

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**

Факультет машинобудування, електроінженерії та хімічних технологій
Кафедра вищої математики і фізики



**Методичні вказівки
до виконання індивідуальної роботи
з дисципліни «Економетрія»**

для студентів економічних спеціальностей
денної та заочної форм навчання

Луцьк - 2023

Методичні вказівки до виконання індивідуальної роботи з дисципліни «Економетрія» для студентів економічних спеціальностей денної та заочної форм навчання [Електронний ресурс] / уклад. : С.В. Волков, Є.В. Лесіна, Ю.В. Новікова. – Луцьк : ДонНТУ, 2023. – 48 с.

Методичні вказівки містять варіанти завдань індивідуальної роботи з дисципліни «Економетрія» за темами: метод експертних оцінок, побудова одно- та багатофакторної економетричних моделей, оцінка параметрів моделі. Також у посібник включено вимоги до оформлення індивідуальної роботи, зразок виконання завдань та список літературних джерел.

Методичні вказівки призначені для студентів економічних спеціальностей денної та заочної форм навчання.

Укладачі: _____ С.В. Волков, доц. каф. ВМФ, к.ф.-м.н., доцент
(підпис)

_____ Є.В. Лесіна, доц. каф. ВМФ, к.ф.-м.н., доцент
(підпис)

_____ Ю.В. Новікова, зав. каф. ВМФ, к.ф.-м.н., доцент
(підпис)

Рецензент: _____ Л.Г. Сергієнко, доц. каф. ВМФ, к.п.н., доцент
(підпис)

Відповідальний

за випуск: _____ Ю.В. Новікова, зав. каф. ВМФ, к.ф.-м., доцент

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,
протокол № 8 від 30.05.2023 р.

Розглянуто на засіданні кафедри вищої математики і фізики
протокол № 5 від 17.05.2023 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ЗАВДАННЯ 1. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК.....	6
ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 1	7
ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 1	9
ЗАВДАННЯ 2. ПОБУДОВА ЗАГАЛЬНОЇ ОДНОФАКТОРНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ	16
ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 2	16
ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 2	26
ЗАВДАННЯ 3. ПОБУДОВА ЗАГАЛЬНОЇ БАГАТОФАКТОРНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ	37
ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 3	37
ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 3	44
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	47
ДОДАТОК А	48

ВСТУП

Економетрія – це наука про зв'язок між економічними показниками, що встановлюється за допомогою економічних моделей, отриманих із застосуванням економіко-математичних методів. Головне завдання економетрії полягає в розробці економіко-математичних моделей. Економіко-математичні моделі описують економічні процеси або явища за допомогою абстрактних математичних співвідношень.

Основними завданнями навчання дисципліни «Економетрія» є: надання студентам економічних спеціальностей знань з методів побудови економетричних моделей, які кількісно описують взаємозв'язки між економічними показниками; набуття ними навичок використання цих моделей в конкретних економічних дослідженнях; сприяння розвитку аналітичних навичок; ознайомлення з додатковими можливостями використання обчислювальної техніки.

В ході вивчення курсу студент повинен вміти та в подальшому знати: класифікацію основних економетричних моделей, методика побудови економіко-статистичних моделей, математичний апарат і обчислювальні методи дослідження операцій, експертні оцінки, моделі прогнозування економічних процесів.

Велику роль у формуванні навичок студентів щодо застосування теоретичних знань у самостійній роботі відіграє виконання індивідуальних завдань. Підготовка індивідуального завдання передбачає: систематизацію, закріплення, розширення теоретичних і практичних знань з навчальної дисципліни та їх застосування до розв'язання конкретних задач.

Методичні вказівки до індивідуальної роботи студентів з дисципліни «Економетрія» містять варіанти завдань за темами: метод експертних

оцінок, побудова одно- та багатофакторної економетричних моделей, оцінка параметрів моделі.

Індивідуальне завдання виконується самостійно при консультуванні з викладачем упродовж вивчення дисципліни.

Індивідуальну роботу студенти виконують у зошиті в клітинку або на аркушах паперу формату А4 з полями для позначок викладача. Приклад оформлення титульної сторінки наведено у Додатку А.

Для кожного завдання потрібно вказати номер та переписати його умову. Розв'язання завдань повинні містити усі пояснення та обґрунтування, а також необхідні діаграми і таблиці розрахунків. Оформлену роботу у встановлений термін студент має здати на перевірку. Після перевірки, у разі необхідності, доопрацювати завдання у цьому ж зошиті, зберігаючи номер відповідного завдання.

ЗАВДАННЯ 1. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

Метою виконання завдання 1 є вилучення за допомогою методу експертних оцінок найважливіших чинників, які потрібно включити в економетричну модель в залежності від ступеня важливості їх впливу на показник, що аналізується.

Суть експертної процедури полягає в тому, що якомога більшій кількості експертів пропонується оцінити вплив кожного з установлених чинників на досліджуваний економічний показник шляхом розташування чинників у порядку убуття ступеня впливу. Як правило, найбільш впливовому чиннику присвоюється ранг 1 і далі, по мірі зменшення впливу, – ранги 2, 3 і т.д.

Порядок проведення експертизи:

- а) відбір експертів із числа осіб, компетентних у досліджуваній галузі;
- б) ранжирування чинників експертами;
- в) обробка інформації, отриманої від експертів;
- г) перевірка узгодженості і вірогідності експертних оцінок;
- д) використання результатів розрахунків при побудові економетричної моделі.

Вихідні дані для виконання завдання 1 наведено у таблицях 1-2.
Номер варіанту вибрати згідно з номером студентського квитка.

Метод експертних оцінок складається з наступних кроків:

1. Обрати з таблиці 1 результати опитування 7-ми експертів, які відносяться до варіанта завдання, з таблиці 2 – назви 5-ти факторів, які ранжуються та впливають на собівартість вантажних перевезень.
2. Розташування лівого верхнього кута матриці оцінок експертів визначається двома останніми цифрами шифру студента. Починаючи з

цього елемента з таблиці 2 обираються елементи п'яти рядків і семи стовпців матриці.

3. Скласти і обробити матрицю рангів.
4. Розрахувати коефіцієнт конкордації.
5. Встановити ступінь узгодженості і вірогідності думок експертів.
6. На базі результатів обробки матриці рангів побудувати діаграму зменшення впливу факторів і відкинути несуттєві фактори.
7. Інтерпретувати результат розв'язання задачі.

ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 1

Таблиця 1. Оцінки експертів

		Остання цифра шифру студента															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
Передостання цифра шифру студента	0	3	2	2	3	2	3	3	2	2	2	2	1	2	2	2	3
	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2
	2	4	3	3	4	3	4	4	3	3	3	4	3	3	4	3	5
	3	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	3
	4	4	4	5	4	4	5	4	3	5	4	5	4	3	5	4	5
	5	3	2	4	1	3	3	2	1	3	3	2	2	1	3	1	1
	6	1	1	2	2	1	2	1	3	1	2	3	1	2	1	3	2
	7	4	3	3	4	4	3	4	4	4	5	4	3	4	4	5	4
	8	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1
	9	3	5	4	3	5	3	4	4	4	5	4	3	5	4	3	4
		2	3	3	2	3	1	3	2	3	3	2	1	3	3	2	3
		2	3	1	2	1	1	3	2	1	1	2	2	1	1	3	2
		3	4	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	4	3	4	3
		1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	3	2

Таблиця 2. Ранжуємі фактори

Передостання цифра шифру студента	0	X ₁	Питомий час ходу вантажного потягу по ділянці, хв.
		X ₂	Обернений розмір середньодинамічного навантаження на вісь навантаженого вагона
		X ₃	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
		X ₄	Рік, за який спостерігалися значення собівартості перевезень
		X ₅	Дільнична швидкість, км/год.
	1	X ₁	Обернений розмір середньодинамічного навантаження на вісь навантаженого вагона
		X ₂	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
		X ₃	Витратна ставка на 1 локомотиво-год.
		X ₄	Витратна ставка на 1 локомотиво-км.
		X ₅	Витратна ставка на 1 кг палива або 1 кВт-год електроенергії
	2	X ₁	Розміри пасажирського руху на ділянці, пари потягів
		X ₂	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
		X ₃	Витратна ставка на 1 локомотиво-год.
		X ₄	Витратна ставка на 1 локомотиво-км
		X ₅	Витратна ставка на 1 кг палива або 1 кВт-год електроенергії
	3	X ₁	Розміри пасажирського руху на ділянці, пари потягів
		X ₂	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів
		X ₃	Питомий час руху вантажного потяга по ділянці, хв.
		X ₄	Обернений розмір середньодинамічного навантаження на вісь навантаженого вагона
		X ₅	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
	4	X ₁	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів
		X ₂	Експлуатаційний ухил, %
		X ₃	Динамічне навантаження на вісь робочого вагона, т
		X ₄	Відсоток порожнього пробігу вагонів до загального
		X ₅	Дільнична швидкість, км/год.
	5	X ₁	Витратна ставка на 1 локомотиво-год.
		X ₂	Витратна ставка на 1 локомотиво-км
		X ₃	Витратна ставка на 1 кг палива або 1 кВт-год електроенергії
		X ₄	Розміри руху пасажирських потягів, пари потягів
		X ₅	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів
	6	X ₁	Розміри пасажирського руху на ділянці, пари потягів.
		X ₂	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів.
		X ₃	Питомий час ходу вантажного поїзда по ділянці, хв.
		X ₄	Витратна ставка на 1 локомотиво-год.
		X ₅	Відсоток порожнього пробігу вагонів до загального

Передостання цифра шифру студента	7	X ₁	Динамічне навантаження на вісь робочого вагона
		X ₂	Відсоток порожнього пробігу вагонів до загального пробігу.
		X ₃	Дільнична швидкість, км/год.
		X ₄	Витратна ставка на 1 кг палива або 1 кВт-год електроенергії
		X ₅	Розміри вантажного руху, пари потягів
	8	X ₁	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
		X ₂	Витратна ставка на 1 кВт-год електроенергії
		X ₃	Розміри пасажирського руху на ділянці, пари потягів
		X ₄	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів
		X ₅	Динамічне навантаження на вісь робочого вагона
	9	X ₁	Динамічне навантаження на вісь робочого вагона
		X ₂	Відсоток порожнього пробігу до загального
		X ₃	Дільнична швидкість, км/год
		X ₄	Еквівалентний ухил, що характеризує профіль ділянки, %
		X ₅	Розміри вантажного руху на ділянці, пари потягів

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 1

Треба проранжувати чинники, тобто розташувати їх в порядку зменшення сили їх впливу на значення показника ”плинність кадрів на підприємстві”. Експертам пропонується проранжувати такі чинники :

X₁ - тривалість термінів одержання житла на підприємстві;

X₂ – низький рівень заробітної плати;

X₃ - незадоволеність характером виконуваної роботи;

X₄ - складність з улаштуванням дітей у дошкільні установи;

X₅ - відсутність можливості швидко і зручно добиратися до роботи.

