

## ЛЕКЦИЯ 2

### МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИНАНСОВОЙ И БАНКОВСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

1. Определение коммерческого банка как системы. Схема исследования банковской системы.
2. Общая проблема моделирования финансовой и банковской деятельности. Систематизация математических методов и моделей в сфере финансовой и банковской деятельности.
3. Частные модели банковской деятельности.
4. Полные модели банковской деятельности.

#### *1. Определение коммерческого банка как системы. Схема исследования банковской системы*

В соответствии с логикой идентификации сложных экономических систем, коммерческий банк может быть определен как система, исходя из следующих соображений:

- это образование, относящееся к экономической сфере деятельности, которое подпадает под действие основных экономических законов: его работа определяется законами спроса и предложения, ориентирована на достижение некоторого экономического результата, зависящего от условий конкурентной среды, и т. д.
- в отличие от других экономических объектов его деятельность сопряжена с хранением и трансформацией денежных средств – вкладов, ссуд – как множества элементов данной системы. Трансформация некоторого подмножества этих элементов (вкладов) в другое подмножество (ссуды) и определяет характер связей между ними (как между затрачиваемыми и производимыми ингредиентами рассматриваемого производственного процесса – трансфор-

мирования).

- дальнейшая конкретизация межэлементных связей вида «затрачиваемые денежные средства – производимые денежные средства» позволяет идентифицировать их на основе признака получения банковской маржи (которая зависит от соотношения процентных ставок по вкладам и ссудам) в результате их реализации. В силу этого банк может быть идентифицирован как объединение, осуществляющее рассмотренный способ связей.
- введение структурных характеристик по типам, объемам, срокам и резервам депозитных и кредитных средств определяет рассматриваемый объект как систему (аккумулирующую и трансформирующую различные виды денежных ресурсов).

Таким образом, коммерческий банк является большой, сложной, иерархической, динамической, управляемой, саморазвивающейся и целенаправленной системой. По способу взаимодействия с внешней средой он представляет собой открытую систему, функционирующую в условиях неопределенности (отсутствия детерминированности). В то же время он является подсистемой систем более высокого порядка: банковской и финансово-кредитной (последняя образует финансовый сектор экономики в целом). Необходимо, чтобы между финансовым и реальным секторами экономики соблюдалась рациональная пропорция: развитие финансового сектора должно соответствовать и подкрепляться развитием реального сектора экономики (рис. 2.1).

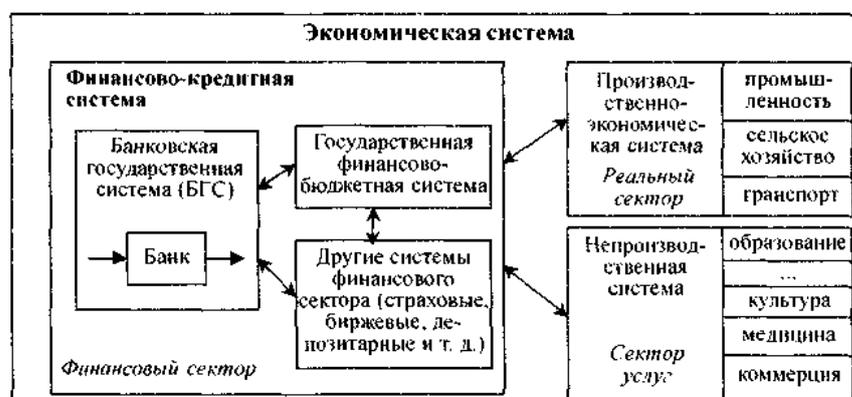


Рис. 2.1. Схема взаимодействия систем различных уровней

Развернутая схема функционирования банка, детализирующая виды депо-

зитных и кредитных ресурсов, а также взаимоотношения банковской системы с внешней экономической средой (центральным банком страны, бюджетом и финансовым сектором экономики) представлена на рис.2.2. Данная схема, иллюстрирующая функционально-морфологический способ описания банковской системы, содержит контур положительной обратной связи, характеризующий процесс развития банка за счет собственных средств. Схема содержит комплекс взаимосвязей, раскрывающих содержание депозитно-аккумуляционной, кредитно-инвестиционной и преобразующей банковской деятельности, а также связями, описывающими взаимодействие рассматриваемой системы с вышестоящим органом управления – центральным банком (через депонирование средств, эмиссионный ресурс, инфляцию и систему нормативов, регулирующих банковскую деятельность).

