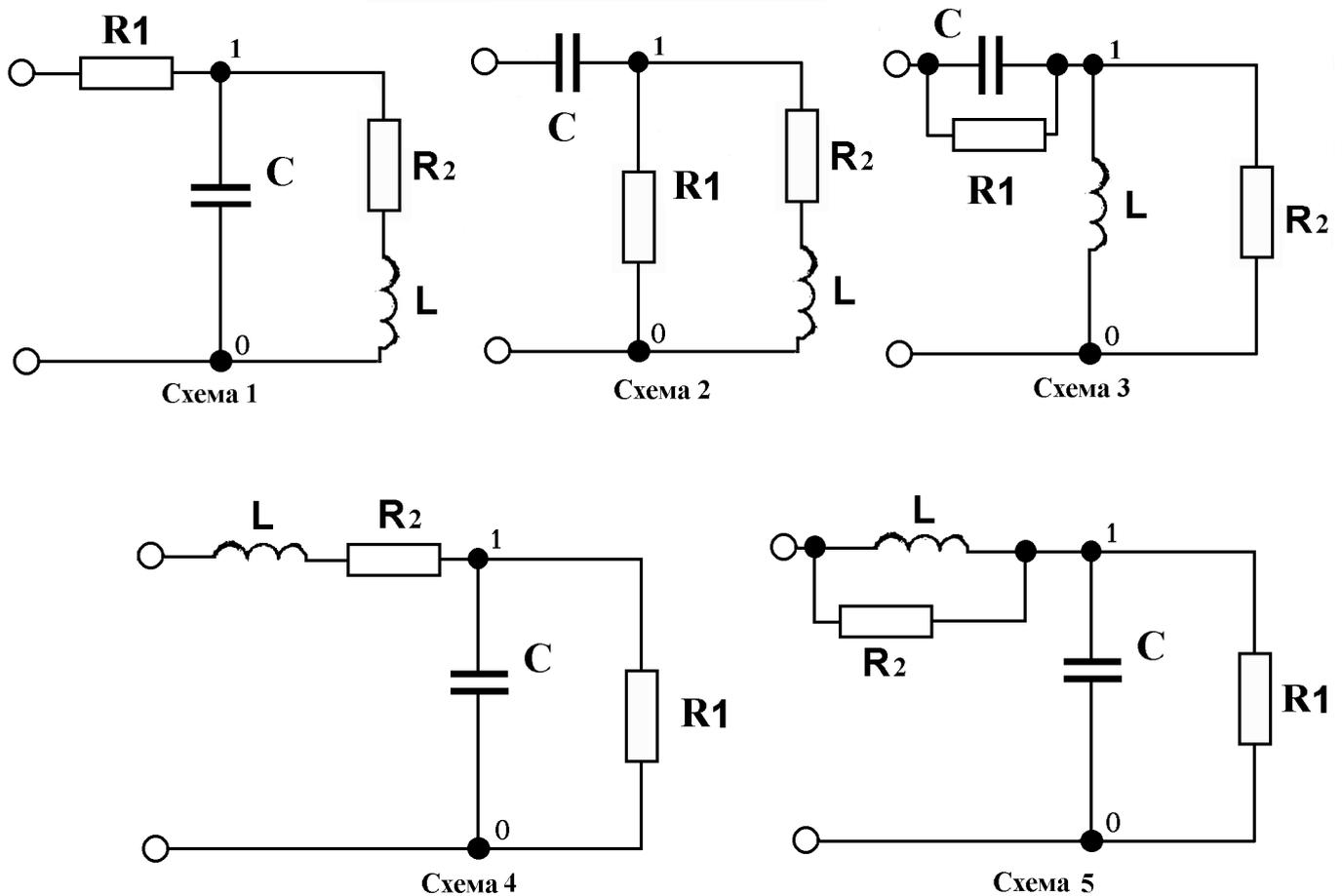
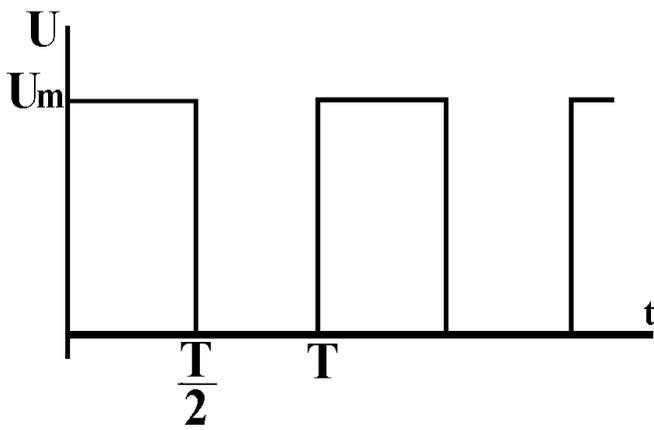
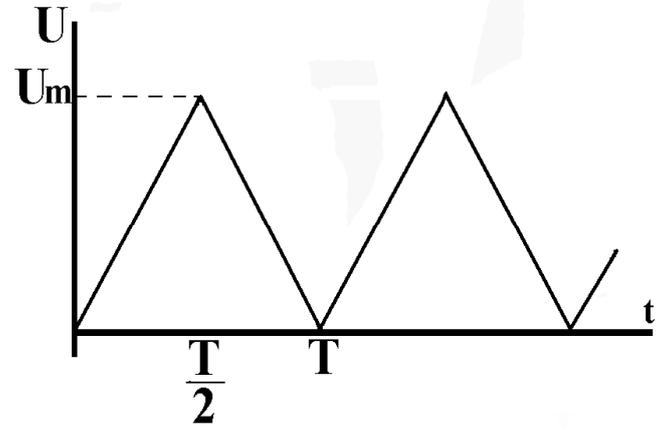