Результати опитування експертів наведені в таблиці 3.

Таблиця 3. Результати опитування експертів

Чинники	Ранги, які присвоєні чинникам експертами						
	першим	другим	третім	четвертим	п'ятим	шостим	сьомим
X ₁	1	2	2	2	1	2	1
X ₂	1	1	1	1	2	1	2
X ₃	2	4	3	2	4	1	5
X ₄	3	3	4	4	5	3	3
X ₅	4	5	5	3	3	3	4

При ранжируванні деякі чинники можуть одержати однаковий ранг, тому додатково для таких чинників експерту пропонують уточнити місця, які одержать ці чинники при загальному упорядкуванні всіх чинників у порядку убутання рангів, тобто у порядку зменшення ступеня їх впливу на залежну змінну. При виконанні завдання місця чинників уточнюються студентом самостійно. В залежності від рангу і місця, які вони займають, чинники будуть мати ту або іншу вагу. В розрахунку приймається, що вага місця дорівнює його номеру, але для чинників, які мають однаковий ранг, вага рівняється середній арифметичній вазі відповідних місць.

Значення привласнених чинникам місць і ваги, а також результати обробки даних експертних оцінок наведені в таблиці 4.

Середнє значення суми рангів $105/5 = 21$.

Для перевірки узгодженості думок експертів визначається коефіцієнт конкордації

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12}m^2(n^3 - n) - \frac{m}{12} \sum_{j=1}^m T_j},$$

де S - сума квадратів відхилень;

m - кількість експертів;

n - кількість чинників;

T_j - показник, що враховує збіг рангів і розраховується за формулою:

$$T_j = \sum_{k=1}^n (t_k^3 - t_k),$$

де t_k - число повторень рангу k при ранжируванні чинників j -м експертом.

Для даного прикладу:

$$\frac{1}{12} \sum_{j=1}^m T_j = \frac{1}{12} [(2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) \cdot 2] = \frac{1}{12} \cdot 24 = 2.$$

Якщо збігу рангів не було, то $t_k=1$ та $\sum_{j=1}^m T_j = 0$.

$$\text{Отже } W = \frac{335,5}{\frac{1}{12} \cdot 7^2 (5^3 - 5) - 7 \cdot 2} = \frac{335,5}{490 - 14} = \frac{335,5}{476} = 0,705.$$

Коефіцієнт конкордації змінюється в межах $0 \leq W \leq 1$.

Узгодженість вважається задовільною, якщо $W \geq 0,5$, якщо $W \geq 0,7$, то узгодженість вважається доброю. При повному збігу думок експертів $W = 0,5$.

Таблиця 4. Результати обробки експертних оцінок

Чинники	Експерти																					Підсумкова вага	Відхилення суми від середнього значення	Квадрати відхилень
	1			2			3			4			5			6			7					
	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага	ранг	місце	вага			
X ₁	1	2	1,5	2	2	2	2	2	2	2	2	2,5	1	1	1	2	3	3	1	1	1	13	-8	64
X ₂	1	1	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1,5	2	2	2	10	-11	121
X ₃	2	3	3	4	4	4	3	3	3	2	3	2,5	4	4	4	1	2	1,5	5	5	5	23	+2	4
X ₄	3	4	4	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	3	4	4,5	3	3	3	28,5	+7,5	56,25
X ₅	4	5	5	5	5	5	5	5	5	3	4	4	3	3	3	3	5	4,5	4	4	4	30,5	+9,5	90,25
Разом			15			15			15			15			15			15			15	105	0	335,5

Вірогідність коефіцієнта конкордації перевіряється за критерієм Пірсона, розрахункове значення якого визначається за формулою:

$$\chi^2_{\text{розр}} = \frac{S}{\frac{1}{12} \cdot m \cdot n \cdot (n+1) - \frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{12} \cdot \sum_{j=1}^m T_j},$$

$$\chi^2_{\text{розр}} = \frac{335,5}{\frac{1}{12} \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 - \frac{1}{4} \cdot 2} = \frac{335,5}{17,5 - 0,5} = \frac{335,5}{17,0} = 19,74.$$

Розрахункове значення $\chi^2_{\text{розр}}$ порівнюється з табличним $\chi^2_{\text{табл}}$, яке обирається з таблиці 5.

При 5% рівні значущості (тобто із ймовірністю $P = 0,95$) і числі ступенів свободи $\gamma = n - 1$, де n – кількість чинників, (тобто $\gamma = 5 - 1 = 4$), табличне значення критерію Пірсона $\chi^2_{\text{табл}} = 9,49$.

Якщо розрахункове значення $\chi^2_{\text{розр}}$ перевищує табличне $\chi^2_{\text{табл}}$, то гіпотеза про наявність згоди думок 7 експертів при ранжируванні 5 чинників приймається, тобто можна стверджувати, що має місце не випадкова узгодженість думок експертів, тому за думкою обраних експертів можна здійснювати вилучення чинників, що найбільш впливають на показник "плинність робочих кадрів на підприємстві".

Таблиця 5. Критичні значення критерію χ^2 Пірсона

P				γ
0,90	0,95	0,975	0,99	
2,71	3,84	5,02	6,63	1
4,61	5,99	7,38	9,21	2
6,25	7,81	9,35	11,34	3
7,78	9,49	11,14	13,28	4
9,24	11,07	12,83	15,09	5
10,65	12,59	14,45	16,81	6
12,02	14,07	16,01	18,48	7
13,36	15,51	17,53	20,09	8
14,68	16,92	19,02	21,67	9
15,99	18,31	20,48	23,21	10

Для вилучення найбільш впливових чинників будується діаграма убудування впливу чинників (рис.1). Ця діаграма будується по стовпцю

«Підсумкова вага» таблиці 4.

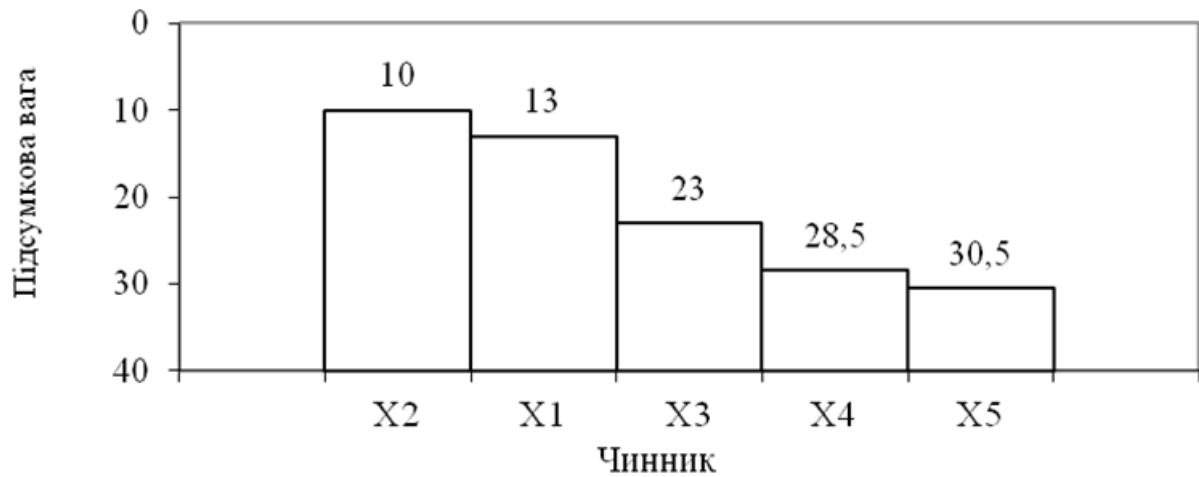


Рисунок 1. Діаграма убування впливу чинників

Аналіз діаграми показує, що показник "плинність робочих кадрів на підприємстві" у найбільшому ступені залежить від двох чинників:

X_2 – низький рівень заробітної плати на підприємстві;

X_1 – незадовільна забезпеченість житлом.

Тому для подальшого аналізу відбираються чинники X_2 і X_1 .

ЗАВДАННЯ 2. ПОБУДОВА ЗАГАЛЬНОЇ ОДНОФАКТОРНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ

ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 2

На основі даних по десяти металобазам побудувати лінійну економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами обігу (витр. об.) та вантажооборотом (вант. об.). Проаналізувати достовірність моделі та її параметрів. Зробити економічні висновки. Вихідні дані наведені у таблиці 6.