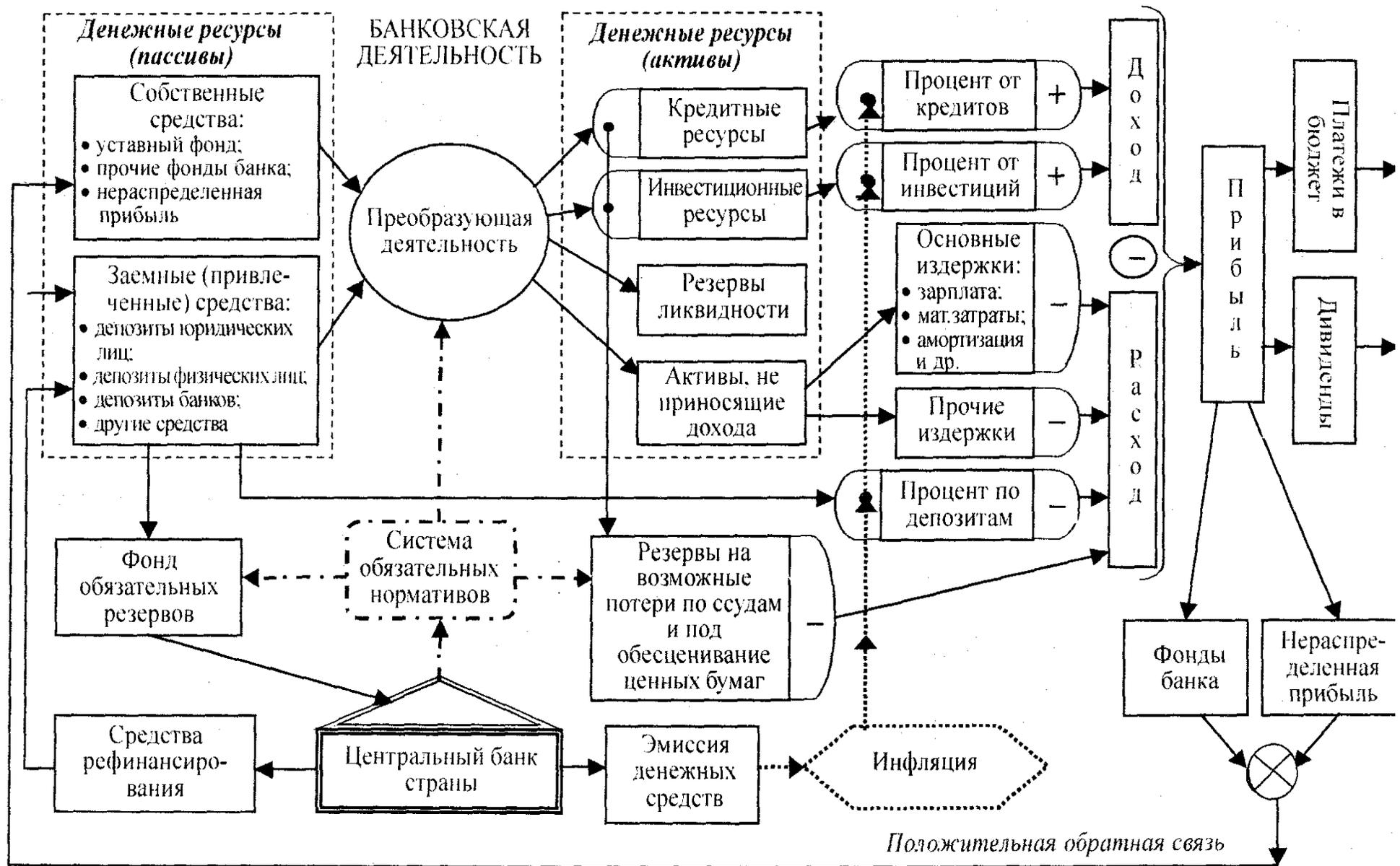


Рис. 2.2. Развернутая схема функционирования банка (функционально-морфологический аспект)

## **2. Общая проблема моделирования финансовой и банковской деятельности. Систематизация математических методов и моделей в сфере финансовой и банковской деятельности**

Банк может быть рассмотрен как разновидность фирмы, функционирующей на рынке денег. В научной литературе данное обстоятельство нашло отражение в устоявшемся термине *«банковская фирма»*. В связи с этим при моделировании деятельности банка наряду с другими методами правомерно использовать основные понятия и модели теории фирмы. Не случайным также является значительный удельный вес в общем числе математических исследований именно моделей фирмы, адаптированных к специфике банковского дела.