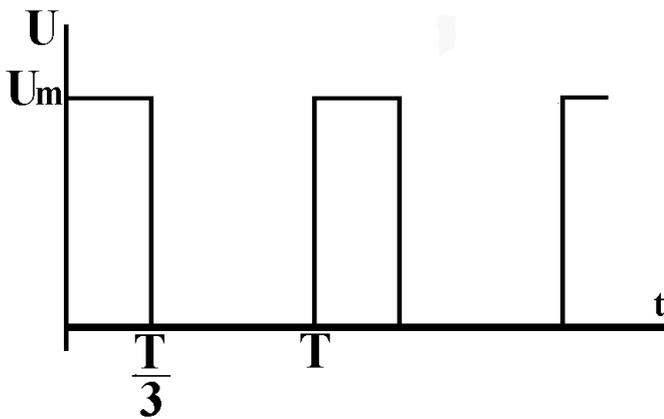
Рис. 2.1



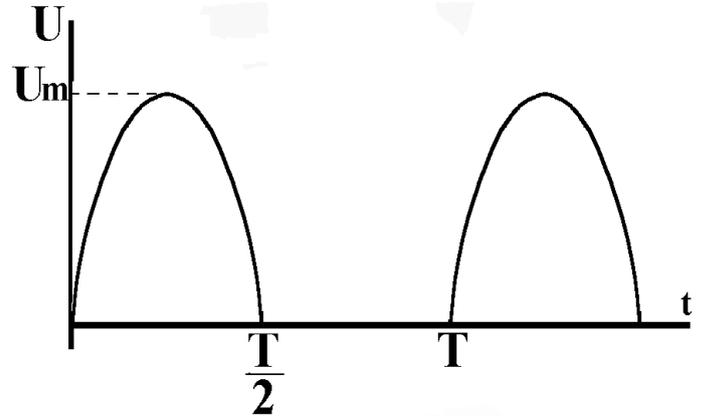
Вариант 1



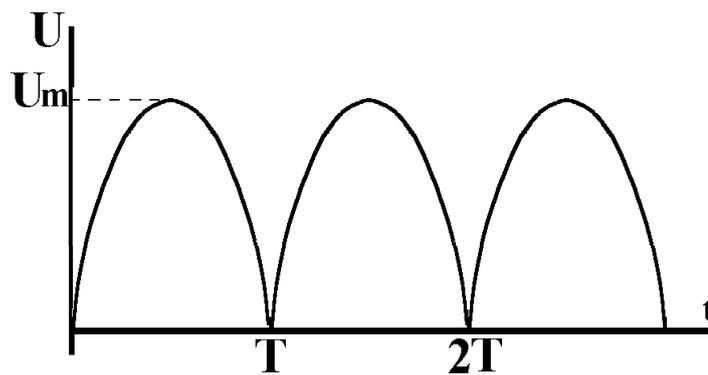
Вариант 2



Вариант 3



Вариант 4



Вариант 5

Рис. 2.2

Согласно теореме Фурье несинусоидальную периодическую функцию  $f(t)$  можно представить рядом, содержащим постоянную составляющую и гармонические

составляющие с частотами, кратными основной частоте заданного напряжения  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ :  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots, n\omega$ . Составляющая с частотой  $\omega$  называется первой или основной гармоникой, остальные - высшими гармониками.

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \dots + A_n \sin n\omega t + \\ + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \dots + B_n \cos n\omega t .$$

Коэффициенты  $A_0, A_i, B_i$  (амплитуды гармонических составляющих) определяются по следующим формулам:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt ; \\ A_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin nt dt ; \\ B_i = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos nt dt ;$$

В зависимости от особенностей формы несинусоидальной периодической функции в разложении в ряд Фурье могут отсутствовать постоянная составляющая  $A_0$ , четные гармоники, синусные или косинусные составляющие.

Для выполнения расчетной работы напряжение заданной формы необходимо представить рядом Фурье, ограничившись заданным числом членов разложения. При этом можно использовать разложение в ряд Фурье наиболее часто встречающихся на практике форм напряжения, приводимое в литературе. Для использования стандартного разложения необходимо путем переноса начала заданной системы координат привести функцию к стандартному виду. При этом следует учитывать, что перенос начала системы координат по оси ординат эквивалентен введению в функцию постоянной составляющей, а по оси абсцисс - сдвигу гармонических составляющих по фазе.