Таблиця 6. Варіанти завдання 2

Фактори	№ з/п	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Витр. об.	1.	2,7	3,0	2,8	2,9	2,6	2,5	2,8	2,6	2,5	3,0
Вант. об.		15,6	15,3	14,9	15,1	16,1	16,7	15,4	17,1	16,8	15,3
Витр. об.	2.	2,6	2,9	2,7	2,5	2,7	2,6	2,7	2,6	2,8	3,0
Вант. об.		16,9	16,1	15,0	18,0	17,2	17,1	16,4	16,7	16,9	16,3
Витр. об.	3.	2,9	2,6	2,8	2,7	2,7	2,9	2,4	2,9	2,3	2,2
Вант. об.		14,1	17,2	17,1	17,8	16,2	17,2	16,8	14,8	19,6	19,4
Витр. об.	4.	3,3	2,5	2,4	3,0	2,7	2,7	2,8	2,5	2,3	2,7
Вант. об.		11,4	17,1	19,5	12,5	16,5	16,0	16,2	18,0	19,4	16,1

Витр. об.	5.	3,0	2,5	2,5	2,6	2,1	2,9	2,7	2,4	2,8	2,0
Вант. об.		11,7	18,3	18,2	15,6	17,4	13,8	15,0	18,6	15,7	17,2
Витр. об.	6.	2,9	2,6	2,7	2,7	2,6	2,5	2,7	2,8	2,9	3,0
Вант. об.		15,7	17,9	15,3	16,3	17,7	16,8	17,5	16,7	18,0	18,2
Витр. об.	7.	2,8	2,7	2,4	2,3	2,5	2,5	2,4	2,5	2,3	2,2
Вант. об.		13,8	14,8	16,9	16,8	14,8	17,9	17,6	15,7	15,2	15,0
Витр. об.	8.	2,7	2,5	2,1	2,8	2,4	2,3	2,5	2,7	2,4	2,0
Вант. об.		14,9	16,1	19,7	14	17,1	18,2	17,4	16,1	18,0	19,0
Витр. об.	9.	2,3	1,9	2,3	2,5	2,6	2	1,9	2,4	2,2	1,8
Вант. об.		32,1	31	32,4	33,2	31,2	34,8	35,4	33	34,8	32,3
Витр. об.	10.	1,8	2,4	2,5	2,3	2,3	2,5	2,4	2,5	2,1	2,0
Вант. об.		36,1	38,3	30,6	32,1	37,6	34,8	34,2	34,2	32,5	30
Витр. об.	11.	2	2	2,2	1,9	2,4	1,9	2,2	2,4	2,2	1,8
Вант. об.		33,4	37,8	35,8	34,2	37,2	38,2	29,4	37,2	34,5	33,2

Витр. об.	12.	2,8	2,4	2,3	2,5	2,7	2,4	2,1	1,9	2,3	2
Вант. об.		24	27,1	28,2	27	26,1	29	32	31	32	30
Витр. об.	13.	2,5	2,6	2	1,9	2,4	2,2	2,1	1,8	2,4	1,7
Вант. об.		33,2	31,2	34,8	35	33	35	33	36	38	35
Витр. об.	14.	1,8	2,4	2,5	2,3	2,3	2,5	2,4	2,5	2,1	2
Вант. об.		36,1	38,3	30,6	32	37,6	35	34	34	33	33
Витр. об.	15.	1,9	2	2,2	1,9	2,4	1,9	2,1	2,4	2,2	1,8
Вант. об.		33,4	37,8	35,8	34,2	37,2	38,2	29,4	37	35	35

Витр. об.	16.	2	2,3	2,7	2,2	2,4	2,3	2,3	2,6	2,7	2,5
Вант. об.		35	43,7	31,9	37,3	40,9	38,8	35,7	43	31	42
Витр. об.	17.	3	2,6	2,3	2,5	2,2	2,4	2,2	2,6	2,7	2,8
Вант. об.		29,4	35,4	39,7	37,1	35,7	40,2	39,4	44	38	38
Витр. об.	18.	2,4	2,2	2,5	2,6	2,3	2,2	2,8	2,9	2,6	2,1
Вант. об.		40,2	39,4	43,7	38,4	38,8	39,9	30,1	32	37	40
Витр. об.	19.	2	2,1	2,3	2,6	2,8	2,9	2,2	2,3	2,6	3
Вант. об.		38,2	36,9	39,7	37	31,7	30	40	39	38	30
Витр. об.	20.	2,5	2,4	2,5	2,1	2	2	2,2	1,9	2,4	2,7
Вант. об.		34,8	34,2	34,2	33	33,4	38	36	34	37	35
Витр. об.	21.	2,3	2,1	2,2	2,1	2,2	2	2,1	2,3	2,1	2,5
Вант. об.		11,1	10,9	11	11	12,5	10	11	14	12	12
Витр. об.	22.	2,6	3,1	2,7	2,8	2,5	2,4	2,7	2,6	2,3	3,2
Вант. об.		15,7	15,4	14,8	15	16,2	17	15	17	17	15

Витр. об.	23.	1,8	2,1	2,3	1,7	2,5	1,9	2,2	2,5	2,3	1,9
Вант. об.		33,5	37,7	35,8	34	37,2	38	29	38	35	35
Витр. об.	24.	2,1	2,2	2,8	2,3	2,5	2,4	2,3	2,6	2,7	2,5
Вант. об.		36	42,6	32,8	36	41,8	40	37	42	31	43
Витр. об.	25.	3,8	3,5	3,7	3,6	3,6	3,8	3,3	3,8	3,2	3,1
Вант. об.		15,1	18,2	18,1	19	17,2	18	18	16	21	20
Витр. об.	26.	5,3	4,5	4,4	5	4,7	4,7	4,7	4,8	4,5	4,3
Вант. об.		10,4	16,1	18,5	12	15,5	15	15	15	17	18
Витр. об.	27.	4	3,5	3,6	3,4	3,1	3,9	3,7	3,4	3,8	3
Вант. об.		12,7	19,3	19,2	17	18,4	15	16	20	17	18
Витр. об.	28.	5,9	5,6	5,7	5,7	5,6	5,5	5,7	5,8	5,9	6
Вант. об.		16,7	18,9	16,3	17	18,7	18	19	18	19	19
Витр. об.	29.	7,9	7,6	7,7	7,7	7,6	7,5	7,7	7,8	7,9	8
Вант. об.		13,7	14,9	13,3	14	13,7	15	14	15	15	15

Витр. об.	30.	7	6,5	6,5	6,6	6,1	6,9	6,7	6,4	6,8	6
Вант. об.		10,7	17,3	17,2	15	16,4	12,8	14	17, 6	14, 7	16, 2

У загальному випадку рівняння в економетричній моделі має вигляд:

$$Y = f(x_1; x_2; \dots; x_m; u) \quad (1)$$

де Y – результат, або залежна змінна; $x_1, x_2, \dots, x_m$ – фактори, або незалежні змінні, що визначають поведінку Y . Змінна u має випадковий характер і містить ту частину впливу на залежну змінну, що не пояснюється незалежними змінними. Функція f відображає аналітичний вид зв'язку між досліджуваними змінними.

Вибір аналітичної форми моделі, називається *специфікацією моделі*. Визначення значень коефіцієнтів (параметрів) обраної форми статистичного зв'язку змінних на підставі відповідних статистичних даних, називається *параметризацією* рівняння регресії або *оцінюванням параметрів*.

Здебільшого залежність між показниками можна відобразити за допомогою лінійних співвідношень. Модель лінійної регресії (лінійне рівняння) є найпростішим видом залежності між економічними змінними.

Розглядають моделі парної (однофакторної) та множинної (багатофакторної) регресії. *Однофакторна модель* – модель, яка відображає взаємозв'язок показника тільки з одним фактором.

У загальному випадку *парна лінійна регресія* є лінійною функцією між залежною змінною Y і однією пояснюючою змінною X :

$$Y = a_0 + a_1 X. \quad (2)$$

Співвідношення (2) називається *теоретичною лінійною регресійною моделлю*; a_0 і a_1 – *теоретичні параметри регресії*.

Для визначення теоретичних коефіцієнтів будується *емпіричне рівняння регресії*, у якому коефіцієнтами є оцінки теоретичних коефіцієнтів регресії:

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X \quad (3)$$

де $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$ — оцінки невідомих параметрів a_0 і a_1 .

Вибірки оцінки $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$ практично завжди відрізняються від дійсних значень коефіцієнтів a_0 і a_1 , що призводить до розбіжності емпіричної та теоретичної ліній регресії, тому у модель уводять випадковий доданок u , який характеризує відхилення реального значення результативної ознаки від теоретичного, знайденого за рівняннями регресії. Він включає вплив не врахованих у моделі факторів, випадкових помилок і особливостей виміру.

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X + u \quad (4)$$

Від правильно обраної специфікації моделі залежить величина випадкових помилок.

В парній регресії вибір вигляду математичної функції $\hat{Y}_x = f(X)$ можна здійснити трьома методами:

- графічним;
- аналітичним;
- експериментальним.

Графічний метод заснований на побудові *поля кореляції* (графічне зображення реальних статистичних даних у вигляді точок у декартовій системі координат).

Аналітичний метод вибору типу рівнянь регресії заснований на вивченні матеріальної природи зв'язку досліджуваних ознак.

При обробці інформації на комп'ютері вибір вигляду рівняння регресії здійснюють *експериментальними методом*.

Найпоширенішим і теоретично обґрунтованим є метод визначення коефіцієнтів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$, який має назву метод найменших квадратів (1МНК для однофакторної моделі).