Следует отметить, что банк представляет собой сложный объект моделирования, требующий прежде всего комплексного и системного подхода. По мнению Н. Мэрфи, *«трудно создать интегрированную модель банковской фирмы, которая одновременно охватывала бы управление ликвидностью, выбор портфеля активов, политику ценообразования и физический процесс производства»*, поэтому наибольшее распространение имеют либо частные модели, описывающие конкретную сферу деятельности банка, либо обобщенные полные модели, которые хотя и отображают функционирование банка в целом, но делают это достаточно агрегированно (*общая проблема моделирования банковской деятельности*).

Деятельность коммерческого банка зависит от многих факторов, потому моделирование его деятельности связано с изучением действия этих факторов, которые влияют на проведение процессов, а также причинно-следственных связей. Фактор – это условие, которое необходимо для осуществления процессов, а также причина, которая влияет на результат этих процессов. Каждый фактор, который влияет на результат, может состоять из ряда причин, каждая из которых может выступать самостоятельно.

Факторы, которые влияют на деятельность коммерческого банка, могут быть как внутренними, так и внешними (социальные условия, конъюнктура

банковского рынка и тому подобное); они также могут быть постоянными и временными; простыми или сложными; негативными и позитивными; прямыми или опосредствованными. Для качественного проведения исследований аналитический отдел банка должен иметь банк статистических методов и математических моделей проведения анализа и моделирования деятельности банка.

**Метод анализа и моделирования** – это способ научного исследования или подход к изучению явления или процесса. Классические методы обработки информации разделяют на экономико-логические (традиционные) и экономико-математических. Остановимся на основных методах анализа и моделирования финансовой и банковской деятельности.

### ***Экономико-логические методы общего анализа***

#### 1. Средние величины:

- средняя арифметическая проста - используется для оценки однородной совокупности объектов по конкретному признаку;
- средняя арифметическая взвешенная – используется, если какое-то конкретное значение встречается определенное количество раз;
- средняя геометрическая – используется при определении темпа роста прибыли, дохода, других показателей;
- средняя хронологическая – применяется при определении средних уровней в динамических рядах;
- средняя квадратичная – показывает степень разброса значений в ряду. Этот показатель характеризует, как в среднем каждая варианта отклоняется от средней.

#### 2. Относительные величины:

Относительные величины характеризуют сравнение абсолютных величин, которые являются первичной информацией. Различают относительные величины:

- динамики (определение темпов роста, прироста);
- структуры (расчет удельных весов отдельного показателя в общей совокупности);

- интенсивности (коэффициенты рентабельности, отдачи).

### 3. Метод сопоставления (сравнение):

Этот прием позволяет выявить характеристику явления с помощью других однородных явлений. Он применяется в любых экономических расчетах и позволяет выявить взаимосвязь экономических процессов, их развитие, степень эффективности в использовании трудовых, финансовых и материальных ресурсов. Существует несколько форм сопоставления:

- с планом (нормативами);
- с прошлым;
- с наилучшим (эталонном);
- с экономической моделью развития (сопоставление различных вариантов управленческих решений с целью выбора наиболее оптимального из них; сопоставление результатов деятельности до и после внедрение какого-либо новшества);
- со средними данными.

### 4. Метод группировки (по классификационному признаку):

Позволяет изучить те или иные экономические явления во взаимозависимости, взаимосвязи, выявить влияние наиболее существенных факторов, определить те или другие закономерности или тенденции, какие присущи определенным процессам.

Можно выделить такие виды группировки:

- типологические – позволяют разложить процессы на отдельные однородные социально-экономические типы;
- структурные – используются при изучении состава операций банка;
- аналитические – используются для обнаружения взаимосвязи, взаимозависимости, взаимодействия между отдельными показателями и объектами. Аналитическое группировка по количеству классификационных признаков разделяют на простое и комбинированное (I и II уровней).

Для определения интервала группировки рассчитывают шаг интервала:

$$I = \frac{\max - \min}{n}$$

где  $n$  – количество интервалов

Для определения количеству интервалов (их должно быть 7-10) используют формулу:

$$K = \frac{\max - \min}{1 + 3,32 \lg n}$$

#### 5. Балансовый метод:

Используется в случаях, когда есть функциональная зависимость между показателями. Например, движение кредитных средств:

$$\text{Остатки на начало} + \text{Выданны заемы} = \text{Объем погашения} + \text{Остатки на конец}$$

#### 6. Индексный метод:

Является основой для количественной оценки значения отдельного фактора в динамике, изменения обобщенных показателей. Основываются на относительных показателях, которые отражают отношение уровня данного показателя к уровню предыдущему или базовому. Отличают простые и агрегированы индексы.