Несинусоидальную э.д.с., представленную рядом Фурье, можно на электрической схеме заменить последовательным соединением источника постоянного напряжения  $U_0$  (постоянная составляющая) и нескольких источников переменного напряжения (гармонических составляющих) с частотами  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots, n\omega$  и т.д.

При таком представлении несинусоидальной э.д.с. расчет электрической цепи производится по методу наложения, т.е. рассчитываются токи от действия каждой составляющей ряда Фурье в отдельности. При этом используются все методы и особенности расчета цепей постоянного и переменного тока.

При действии на входе цепи постоянной составляющей необходимо учесть, что индуктивность для постоянного тока представляет собой короткое замыкание ( $X_L(0) = 0$ ), а конденсатор - разрыв ( $X_C(0) = \infty$ ).

Расчет цепи при воздействии каждой гармонической составляющей в отдельности производится комплексным методом, причем для каждой гармоники начальные фазы источников будут иметь свои значения. Сопротивления реактивных элементов зависят от частоты, поэтому для каждой гармоники они определяются отдельно :

$$X_L(n) = jn\omega L ;$$

$$X_c(n) = \frac{1}{jn\omega C}.$$

Расчет по гармоническим составляющим удобно вести в амплитудных значениях напряжений и токов, т.к. при записи полных значений напряжений и токов в функции времени необходимо использовать амплитудные значения:

$$i(\omega t) = I_0 + I_m^{(1)} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_m^{(2)} \sin(2\omega t - \varphi_2);$$

$$U_{10}(\omega t) = U_{10} + U_m^{(1)} \sin(\omega t - \varphi_1) + U_m^{(2)} \sin(2\omega t + \varphi_2).$$