Згідно з 1МНК оцінки параметрів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$ визначаються за формулами:

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \frac{xy - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}; \\ \hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x}. \end{cases}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \quad \overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad (5)$$

де n – кількість спостережень.

Знайшовши відхилення кожної змінної від свого середнього арифметичного значення, оцінюють параметри моделі *альтернативним способом*.

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \\ \hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x}. \end{cases} \quad (6)$$

де n – кількість спостережень.

Крім того, для оцінки параметрів моделі за методом 1МНК застосовують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i; \\ \hat{a}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{a}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases} \quad (7)$$

де n – кількість спостережень.

Економічний зміст.

Коли вільний член моделі $\hat{a}_0 \neq 0$, то залежність між X та Y не є строго пропорційною. Кількісна оцінка параметра $\hat{a}_1$ показує на скільки одиниць гранично (в середньому) змінюється Y при збільшенні X на одну одиницю. Якщо цей параметр додатний, то зв'язок – прямий; якщо – від'ємний, то зв'язок між показниками X та Y – обернений.

Розв'язуючи систему рівнянь (7), знаходимо шукані оцінки параметрів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$. Можна скористатися наступними відомими формулами, які впливають безпосередньо з розв'язання системи (7):

$$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x}, \quad \hat{a}_1 = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2} \quad (8)$$

де $\text{cov}(x, y) = \overline{xy} - \bar{y} \cdot \bar{x}$ – коваріація ознак x і y , $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ – дисперсія ознаки x .

Коваріація – числова характеристика спільного розподілу двох випадкових величин, яка дорівнює математичному сподіванню добутку відхилень цих випадкових величин від їхніх математичних сподівань. *Дисперсія* – характеристика випадкової величини, що визначається як математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від її математичного сподівання. *Математичне сподівання* – сума добутків значень випадкової величини та відповідних ймовірностей.

Для оцінки достовірності економетричної моделі розраховують дисперсії залежної змінної та залишків:

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}, \quad \sigma_u^2 = \frac{\sum_i u_i^2}{n - m} \quad (9)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2 = y^2 - \bar{y}^2, \quad \sigma_u^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y - \hat{y}_x)^2 \quad (10)$$

де n – кількість спостережень; m – кількість параметрів моделі; σ_y^2 – дисперсія залежної змінної Y , σ_u^2 – дисперсія залишків u .

Рівняння регресії завжди доповнюється показником тісноти зв'язку результативної ознаки Y і фактора-ознаки X . При використанні лінійної регресії як такий показник виступає *лінійний коефіцієнт кореляції r_{xy}* , який обчислюється за формулами:

$$r_{xy} = \hat{a}_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (11)$$

Економічний зміст.

Лінійний коефіцієнт кореляції перебуває в межах: $-1 \leq r_{xy} \leq 1$. Чим ближче абсолютне значення r_{xy} до одиниці, тим сильніше лінійний зв'язок між факторами (при $r_{xy} = \pm 1$ має місце строго функціональна залежність). Але необхідно мати на увазі, що близькість абсолютної величини лінійного коефіцієнта кореляції до нуля ще не означає відсутності зв'язку між ознаками. При іншій (нелінійній) специфікації моделі зв'язок між ознаками може виявитися досить тісним. Якщо $r_{xy} > 0$, то залежність

пряма, тобто з ростом фактору зростає показник, якщо $r_{xy} < 0$, то залежність зворотна. Якщо коефіцієнт кореляції знайдено, то можна отримати якісно-кількісну оцінку тісноти зв'язку. Для цього застосовують спеціальні табличні співвідношення (так звана шкала Чеддока).

Таблиця 7. Якісна оцінка тісноти зв'язку

Величина коефіцієнту парної кореляції	Характеристика сили зв'язку
До 0,3	Практично відсутня
0,3–0,5	Слабка
0,5–0,7	Помітна
0,7–0,9	Сильна
0,9–0,99	Дуже сильна

Для оцінки якості підбору лінійної функції розраховується квадрат лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy}^2 , який називають *коефіцієнтом детермінації*:

$$R^2 = \frac{\sigma_Y^2 - \sigma_u^2}{\sigma_Y^2}, \quad (12)$$

$$R^2 = r_{xy}^2. \quad (13)$$

Економічний зміст.

Коефіцієнт детермінації показує наскільки варіація результативної величини зумовлена варіаціями всіх факторів. Інакше кажучи: наскільки часткові коефіцієнти кореляції відображають ступінь «чистого» впливу факторної ознаки на результуючу. Значення цього коефіцієнту знаходиться в межах від 0 до 1. Чим ближче r_{xy}^2 до 1, тим варіація показника, що вивчається, більшою мірою характеризується впливом чинника.

Для визначення стандартних похибок оцінок параметрів моделі потрібно знайти матрицю похибок C (матрицю, обернену до матриці системи нормальних рівнянь):

$$\begin{pmatrix} n & x \\ x & x^2 \end{pmatrix}^{-1}, \quad (14)$$

та врахувати дисперсію залишків:

$$S_{\hat{a}_0} = \sqrt{\sigma_u^2 * c_{00}}, \quad (15)$$

$$S_{\hat{a}_1} = \sqrt{\sigma_u^2 * c_{11}}.$$

Щоб установити залежність між X та Y у відсотковому співвідношенні, треба знайти *коефіцієнт еластичності*.

$$E_{y/x} = \frac{\partial Y}{\partial X} \div \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} = \hat{a}_1 \div \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}. \quad (16)$$

Економічний зміст.

Коефіцієнт еластичності показує, на скільки відсотків у середньому змінюється результативна змінна Y при зміні фактору X на 1 %.

Щоб мати загальне уявлення про якість моделі, визначають середню помилку апроксимації:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% \quad (17)$$

Середня помилка апроксимації не повинна перевищувати 8-10%.

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 2

У наступній вибірці подано дані щодо ціни P деякого блага й кількості Q цього блага, яке домогосподарство купує щомісяця впродовж року.

Таблиця 8. Вихідні дані

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	90	75	120	100	80	78	110	115	115	125
Q	50	40	65	55	45	42	56	60	64	65

Побудувати лінійну економетричну модель. Дослідити статистичну значущість моделі та оцінок її параметрів. Зробити економічні висновки.

Розрахунок здійснити аналітичним та експериментальним методами. Вихідні дані наведені у таблиці 8.

Аналітичний метод складається з наступних етапів:

1. Ідентифікувати змінні.
2. Специфікувати економетричну модель у лінійній формі.
3. Оцінити параметри моделі за методом МНК.
4. Визначити коефіцієнти детермінації та кореляції (обчислити дисперсії залежної змінної та залишків).
5. Визначити стандартні похибки оцінок параметрів моделі, враховуючи дисперсію залишків (знайти матрицю похибок C).
6. Визначити середню помилку апроксимації.
7. Визначити коефіцієнт еластичності.

Вихідні дані та їх перетворення для побудови моделі наведено у таблиці

9.

Таблиця 9. Вихідні дані та розрахунки

N	Y_i	X_i	X_i^2	$Y_i X_i$	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})$	$\hat{Y}_i$	$u_i = Y_i - \hat{Y}_i$	u_i^2	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	50	90	8100	4500	-10,8	-4,2	116,64	45,36	48,8	1,2	1,44	17,64
2	40	75	5625	3000	-25,8	-14,2	665,64	366,36	41,3	-1,3	1,69	201,64
3	65	120	14400	7800	19,2	10,8	368,64	207,36	63,8	1,2	1,44	116,64
4	55	100	10000	5500	-0,8	0,8	0,64	-0,64	53,8	1,2	1,44	0,64
5	45	80	6400	3600	-20,8	-9,2	432,64	191,36	43,8	1,2	1,44	84,64
6	42	78	6084	3276	-22,8	-12,2	519,84	278,16	42,8	-0,8	0,64	148,84
7	56	110	12100	6160	9,2	1,8	84,64	16,56	58,8	-2,8	7,84	3,24
8	60	115	13225	6900	14,2	5,8	201,64	82,36	61,3	-1,3	1,69	33,64
9	64	115	13225	7360	14,2	9,8	201,64	139,16	61,3	2,7	7,29	96,04
10	65	125	15625	8125	24,2	10,8	585,64	261,36	66,3	-1,3	1,69	116,64

Σ	542	1008	104784	56221			3177,6	1587,4	542		26,6	819,6
ср.	54,2	100,8									2,66	81,96

Ідентифікуємо змінні моделі:

X – ціни деякого блага (незалежна змінна);

Y – кількість цього блага (залежна змінна).

Специфікуємо економетричну модель у лінійній формі за формулою (4):

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X + u$$

a_0 та a_1 – параметри моделі, u – залишки.

Оцінимо параметри моделі за методом 1МНК, застосовуючи (7):

$$\begin{cases} 10\hat{a}_0 + 1008\hat{a}_1 = 542, \\ 1008\hat{a}_0 + 104784\hat{a}_1 = 56221. \end{cases}$$

Розв'язком системи є параметри $a_0 = 3,8$; $a_1 = 0,5$. Економетрична модель має вигляд: $Y = 3,8 + 0,5X + u$.

Знайшовши відхилення кожної змінної від свого середнього арифметичного, оцінимо параметри моделі альтернативним способом, використовуючи формулу (6).

$$\begin{cases} \hat{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{1587,5}{3177,6} \approx 0,5, \\ \hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x} = 54,2 - 0,5 * 100,8 = 3,8. \end{cases}$$

Оскільки вільний член моделі $\hat{a}_0 = 3,8 \neq 0$, то ціни на одиницю блага не є строго пропорційними по відношенню до рівня кількості цього блага. Кількісна оцінка параметра $\hat{a}_1 = 0,5$ показує, що граничне збільшення кількості блага при зменшенні ціни цього блага на 1 грн становить 0,5 одиниць.

