

ЕЛЕКТОРОМЕХАНІЧНІ АНАЛОГІЇ, ЇХ ВИКОРИСТАННЯ В ІНЖЕНЕРНИХ РОЗРАХУНКАХ

Юсубова Л.Я. (ІІ ДВНЗ ДонНТУ)
Науковий керівник — Горячева Т.В.

Для аналізу механічних і електромеханічних коливальних систем широко користуються методом електромеханічних аналогій. Він заснований на схожості диференціальних рівнянь, що описують коливання електричних і механічних систем. Головне достоїнство методу - можливість застосування добре розроблених методів аналізу електричних ланцюгів до розрахунку механічних коливальних систем.

Основні елементи механічних коливальних систем з зосередженими постійними — маса, гнучкість, активний опір. Гнучкість являє собою величину, зворотну жорсткості. В літературі використовують також еквівалентні гнучкості терміни: податливість, стисливість, пружність.

Таблиця 1. – Електромеханічні аналогії

механічні величини		електричні величини		
		1-а аналогія напруга - сила		2-а аналогія сила - струм
Координата	x	Заряд	q	Напруга
Маса	m	Індуктивність	L	Ємкість
Коефіцієнт жорсткості	c	Зворотна величина ємкості	1/C	Зворотна величина індуктивності
Коефіцієнт опору середовища	b	Омічний опір	R	Проводимість
Сила	Q(t)	Е.Р.С.	E(t)	Швидкість струму

Для моделювання механічних систем в даний час застосовують кілька систем аналогій (електромеханічну, електроакустичних, електрогидравлічну, електротеплового і ін.), з яких для моделювання механічних систем найбільше застосування отримали електромеханічні. Для пояснення суті встановлення електромеханічної аналогії рас-дивимося диференціальні рівняння руху матеріальної частинки механічної системи під дією сили F при зміні напруги і в котушці з індуктивністю L в залежності від протікає в ній струму t.

Як вже зазначалося раніше, однією і тією ж математичної моделі можуть відповідати кілька фізичних моделей, що підкоряються законам різної фізичної природи.

Розглянемо аналогію електричних і механічних величин, яка відображає подібність між електричними і механічними системами.

Відомо, напруга U, магнітний потік Φ, струм i, індуктивність L зв'язані співвідношеннями:

$$U_l = \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = Li \quad (1)$$

З іншого боку, з механіки відома форма другого закону Ньютона

$$F = \frac{dQ}{dt} \quad Q = mV \quad (2)$$

де F - сила, що діє на матеріальну точку маси m, V - швидкість точки, Q - кількість руху.

Порівнюючи співвідношення (1) і (2) можна зробити висновок про відповідність механічних і електричних величин

$$F \leftrightarrow U_L, \quad Q \leftrightarrow \Phi, \quad V \leftrightarrow i, \quad m \leftrightarrow L$$

Далі вираз $U_q = -F$, що визначає напругу U_q на ємності C , за своїм виглядом відповідає закону Гука для обчислення сили F . Виникає при деформації x пружини жорсткості k . $F = kx = -kx$, причому, як і раніше, напруга V_q відповідає силі F , величина ємності C - піддатливості пружини $1/k$, заряд q - координаті x .

Розвиваючи зазначену аналогію між електричними і механічними явищами, розглянемо два простих прикладу.

Розглянемо електричний коливальний контур (Рис. 1), складений з послідовно з'єднаних конденсаторів ємності C , котушки з індуктивністю L і провідникові R .

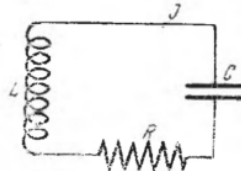


Рисунок 1 – Електричний коливальний контур

Виберемо заряд q в якості узагальненої координати. Електромагнітна енергія котушки W_m , електрична енергія W_e і дисипативна функція ψ_c дорівнюють відповідно

$$W_m = \frac{1}{2} L \left(\frac{dq}{dt} \right)^2, \quad W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}, \quad \psi_c = \frac{1}{2} R \left(\frac{dq}{dt} \right)^2$$

Рівняння руху можна скласти у формі рівняння Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_m}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial W_m}{\partial q} = - \frac{\partial W_e}{\partial q} - \frac{\partial \psi_c}{\partial \dot{q}}$$

Виконуючи операції диференціювання, одержимо

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = 0$$

На рис.2 зображено тіло маси m (матеріальна точка), що лежить на гладкій горизонтальній поверхні. Точка здійснює прямолінійний рух уздовж осі x . До точки прикріплена пружина жорсткості k до і демпфер, який створює силу опору, пропорційну швидкості.

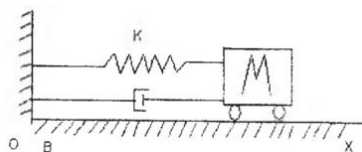


Рисунок 2 – Маса тіла

Така система при відхиленні від положення рівноваги робить затухаючі коливання і називається лінійним осцилятором. Його рівняння руху легко отримати з другого закону Ньютона,

$$m\ddot{x} + \delta\dot{x} + kx = 0$$

Зіставляючи між собою дані рівняння, робимо висновок, що вони повністю ідентичні з точністю до позначень.

Зробимо висновок: Електромеханічні аналоги, звичайними словами - це заміна механічних параметрів, в складних диференціальних рівняннях на електричні. Що нам дозволяє більш доступний і зрозумілий розрахунок завдань.

Література:

1. А.Ю. Львович. Основы теории электромеханических систем. – М.: Наука, 1973.
2. Основы теории цепей/ Под ред. Г.В. Зевеке. – М.: Наука, 1975.
3. Бутенин Й.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В 2-х т. – М.: Наука, 1985