При построении графиков  $i(t)$  и  $U_{10}(t)$  необходимо вначале построить каждую составляющую в отдельности. По оси абсцисс необходимо отложить отрезок времени, равный периоду основной гармоники. Построение можно вести, откладывая по оси абсцисс как время, так и фазу  $\omega t$ . При использовании времени удобно начальную фазу каждой гармоники пересчитать во время:

$$\Delta t_1 = \frac{T_1 * \varphi_1}{360^\circ}; \quad \Delta t_2 = \frac{T_2 * \varphi_2}{360^\circ}.$$

При использовании фазы необходимо помнить, что линейные размеры фазы для второй гармоники в два раза меньше, чем для первой, для третьей - в три.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

После определения начальной фазы от неё откладывают характерные точки синусоиды (или косинусоиды):

$$\varphi_1 + \frac{\pi}{2}; \quad \varphi_1 + \pi; \quad \varphi_1 + \frac{3}{2}\pi; \quad \varphi_1 + 2\pi$$

и вычерчивают графики каждой составляющей в отдельности. Результирующая кривая получается путем геометрического суммирования отдельных составляющих.

Табл.5

| Группа | $U_m$<br>[В] | T<br>[мС] | $R_1$<br>[Ом] | $R_2$<br>[Ом] | L<br>[Гн] | C<br>[мкФ] |
|--------|--------------|-----------|---------------|---------------|-----------|------------|
| 1      | 20           | 20        | 30            | 50            | 0.15      | 50         |
| 2      | 15           | 10        | 50            | 30            | 0.1       | 30         |
| 3      | 30           | 20        | 40            | 25            | 0.1       | 40         |
| 4      | 25           | 10        | 25            | 40            | 0.05      | 60         |

### Расчетная работа № 3.

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях.

Задание.