Обчислимо дисперсії залежної змінної та залишків за формулами (9):

$$\sigma_Y^2 = \frac{819,6}{9} = 91,07,$$

$$\sigma_u^2 = \frac{26,6}{8} = 3,33.$$

Визначимо коефіцієнти детермінації за формулою (12) та коефіцієнт кореляції за формулою (13):

$$R^2 = \frac{91,07 - 3,33}{91,07} \approx 0,96,$$

$$r_{xy} = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,96} \approx 0,98.$$

Зауважимо, що коефіцієнт кореляції можна знайти за формулою (11):

$$r_{xy} = \frac{\frac{1587,4}{10}}{\sqrt{\frac{3177,6}{10} * \frac{819,6}{10}}} = 0,98.$$

Оскільки коефіцієнт детермінації дорівнює 0,96, це свідчить про те, що варіація обсягу кількості блага на 96% визначається варіацією ціни цього блага. Коефіцієнт кореляції, який дорівнює 0,98, показує, що існує дуже тісний (сильний) взаємозв'язок між цими показниками (табл. 6). Значення цих коефіцієнтів для парної економетричної моделі свідчать про статистичну значущість зв'язку, тому що вони наближаються до одиниці.

Знайдемо матрицю похибок С за формулою (14):

$$\begin{pmatrix} 10 & 1008 \\ 1008 & 104784 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,2976 & -0,0317 \\ -0,0317 & 0,0003 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 3,2976 & -0,0317 \\ -0,0317 & 0,0003 \end{pmatrix}.$$

Визначимо стандартні похибки оцінок параметрів моделі за формулами (15):

$$S_{\hat{a}_0} = \sqrt{3,33 * 3,2976} = 3,31,$$

$$S_{\hat{a}_1} = \sqrt{3,33 * 0,0003} = 0,032.$$

Порівняємо стандартні похибки оцінок параметрів моделі зі значеннями цих оцінок.

$$\frac{3,31}{3,8} = 0,87.$$

Стандартна похибка оцінки параметра a_0 становить 87% абсолютного значення цієї оцінки (3,8), а отже, згаданий параметр може мати зміщення, яке зумовлюється невеликою сукупністю спостережень ($n=10$).

$$\frac{0,032}{0,5} = 0,064.$$

Стандартна похибка оцінки параметра a_1 становить 6,4% абсолютного значення цієї оцінки (0,5), що свідчить про незміщеність такої оцінки параметра моделі.

Визначимо коефіцієнт еластичності за формулою (16): еластичність кількості блага щодо ціни цього блага визначається коефіцієнтом еластичності

$$E_{\frac{y}{x}} = 0,5 \div \frac{54,2}{100,8} = 0,93.$$

Щоб мати загальне судження про якість моделі, визначимо середню помилку апроксимації за формулою (17):

$$\bar{A} = \frac{0,2744}{10} \cdot 100\% = 2,74\%.$$

Експериментальний метод (розв'язання задачі засобами MS EXCEL)

Microsoft Excel пропонує широкий діапазон засобів для аналізу статистичних даних. Розглянемо деякі вбудовані функції категорії Статистичні.

=СРЗНАЧ(число1,число2,..) – середня арифметична для оцінки математичного сподівання випадкової величини;

=КВАДРОТКЛ(число1,число2,..) – повертає суму квадратів відхилень точок даного від середнього за вибіркою;

=ДИСП(число1,число2,..) – характеризує розсіювання значень випадкової величини навколо середньої арифметичної;

=КОРРЕЛ(масив1,масив2,..) – повертає коефіцієнт кореляції між двома множинами даних;

=ЛИНЕЙН(*відомі_значення_u*; *відомі_значення_x*; *конст*; *статистика*)

– повертає параметри лінійного приближення за методом найменших квадратів;

- *відомі_значення_u* – це множина значень u , які вже відомі для співвідношення $y = tx + b$. Якщо масив *відомі_значення_u* має один стовпець, то кожен стовпець масиву *відомі_значення_x* інтерпретується як окрема змінна. Якщо масив *відомі_значення_u* має один рядок, то кожен рядок масиву *відомі_значення_x* інтерпретується як окрема змінна;

- *відомі_значення_x* – це необов’язкова множина значень x , які вже відомі для співвідношення $y = tx + b$;

- *конст* – це логічне значення, що вказує, чи потрібно, щоб константа b дорівнювала 0. Якщо *конст* має значення ІСТИНА або опущена, то b обчислюється звичайним чином;

- *статистика* – це логічне значення, яке вказує, чи потрібно повернути додаткову статистику по регресії. Якщо *статистика* має значення НЕПРАВДА чи опущена, то функція ЛИНЕЙН повертає тільки коефіцієнти m і сталу b . Якщо *статистика* має значення ІСТИНА, то функція ЛИНЕЙН повертає додаткову регресійну статистику, так що масив, що повертається, буде мати вигляд:

m_n	m_{n-1}	...	b
S_{en}	S_{en-1}	...	S_{eb}
R^2	S_{ey}		
F	Df		
$Ssreg$	$Ssresid$		

S_e – стандартна помилка для коефіцієнта m ;

S_{eb} – стандартна помилка для вільного члена b ;

R^2 – коефіцієнт детермінації;

S_{ey} – стандартна помилка для y ;

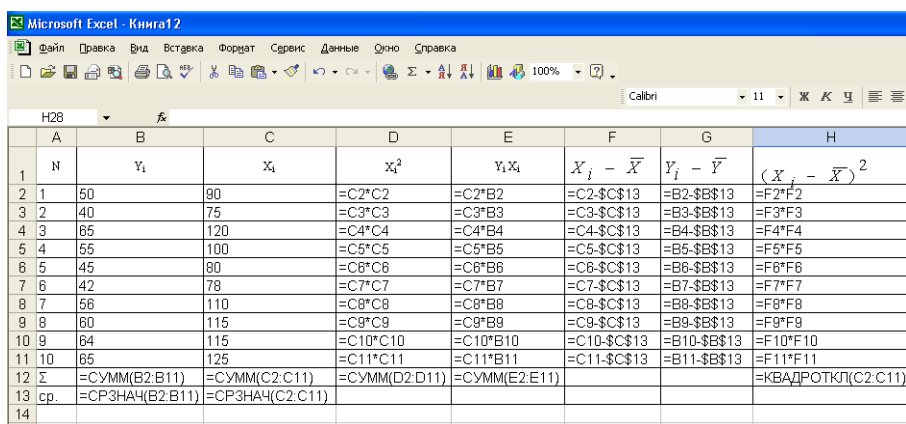
F – критерій Фішера (або F-статистика) визначає, випадковий чи ні взаємозв'язок між залежною та незалежними змінними;

Df – ступінь свободи системи; потрібні для знаходження F-критичних значень у статистичній таблиці. Для визначення рівня надійності моделі потрібно порівняти значення в таблиці з F-статистикою, що повертається функцією ЛИНЕЙН.

Ssreg – регресійна сума квадратів;

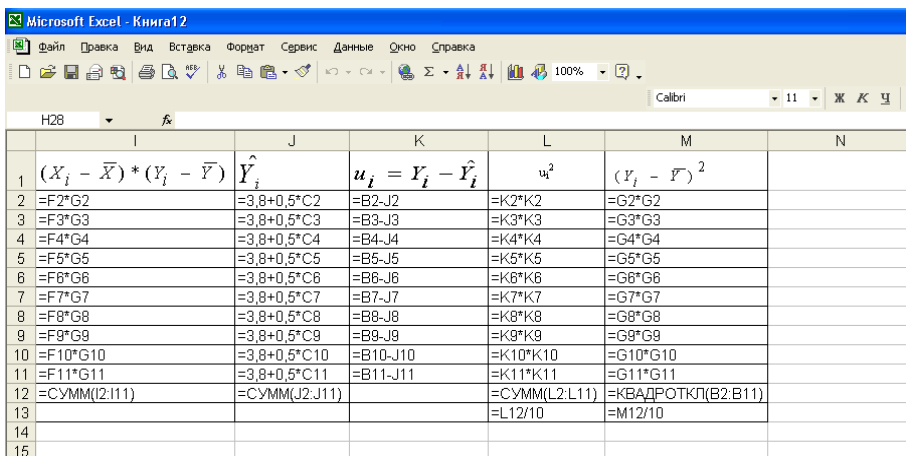
Ssresid – залишкова сума квадратів.

Розрахунки в Excel представлені на рис.2, рис.3 та рис.4:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	N	Y ₁	X ₁	X ₁ ²	Y ₁ X ₁	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})^2$
2	1	50	90	=C2*C2	=C2*B2	=C2-\$C\$13	=B2-\$B\$13	=F2*F2
3	2	40	75	=C3*C3	=C3*B3	=C3-\$C\$13	=B3-\$B\$13	=F3*F3
4	3	85	120	=C4*C4	=C4*B4	=C4-\$C\$13	=B4-\$B\$13	=F4*F4
5	4	55	100	=C5*C5	=C5*B5	=C5-\$C\$13	=B5-\$B\$13	=F5*F5
6	5	45	80	=C6*C6	=C6*B6	=C6-\$C\$13	=B6-\$B\$13	=F6*F6
7	6	42	78	=C7*C7	=C7*B7	=C7-\$C\$13	=B7-\$B\$13	=F7*F7
8	7	56	110	=C8*C8	=C8*B8	=C8-\$C\$13	=B8-\$B\$13	=F8*F8
9	8	60	115	=C9*C9	=C9*B9	=C9-\$C\$13	=B9-\$B\$13	=F9*F9
10	9	64	115	=C10*C10	=C10*B10	=C10-\$C\$13	=B10-\$B\$13	=F10*F10
11	10	85	125	=C11*C11	=C11*B11	=C11-\$C\$13	=B11-\$B\$13	=F11*F11
12	Σ	=СУММ(B2:B11)	=СУММ(C2:C11)	=СУММ(D2:D11)	=СУММ(E2:E11)			=КВАДРОТКЛ(C2:C11)
13	ср.	=CP3НАЧ(B2:B11)	=CP3НАЧ(C2:C11)					

Рисунок 2. Розрахунок 1 частини таблиці



	I	J	K	L	M	N
1	$(X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})$	$\hat{Y}_i$	$u_i = Y_i - \hat{Y}_i$	u_i^2	$(Y_i - \bar{Y})^2$	
2	=F2*G2	=3,8+0,5*C2	=B2-J2	=K2*K2	=G2*G2	
3	=F3*G3	=3,8+0,5*C3	=B3-J3	=K3*K3	=G3*G3	
4	=F4*G4	=3,8+0,5*C4	=B4-J4	=K4*K4	=G4*G4	
5	=F5*G5	=3,8+0,5*C5	=B5-J5	=K5*K5	=G5*G5	
6	=F6*G6	=3,8+0,5*C6	=B6-J6	=K6*K6	=G6*G6	
7	=F7*G7	=3,8+0,5*C7	=B7-J7	=K7*K7	=G7*G7	
8	=F8*G8	=3,8+0,5*C8	=B8-J8	=K8*K8	=G8*G8	
9	=F9*G9	=3,8+0,5*C9	=B9-J9	=K9*K9	=G9*G9	
10	=F10*G10	=3,8+0,5*C10	=B10-J10	=K10*K10	=G10*G10	
11	=F11*G11	=3,8+0,5*C11	=B11-J11	=K11*K11	=G11*G11	
12	=СУММ(I2:I11)	=СУММ(J2:J11)		=СУММ(L2:L11)	=КВАДРОТКЛ(B2:B11)	
13				=L12/10	=M12/10	

Рисунок 3. Розрахунок 2 частини таблиці

Microsoft Excel - Книга12	
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка	
C20 fx	
	A B
16	$\sigma_Y^2 =$ =ДИСП(B2:B11)
17	$r_{xy} =$ =КОРРЕЛ(C2:C11;B2:B11)
18	
19	$\hat{a}_0 =$ $\hat{a}_1 =$
20	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ЛОЖЬ) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ЛОЖЬ)
21	
22	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА)
23	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА)
24	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА)
25	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА)
26	=ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА) =ЛИНЕЙН(B2:B11;C2:C11;ИСТИНА;ИСТИНА)
27	

Рисунок 4. Розрахунок дисперсії, кореляції та параметрів $\hat{a}_0$ і $\hat{a}_1$

Для отримання лінійної регресійної залежності, без виводу статистичної інформації, необхідно виділити місце знаходження результату, викликати Майстер функцій і вибрати функцію ЛИНЕЙН.

У *відомі_значення_y* ввести діапазон B2:B11, *відомі_значення_x* ввести діапазон C2:C11, *конст* – ІСТИНА, *статистика* – НЕПРАВДА (рис.5). Далі Ок, потім натиснути клавішу F2, а потім натиснути комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter. Результати представлені на рисунку 6:

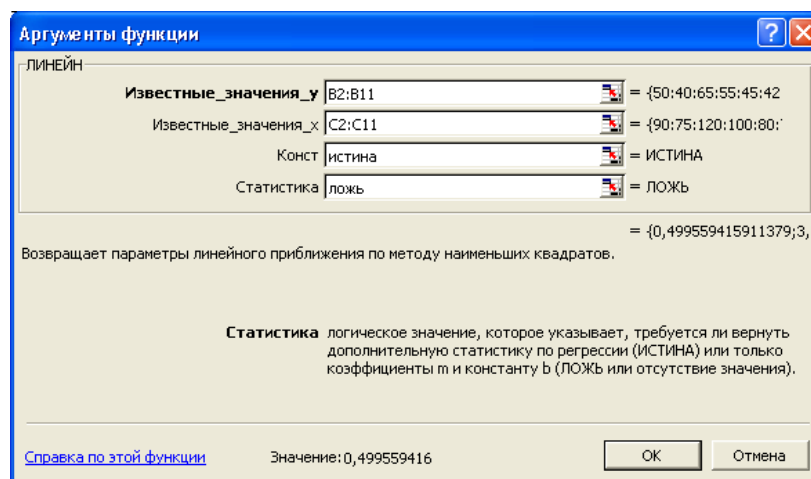


Рисунок 5. Вікно діалогу Майстер функцій при виклику функції ЛИНЕЙН.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	N	Y_i	X_i	X_i^2	$Y_i X_i$	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	$\hat{Y}_i$	$u_i = Y_i - \hat{Y}_i$	u_i^2	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1													
2	1	50	90	8100	4500	-10,8	-4,2	116,64	45,36	48,8	1,2	1,44	17,64
3	2	40	75	5625	3000	-25,8	-14,2	665,64	366,36	41,3	-1,3	1,69	201,64
4	3	65	120	14400	7800	19,2	10,8	368,64	207,36	63,8	1,2	1,44	116,64
5	4	55	100	10000	5500	-0,8	0,8	0,64	-0,64	53,8	1,2	1,44	0,64
6	5	45	80	6400	3600	-20,8	-9,2	432,64	191,36	43,8	1,2	1,44	84,64
7	6	42	78	6084	3276	-22,8	-12,2	519,84	278,16	42,8	-0,8	0,64	148,84
8	7	58	110	12100	6180	9,2	1,8	84,64	16,56	58,8	-2,8	7,84	3,24
9	8	60	115	13225	6900	14,2	5,8	201,64	82,36	61,3	-1,3	1,69	33,64
10	9	64	115	13225	7360	14,2	9,8	201,64	139,16	61,3	2,7	7,29	96,04
11	10	65	125	15625	8125	24,2	10,8	585,64	261,36	66,3	-1,3	1,69	116,64
12	Σ		542	1008	104784	56221		3177,6	1587,4	542		26,6	819,6
13	ср.		54,2	100,8								2,66	81,96
14													
15													
16	$\sigma_Y^2 =$	91,06666667											
17	$r_{xy} =$	0,983639109											
18													
19	$\hat{a}_1 =$	$\hat{a}_0 =$											
20	0,49955942	3,844410876											
21													
22	0,49955942	3,844410876											
23	0,03234753	3,311224773											
24	0,9675459	1,823437111											
25	238,501957	8											
26	793,000617	26,59938318											
27													

Рисунок 6. Результати, отримані експериментальним методом.

В комірці

B22: знаходиться вільний член a_0 , який дорівнює $0,4995 \approx 0,5$;

A22: коефіцієнт a_1 , який дорівнює $3,84 \approx 3,8$.

A23: S_e – стандартна помилка для коефіцієнта $a_1 = 0,032$;

B23: S_{eb} – стандартна помилка для вільного члена $a_0 = 3,311$;

A24: R^2 – коефіцієнт детермінації $= 0,967$;

B24: S_{ey} – стандартна помилка для $y = 1,823$;

A25: F – критерій Фішера $= 238,5$;

B25: Df – ступень свободи системи $= 8$;

A26: Ss_{reg} – регресійна сума квадратів $= 793$;

B26: Ss_{resid} – залишкова сума квадратів $= 26,6$.

Всі отримані результати збігаються з результатами, знайденими аналітичним методом.

Microsoft Excel надає також спеціалізовані інформаційні технології статистичного аналізу – Пакет Аналізу. Пакет Аналізу встановлюється як

додаткова надбудова за допомогою команди меню Сервіс/Надбудова. Після виконання в меню команди Сервіс з'являється новий пункт – Аналіз даних.

Для розв'язання задачі використаємо інструментарій „Регресія” (рис.7).

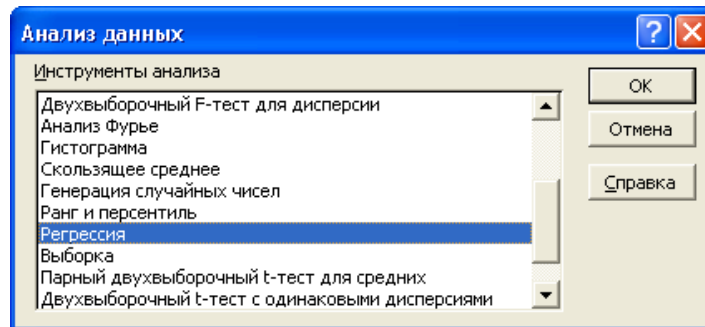


Рисунок 7. Вікно діалогу Аналіз даних для вибору інструментарію.

На рис.8 показане вікно діалогу для задання параметрів регресійного аналізу. У даному вікні діалогу вже проставлені значення потрібних елементів керування і відповідних вхідних і вихідних інтервалів даних.