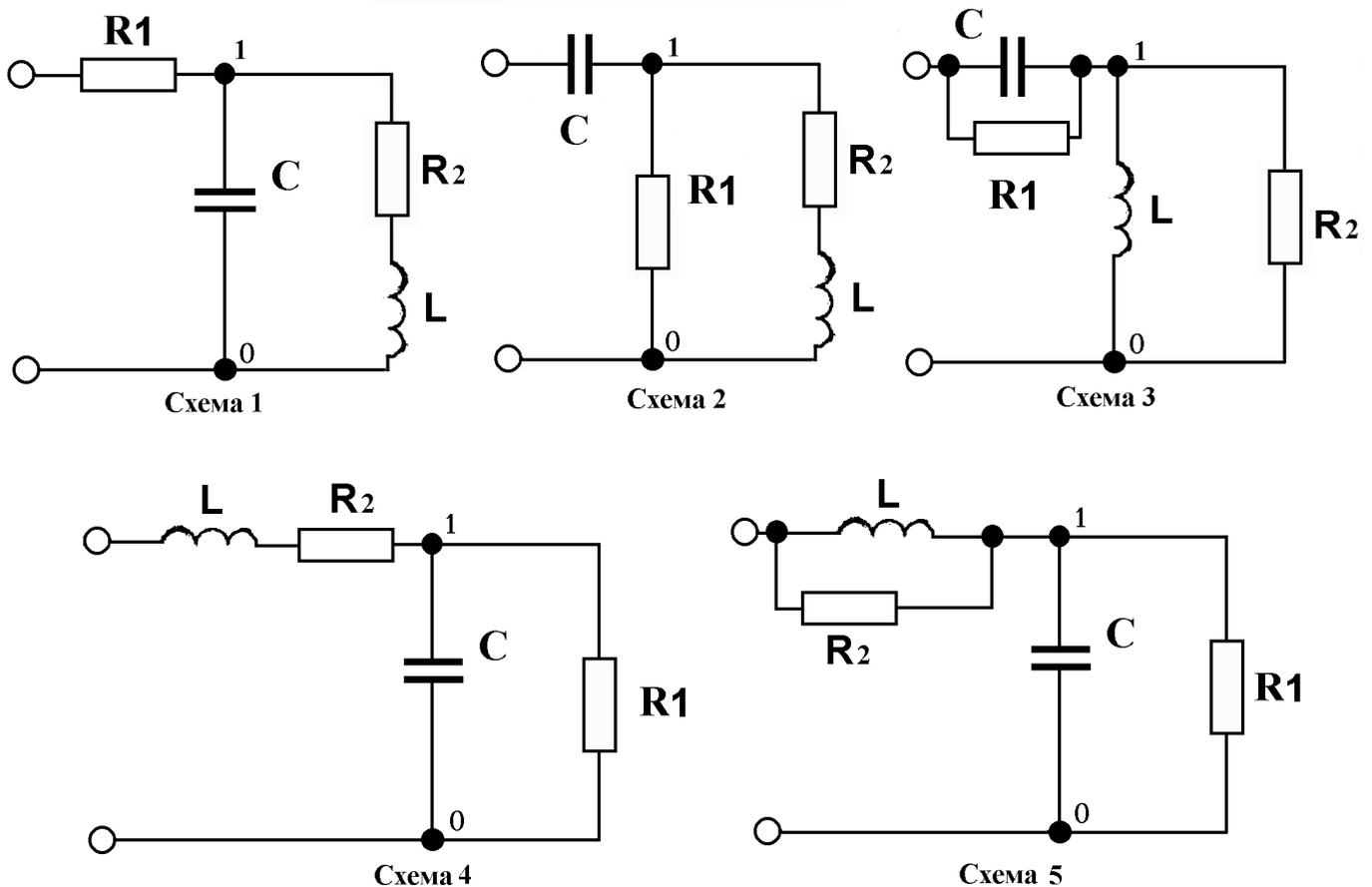


Рис.3.1

Для заданной согласно таблице вариантов схемы (рис. 3.1) рассчитать закон изменения тока источника и напряжения между двумя узлами схемы при включении её на постоянное напряжение. Построить графики  $i(t)$  и  $u_{10}(t)$ . Параметры схемы указаны в таблице вариантов 6.

При расчете переходных процессов в линейных электрических цепях классическим методом полное значение рассчитываемой величины определяется как сумма принужденной и свободной составляющих :

$$i_n(t) = i_{np}(t) + i_{св}(t);$$

$$u_{10n}(t) = u_{10np}(t) + u_{10св}(t).$$

Принужденная составляющая является частным решением дифференциального уравнения цепи и характеризует режим работы цепи по окончании переходных процессов. В дифференциальном уравнении этому режиму соответствует равенство нулю всех производных, а в схемном решении - в цепях постоянного тока сопротивления индуктивностей полагают равными нулю, т.е. их закорачивают, а сопротивления конденсаторов - бесконечности, т.е. ветви, содержащие конденсаторы, размыкают.

Свободная составляющая является общим решением дифференциального уравнения. Выражение для свободной составляющей является общим для всех

величин данной электрической цепи и отличается только лишь постоянными интегрирования, зависящими от начальных условий.

Общее решение дифференциального уравнения зависит от вида и числа корней характеристического уравнения. Одним из наиболее распространенных методов получения характеристического уравнения для разветвленных электрических цепей является метод операторного входного сопротивления. Сущность метода заключается в следующем: сопротивления элементов цепи записываются в операторной форме:

$$\begin{aligned} R(p) &= R; \\ X_L(p) &= pL; \\ X_C(p) &= \frac{1}{pC}, \end{aligned}$$

затем записывается входное сопротивление схемы в операторной форме и приравнивается к нулю:

$$Z_{вх}(p) = 0.$$

Это выражение и является характеристическим уравнением цепи.