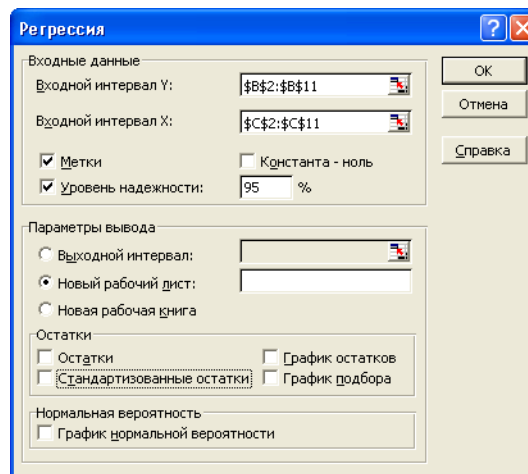


Рисунок 8. Вікно діалогу Регресія

Excel сформує новий робочий аркуш (рис.9):

Microsoft Excel - Книга12									
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Справка									
Диск									
Calibri 11 X K U									
J30	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вывод итогов								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0,983639109							
5	R-квадрат	0,967545897							
6	Нормированный R-квадрат	0,963489134							
7	Стандартная ошибка	1,823437111							
8	Наблюдения	10							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		df	SS	MS	F	Значимость F			
12	Регрессия	1	793,0006168	793,0006168	238,5019566	3,07364E-07			
13	Остаток	8	26,59839318	3,324922898					
14	Итого	9	819,6						
15									
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
17	У-пересечение	3,844410876	3,311224773	1,161023833	0,279101601	-3,79129208	11,48011393	-3,79129208	11,48011393
18	X - цена блага	0,499559418	0,032347534	15,44350856	3,07364E-07	0,424985821	0,574153011	0,424985821	0,574153011
19									
20									
21									
22	Вывод остатка								
23									
24	Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки	Стандартные остатки					
25	1	48,80475831	1,195241692	0,695250333					
26	2	41,31136707	-1,311367069	-0,762798351					
27	3	63,79154079	1,208459215	0,702938725					
28	4	53,80035247	1,199647533	0,69781313					
29	5	43,80918415	1,190835851	0,692687535					
30	6	42,81004532	-0,810045317	-0,4711188614					
31	7	53,70504088	0,70504088	0,39504088					
32	8	42,81004532	-0,810045317	-0,4711188614					
33	9	42,81004532	-0,810045317	-0,4711188614					
34	10	42,81004532	-0,810045317	-0,4711188614					
Готово									

Рисунок 9. Робочий аркуш з результатами регресії

Результати, які отримали при розрахунку із застосуванням інструменту Регресія надбудови Аналіз даних, співпадають з результатами, отриманими за допомогою функції ЛИНЕЙН при аргументі *конст*, який має значення ІСТИНА.

ЗАВДАННЯ 3. ПОБУДОВА ЗАГАЛЬНОЇ БАГАТОФАКТОРНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ

ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ 3

Побудувати лінійну економетричну модель, що характеризує залежність між витратами обігу (витр. об.), обсягом вантажообороту (вант. об.) та фондомісткістю бази (фондо-ть). Проаналізувати достовірність моделі та її параметрів. Зробити економічні висновки та дати змістовне тлумачення взаємозв'язку. Вихідні дані наведені у таблиці 9.

Таблиця 9. Варіанти завдання 3

Фактор и	№ з/п	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Витр. об.	1.	2,72	3,04	2,84	2,89	2,58	2,64	2,52	2,75	2,63	2,5
Вант. об.		15,6	13,5	15,3	14,9	15,1	16,1	16,7	15,4	17,1	17,5
Фондо -ть		106,3	128,5	118	121,2	120	118,4	108,4	110	105,9	104
Витр. об.	2.	2,58	2,64	2,52	2,75	2,63	2,48	2,62	2,88	2,68	2,65
Вант. об.		15,1	16,1	16,7	15,4	17,1	16,8	16,9	16,1	15	15,3
Фондо -ть		120	118,4	108	110	106	117,7	97,5	114	122,3	120
Фактор и	№ з/п	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Витр. об.	3.	2,48	2,62	2,88	2,68	2,52	2,74	2,56	2,68	2,55	2,5

Вант. об.		16,8	16,9	16,1	15	18	17,2	17,1	16,4	16,7	16
Фондо -тъ		117,7	97,5	114	122,3	102	106,7	108,5	114	94,3	100
Витр. об.	4.	2,75	2,63	2,48	2,62	2,88	2,68	2,56	2,74	2,6	2,6
Вант. об.		16,8	15,5	17	16,8	16,9	16,1	15	18	17,2	16,5
Фондо -тъ		110	105,9	118	97,5	114	122,3	102	107	108,5	97
Витр. об.	5.	2,92	2,64	2,79	2,67	2,68	2,85	2,4	2,91	2,29	2,6
Вант. об.		14,1	17,2	17,1	17,8	16,2	17,2	16,8	14,8	19,6	17,5
Фондо -тъ		87,8	72	72,4	69,5	75	70,6	73,4	80,7	62,2	69
Витр. об.	6.	2,45	2,38	3,04	2,67	2,7	2,65	2,79	2,49	3,27	2,6
Вант. об.		17,1	19,5	12,5	16,5	16	16,1	16,2	18	11,4	16,6
Фондо -тъ		71,3	61,7	96,2	72,9	75	74,6	74,1	66,9	98,6	72,5
Витр. об.	7.	2,85	2,4	2,91	2,29	3,27	2,45	2,38	3,04	2,67	2,25
Вант. об.		17,2	16,8	14,8	19,6	11,4	17,1	19,5	12,5	16,5	19,5
Фондо -тъ		70,6	73,4	80,7	62,2	98,6	71,3	61,7	96,2	72,9	62,5

Витр. об.	8.	2,93	2,5	2,95	2,39	3,25	2,65	2,42	3,14	2,75	2,3
Вант. об.		18,1	17,2	14,9	20,1	11,4	17,1	19,5	17,5	16,7	20,5
Фондо -тъ		71,2	73,4	81,2	63,7	96,6	72,2	61,7	96,2	72,9	63,5
Витр. об.	9.	2,14	2,94	2,67	2,44	2,83	2,92	2,61	2,72	2,68	2,48
Вант. об.		17,4	13,8	15	18,6	16,2	15,7	17,9	15,3	16,3	18,8
Фондо -тъ		80,3	102,5	94,3	76	87,3	90,1	82,8	96,9	83,7	77
Витр. об.	10.	2,67	2,45	2,86	2,9	2,6	2,72	2,68	2,5	2,74	2,7
Вант. об.		15	18,6	16,2	15,7	17,9	16,3	17,7	16,8	17,5	15,5
Фондо -тъ		94	78	87,5	90,2	84,8	95,9	91	84,7	88,2	90,6
Витр. об.	11.	2,83	2,75	2,4	2,3	2,47	2,45	2,48	2,41	2,34	2,4
Вант. об.		13,8	14,8	16,9	16,8	14,8	17,9	17,6	15,7	15,2	16,5
Фондо -тъ		68	64,3	55,1	55,5	63,3	52,7	53,7	60,2	62,2	55,6
Витр. об.	12.	2,69	2,48	2,11	2,82	2,43	2,34	2,48	2,69	2,36	2,8
Вант. об.		14,9	16,1	19,7	14	17,1	18,2	17,4	16,1	18,8	14,3

Фондо											
-ть		69,4	58,7	62,3	83,8	68,5	64,5	67,6	72,9	62,4	83,5
Витр.	13.										
об.		2,35	2,48	2,45	2,47	2,42	2,34	2,7	2,48	2,15	2,4
Вант.											
об.		16,8	15	17,5	17,6	15,7	15,2	14,9	16,1	19,7	16,7
Фондо											
-ть		56,5	64,3	53,7	54,7	60,2	62,4	69,5	58,7	62,3	56,8
Витр.	14.										
об.		2,46	2,7	2,58	2,34	2,43	2,84	2,15	2,49	2,6	2,45
Вант.											
об.		19	16,3	17,5	18,4	17,2	15	19,8	16,1	14,9	19,3
Фондо											
-ть		65,4	73,9	68,5	64,5	69,3	83,8	62,3	58,7	69,4	65,5
Витр.	15.										
об.		2,27	1,94	2,32	2,49	2,57	2,01	1,87	2,39	2,18	2,29
Вант.											
об.		32,1	31	32,4	33,2	31,2	34,8	35,4	33	34,8	32,5
Фондо											
-ть		112,5	116,4	112	108,9	117	104,5	102,7	110	104,7	112,6
Витр.	16.										
об.		2,17	1,8	2,36	2,5	2,27	2,33	2,51	2,4	2,5	2,19
Вант.											
об.		33,3	36,1	38,3	30,6	32,1	37,6	34,8	34,2	34,2	33,5
Фондо											
-ть		109,4	101,1	103	128,5	123	105,2	114,8	116	116	109,5

Фактор и	№ з/п	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Витр. об.	17.	2,08	1,99	1,96	2,18	1,91	2,37	1,92	2,15	2,41	2,05
Вант. об.		32,5	33,4	37,8	35,8	34,2	37,2	38,2	29,4	37,2	32,9
Фондо -ть		81,6	79,4	69,5	85,4	84,3	71,4	78,1	90,8	72,1	81,5
Витр. об.	18.	2,2	1,96	2,25	2,69	2,24	2,43	2,32	2,6	2,7	2,5
Вант. об.		34,5	35	43,7	31,9	37,3	40,9	38,8	35,7	43,2	34,9
Фондо -ть		83,6	76,5	76,9	104,6	72,3	66,3	69,6	75,6	62,4	83,5
Витр. об.	19.	2,95	2,55	2,26	2,49	2,17	2,38	2,22	2,64	2,63	2,9
Вант. об.		29,4	35,4	39,7	37,1	35,7	40,2	39,4	43,7	38,4	29,5
Фондо -ть		152	126,2	113	120,5	125	111,3	112,2	121	126,4	152,6
Витр. об.	20.	2,32	2,19	2,83	2,75	2,59	2,27	2,05	1,95	2,08	2,35
Вант. об.		38,8	39,9	30,1	31,7	37,2	39,7	36,9	38,2	40,1	38,8
Фондо -ть		114	103,1	154	146	125	103,6	119	109	106,5	114
Витр. об.	21.	19,5	12,4	17,2	19,5	12,6	16,5	16,1	16	16,2	18