При действительных разных корнях  $p_1$  и  $p_2$  характеристического уравнения свободная составляющая находится в виде:

$$i_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где  $A_1$  и  $A_2$  - постоянные интегрирования. Для нахождения  $A_1$  и  $A_2$  необходимо составить ещё одно уравнение:

$$\frac{d i_{св}(t)}{d t} = p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}.$$

Решение полученной системы уравнений производится для момента коммутации, тогда уравнение приобретает вид:

$$\begin{cases} i_{св}(0) = A_1 + A_2; \\ \frac{d i_{св}(0)}{d t} = i'_{св}(0) = p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{cases}$$

Аналогичную систему уравнений можно составить для определения  $U_{10\text{св}}(t)$ :

$$\begin{cases} U_{10\text{св}}(0) = B_1 + B_2; \\ U'_{10\text{св}}(0) = p_1 B_1 + p_2 B_2; \end{cases}$$

При комплексно - сопряженных корнях характеристического уравнения  $p_{1,2} = \alpha \pm j\omega$  свободная составляющая находится в виде:

$$i_{св}(t) = A e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где  $\alpha$  - действительная часть корней;

$\omega$  - мнимая часть корней;

$A$  и  $\varphi$  - постоянные интегрирования.

Дифференцируя это выражение, получим второе уравнение:

$$i'_{св}(t) = A \alpha e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) + A \omega e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi).$$

Для момента коммутации система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} i_{св}(0) = A \sin \varphi; \\ i'_{св}(0) = A \alpha \sin \varphi + A \omega \cos \varphi. \end{cases}$$

Аналогично:

$$\begin{cases} U_{10\text{св}}(0) = B \sin \psi; \\ U'_{10\text{св}}(0) = B \alpha \sin \psi + B \omega \cos \psi. \end{cases}$$

Определение величин и их производных в момент коммутации производится на основании начальных условий, законов коммутации и законов Ома в дифференциальной форме:

$$U_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_C = C \frac{dU_C}{dt}.$$

При этом следует учитывать, что законы Ома и Киргофа выполняются в любой момент времени для любых значений составляющих токов и напряжений: мгновенных, принужденных, свободных и т.д. В цепях постоянного тока принужденные значения постоянны, поэтому  $\frac{di_{np}}{dt} = 0$ ,  $\frac{dU_{np}}{dt} = 0$  и, следовательно,

$$\begin{aligned} i'_n(0) &= i'_{св}(0); \\ u'_{10n}(0) &= u'_{10\text{св}}(0). \end{aligned}$$

Результатом решения системы уравнений является определение постоянных интегрирования, после чего записывается выражение для полного тока или напряжения в виде :

$$\begin{aligned} i_n(t) &= i_{np} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \\ u_{10n}(t) &= u_{10np} + B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} i_n(t) &= i_{np} + A e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi), \\ u_{10n}(t) &= u_{10np} + B e^{\alpha t} \sin(\omega t + \psi). \end{aligned}$$

Построение графиков  $i(t)$  и  $u_{10}(t)$  производится в следующем порядке.

При действительных корнях характеристического уравнения графики свободных составляющих представляются в виде суммы двух экспонент с различными постоянными времени. Обычно  $|p_1| < |p_2|$ , поэтому

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} > \tau_2 = -\frac{1}{p_2}$$

и длительность переходного процесса определяется постоянной времени, т.е.  $\tau_1$  :

$$t_{n.n.} \approx 5\tau_1.$$

С учетом этой величины выбирается масштаб по оси времени. Построение экспоненты целесообразно проводить по точкам, соответствующим  $t = n \cdot \tau$ . Значение экспоненты в зависимости от её вида для времен  $t = n \cdot \tau$  приведены ниже:

| t       | $e^{-t/\tau}$ | $1 - e^{-t/\tau}$ |
|---------|---------------|-------------------|
| 0       | 1             | 0                 |
| $\tau$  | 0.37          | 0.63              |
| $2\tau$ | 0.135         | 0.865             |
| $3\tau$ | 0.05          | 0.95              |
| $4\tau$ | 0.18          | 0.982             |
| $5\tau$ | 0.08          | 0.992             |

В выбранной системе координат строится отдельно каждая составляющая с учетом своей постоянной времени, а затем геометрическим суммированием строится результирующая функция:  $i(t)$  или  $u_{10}(t)$ .

При комплексно-сопряженных корнях характеристического уравнения графики свободных составляющих представляют собой затухающее гармоническое колебание с частотой  $\omega$ . Амплитуда этого колебания изменяется по закону  $Ae^{-\alpha t}$  (или  $Be^{-\alpha t}$ ) и, следовательно, длительность переходного процесса определяется

постоянной времени  $\tau = -\frac{1}{\alpha}$  и составляет  $t_{n.n.} \approx 5\tau$ .

С учетом этой величины выбирается масштаб по оси времени и строятся две экспоненты  $Ae^{-\alpha t}$  и  $-Ae^{-\alpha t}$ , определяющие закон изменения амплитуды гармонического колебания. Построение самого гармонического колебания начинается с определения периода колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

и перевода начальной фазы колебания  $\varphi$  в масштаб времени :

$$\varphi_t = \frac{T * \varphi^\circ}{360^\circ}.$$

Значение  $\varphi_t$  откладывают от начала координат (положительные значения  $\varphi_t$  откладываются влево, отрицательные - вправо от начала координат) и от полученной точки по оси времени откладывают отрезки, кратные периоду  $T$ .

Точки, соответствующие  $n * \frac{T}{2}$ , являются точками пересечения гармонической функции с осью времени, в точках соответствующих первой четверти периода, гармоническая функция касается экспоненты  $Ae^{-\alpha t}$ , а в точках, соответствующих третьей четверти периода - экспоненты  $-Ae^{-\alpha t}$ . Если период колебаний  $T$  меньше или примерно равен постоянной времени  $\frac{1}{\alpha}$ , то этих точек достаточно для вычерчивания свободной составляющей переходного процесса.

Если период колебаний  $T$  больше постоянной времени  $\frac{1}{\alpha}$ , то для более точного построения следует вычислить значения свободной составляющей при промежуточных значениях  $t$ , например при  $\omega t = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$ .

Если в выражении для полного тока или напряжения имеется постоянная составляющая, то свободную составляющую для облегчения построения можно строить, сместив ось времени по оси ординат на величину постоянной составляющей.

Правильность построения полученных зависимостей производится по значениям соответствующих величин в момент коммутации (при  $t=0$ ) и по окончанию переходных процессов (при  $t=\infty$ ).

Табл.6

|                       | Группа " а " |                |                |      |    | Группа " б " |                |                |      |    |
|-----------------------|--------------|----------------|----------------|------|----|--------------|----------------|----------------|------|----|
|                       | U            | R <sub>1</sub> | R <sub>2</sub> | L    | C  | U            | R <sub>1</sub> | R <sub>2</sub> | L    | C  |
| 1,6,11<br>,16,21      | 5            | 30             | 50             | 0.1  | 50 | 20           | 50             | 30             | 0.2  | 30 |
| 2,7,12<br>,17,22      | 10           | 100            | 15             | 0.1  | 50 | 25           | 150            | 20             | 0.2  | 30 |
| 3,8,13<br>,18,23      | 15           | 30             | 50             | 0.02 | 2  | 15           | 25             | 30             | 0.01 | 2  |
| 4,9,14<br>,19,24      | 20           | 100            | 15             | 0.01 | 1  | 10           | 150            | 20             | 0.01 | 2  |
| 5,10,<br>15,20,<br>25 | 25           | 300            | 20             | 0.01 | 1  | 5            | 100            | 20             | 0.05 | 5  |

Примечание: U- [В]; R<sub>1</sub>,R<sub>2</sub>-[Ом]; L-[Гн]; C-[мкФ]