Вант. об.		43,6	48,3	44,7	35,7	49,2	41,3	43,8	48,5	42,3	43
Фондо -тъ		1,95	2,83	2,29	2,33	2,31	2,54	2,11	2,42	2,38	2,46
Витр. об.		11,7	18,3	18,2	15,6	17,4	13,8	15	18,6	16,2	15,7
Вант. об.	22.	44,2	42,4	38,9	36,4	35,2	45,5	35,2	41,6	42,2	40,4
Фондо -тъ		2,85	1,81	1,88	2,25	1,98	2,48	2,25	1,85	2,15	2,25
Витр. об.		18,4	15,6	17,5	13,8	15	18,7	16,2	15,7	17,9	15,4
Вант. об.	23.	38,7	36,5	35,2	45,5	35,2	41,6	42,2	40,4	47,3	47,1
Фондо -тъ		1,89	2,25	1,98	2,48	2,25	1,85	2,15	2,25	1,9	2,2
Витр. об.		13,8	15	18,6	16,2	15,7	17,9	15,3	16,3	17,7	16,8
Вант. об.	24.	45,5	35,2	41,6	42,3	40,4	47,4	47,1	43,2	39,1	38,2
Фондо -тъ		2,46	2,25	1,85	2,15	2,25	1,9	2,2	2,09	1,87	2
Витр. об.		18,8	16,4	16,1	17,8	15,5	16,3	17,8	16,8	17,5	16,7
Вант. об.	25.	42,1	42,3	40,4	47,4	47,1	43,2	39	38,2	37,3	36,7
Фондо -тъ		1,86	2,15	2,25	1,9	2,2	2,1	1,86	2	2,48	2,02

Витр. об.	26.	40,2	39,4	43,7	38,4	38,8	39,9	30,1	31,7	37,2	39,7
Вант. об.		66,5	63	65,5	64,2	61,6	63,2	75,5	75,5	71	67,2
Фондо -ть		1,95	1,62	2,24	1,88	1,68	1,62	2,15	2,03	1,95	1,63
Витр. об.	27.	32,1	31	32,4	33,4	31,2	34,8	35,4	33	34,8	33,3
Вант. об.		48	42,1	42,3	43,7	42,8	41,8	30,8	44,4	51,2	54,6
Фондо -ть		2,12	2,2	2,11	2,08	2,21	1,88	1,91	2	1,9	1,99
Витр. об.	28.	35,4	33	34,8	33,3	36,1	38,3	30,6	32,1	37,6	34,8
Вант. об.		30	44,4	51,2	54,6	57,6	53,2	57,6	58,3	55,7	55,7
Фондо -ть		1,9	2	1,91	1,99	1,54	1,74	2,23	2,14	1,84	2,01
Витр. об.	29.	30,6	32,1	37,6	35,8	34,2	34,4	32,5	33,4	37,8	35,8
Вант. об.		57,6	58,3	55,7	55,7	56,4	60,4	34,4	33,9	34,2	38
Фондо -ть		2,23	2,14	1,84	2,01	2,04	2,02	1,98	1,95	1,7	2,1
Витр. об.	30.	34,2	37,2	38,2	29,4	37,2	34,5	35	43,7	31,9	37,3
Вант. об.		30,3	31,1	28,5	36,7	38,7	45,7	41,5	39	42,7	39,8

Фондо											
-ть		1,75	1,86	1,82	1,89	2,01	1,75	1,6	1,69	1,78	2,48

ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ 3

Розглянемо задачу дослідження впливу на економічний показник у трьох факторів x_1 , x_2 , x_3 , а саме досліджуватимемо залежність прибутку підприємства $y(i)$ від інвестицій $x_1(i)$, витрат на рекламу $x_2(i)$ та заробітну плату $x_3(i)$. Вихідні дані представлені в таблиці 10.

Таблиця 10. Вихідні дані в умовних одиницях

Номер спостереження	$y(i)$	$x_1(i)$	$x_2(i)$	$x_3(i)$
1	15,7	17,37	5,28	1,42
2	17,34	18,24	6,47	1,58
3	21,57	22,47	6,98	1,98
4	33,5	18,47	7,05	2,04
5	32,3	16,82	7,94	2,38
6	37,9	17,6	8,12	3,48
7	40,78	17,12	8,69	3,07
8	48,02	19,81	9,31	3,84
9	43,03	18,67	10,45	4,28
10	49,57	20,83	10,47	4,67
11	52,14	22,84	13,48	5,98
12	55,17	28,85	15,78	6,51
13	59,18	29,61	17,65	7,82
14	62,22	35,67	18,47	8,58
15	77,58	47,87	19,64	9,47

Аналітичний метод

1. Ідентифікуємо змінні моделі:

Y – прибуток підприємства (залежна змінна);

X_1 – інвестиції (незалежна змінна);

X_2 – витрати на рекламу (незалежна змінна);

X_3 – заробітна плата (незалежна змінна);

u – залишки.

2. Очевидно, економетрична модель є трьохфакторною:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, u)$$

Специфікуємо модель у лінійному вигляді:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + u;$$

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1X_1 + \hat{a}_2X_2 + \hat{a}_3X_3.$$

3. Знайдемо МНК-оцінки параметрів моделі. Для цього складемо вектор-стовпець Y і матрицю X :

$$Y = \begin{pmatrix} 15,7 \\ 17,34 \\ 21,57 \\ 33,5 \\ 32,3 \\ 37,9 \\ 40,78 \\ 48,02 \\ 43,03 \\ 49,57 \\ 52,14 \\ 55,17 \\ 59,18 \\ 62,22 \\ 77,58 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 17,37 & 5,28 & 1,42 \\ 1 & 18,24 & 6,47 & 1,58 \\ 1 & 22,47 & 6,98 & 1,98 \\ 1 & 18,47 & 7,05 & 2,04 \\ 1 & 16,82 & 7,94 & 2,38 \\ 1 & 17,6 & 8,12 & 3,48 \\ 1 & 17,12 & 8,69 & 3,07 \\ 1 & 19,81 & 9,31 & 3,84 \\ 1 & 18,67 & 10,45 & 4,28 \\ 1 & 20,83 & 10,47 & 4,67 \\ 1 & 22,84 & 13,48 & 5,98 \\ 1 & 28,85 & 15,78 & 6,51 \\ 1 & 29,61 & 17,65 & 7,82 \\ 1 & 35,67 & 18,47 & 8,58 \\ 1 & 47,87 & 19,64 & 9,47 \end{pmatrix}$$

Обчислимо оцінки регресійних коефіцієнтів за формулою:

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

1) напишемо матрицю транспоновану до матриці X :

$$X^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 17,37 & 18,24 & 22,47 & \dots & 47,87 \\ 5,28 & 6,47 & 6,98 & \dots & 19,64 \\ 1,42 & 1,58 & 1,98 & \dots & 9,47 \end{pmatrix}$$

2) знайдемо добуток матриць:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 15 & 352,24 & 165,78 & 67,1 \\ 352,24 & 9335,743 & 4404,383 & 1858,071 \\ 165,78 & 4404,383 & 2147,268 & 914,9516 \\ 67,1 & 1858,071 & 914,9516 & 397,2576 \end{pmatrix}$$

3) знайдемо до цієї матриці обернену матрицю:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2,14866 & -0,02768 & -0,51745 & 0,95832 \\ -0,02768 & 0,00428 & -0,0056 & -0,00245 \\ -0,51745 & -0,0056 & 0,18797 & -0,31932 \\ 0,95832 & -0,00245 & -0,31932 & 0,58755 \end{pmatrix}$$

4) відшукаємо добуток транспонованої матриці на залежну змінну Y :

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 646 \\ 16856,08 \\ 8206,967 \\ 3497,029 \end{pmatrix}$$

5) обчислимо добуток знайдених матриць:

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} 26,01984 \\ -0,24727 \\ -2,72107 \\ 11,83161 \end{pmatrix}$$

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Диха, М.В. Економетрія : навч. посібник / М.В. Диха, В.С. Мороз. – К. : Центр навчальної літ., 2019. – 206 с.
2. Економетрія / О.Л. Лещинський, В.В. Рязанцева, О.О. Юнькова. – К. : МАУП, 2003. – 208 с.
3. Економетрія : навч. посіб. / О. Є. Лугінін, С. В. Білоусова, О. М. Білоусов. – К. : ЦУЛ, 2005. – 252 с.
4. Корольов, О.А. Економетрія : навч. посібник / О. А. Корольов ; КНТЕУ. – 2-ге вид., випр. та скор. – К. : Книга, 2005. – 415 с.
5. Кузьмичов, А.І. Економетрія. Моделювання засобами MS Excel : навч. посіб. / А.І. Кузьмичов, М.Г. Медведєв. – К. : вид-во Ліра-К, 2017. – 212 с.
6. Практичні заняття з економетрії в EXCEL : навч. посіб. / О.О. Кубайчук, С.А. Теренчук. – К. : вид-во Європейського ун-ту, 2007. – 212 с.
7. Скоков, Б.Г. Конспект лекцій до курсу «Економетрія» / Б.Г. Скоков, К А. Мамонов. – Харків : ХНАМГ, 2006. – 105 с.
8. Толбатов, Ю.А. Економетрика : [підручник] / Ю.А. Толбатов. – Тернопіль : вид-во «Підручники і посібники», 2008. – 288 с.

ДОДАТОК А

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»

Кафедра вищої математики і фізики

Індивідуальна робота з дисципліни
«Економетрія»

ВАРІАНТ № ____

Виконав:

студент групи

(група)

(ПІБ)

№ зал. кн. _____

Перевірив:

доцент кафедри ВМФ

Лесіна Є.В.

Луцьк - 2023