#### 7. Детализация:

Детализация – это разложение общих показателей на составные части:

- по факторам;
- по периодам;
- по подразделениям.

#### 8. Графический метод:

Графический метод подразумевает, что результаты исследования следует изображать геометрически. Наиболее распространенными являются графики динамики и структуры или сравнения.

### ***Методы факторного анализа***

Данные методы показывают количественное влияние факторов на результативный показатель. В их основе лежит прием *элиминирования*, то есть определения влияния одного фактора путем абстрагирования от действия других. Но при этом обязательным условием является описание связей между фактора-

ми и результатом с помощью математической модели. Различают такие модели:

- аддитивная:  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$
- мультипликативная:  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$
- кратная:  $\frac{X_1}{X_2}$

Существуют такие приемы моделирования:

*Удлинение факторной системы:*  $Y = \frac{A_1}{A_0} = \frac{A_{11} + A_{12} + A_{13}}{A_0}$

*Расширение факторной системы:*  $Y = \frac{abcd}{a_0bcd} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} \times \frac{d}{a_0}$

*Сокращение факторной модели:*  $Y = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a_0}{b}} = \frac{alb}{a_0b}$ ,  $Y = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a_0}{b}} = \frac{alb}{a_0b}$

1. Метод дифференциального исчисления – прирост функции раскладывается как результат умножения отдельной производной на приращенную переменную.

2. Метод цепных подстановок

Сущность метода – последовательная замена базисных показателей на отчетные и сопоставление следующих расчетов с предварительными.

$$Y_0 = X_0 + Z_0$$

где  $Y$  – показатель, который изучается,  $X, Z$  – факторы влияния.

0 – значение базисного периода

1 – значение отчетного периода.

$$Y_1 = X_1 + Z_0; Y_2 = X_1 + Z_1;$$

$$\Delta Y(x) = Y_1 - Y_0$$

Изменение фактору  $Y$  за счет изменения фактора  $X$ ;

$$\Delta Y(z) = Y_1 - Y_0.$$

Изменение фактора  $Y$  за счет фактора  $Z$ .

3. Метод разниц

Это разновидность цепного метода. Основанный на расчете разниц между отчетным и базовым периодами и применения метода цепных подстановок.

Метод разниц применяется при определении влияния факторов, при условии, что их количество не более чем два. Сущность данного метода заключается в том, что определяются разницы фактического показателя и планового и умножаются на частичные показатели, используя метод цепных подстановок.

$$\Delta Y_{(X)} = (X_1 - X_0) \cdot Z_0$$

Изменение фактора Y за счет изменения фактора X;

$$\Delta Y_{(Z)} = (Z_1 - Z_0) \cdot X_1$$

Изменение фактора Y за счет изменения фактора Z.

### ***Экономико-математические методы***

#### **1. Экономико-статистические методы**

Используются в том случае, когда изменение показателей можно охарактеризовать как случайный процесс. Наиболее известной является парная и множественная корреляция.

#### **2. Методы оптимальных решений**

Используют элементы математического программирования, которые разделяются на: линейное, нелинейное, динамическое.

#### **3. Кибернетические методы**

К данным методам относят методы моделирования (в т.ч. имитационного) и системный анализ.

### ***3. Частные модели банковской деятельности***

В группе частных моделей существуют два дивергентных направления. Они основаны на различных гипотезах о поведении банка на рынке денег и о его возможностях управления процессами спроса и предложения на этом рынке.

***Первое направление*** исходит из гипотезы о малой управляемости рынка депозитов: банк только принимает денежные вклады, общий поток которых зависит от экономической ситуации в целом, благосостояния населения и других факторов, которые находятся вне сферы компетенции банка и поэтому должны

считаться заданными экзогенно. Модели данного направления, сконцентрированные на анализе поведения финансовых агентов, действующих на рынке кредитов, и на взаимодействии банка с ними, базируются на теории формирования портфеля заказов (портфеля банковских активов), теории риска и т.д. и включают также оптимальные модели формирования структуры активов. В качестве примера приведем два варианта моделей такого типа.

### Модель 1

В данной модели предполагается, что уже известны некоторые общие желаемые пропорции в структуре активов  $A_i$ , где  $i$  – индекс группы активов. В рамках каждой  $i$ -той группы требуется определить оптимальные объемы вложений  $x_{ij}$  по проектам  $j$ . Критерием оптимальности является общий получаемый доход, зависящий от эффективности проекта (вложения)  $l_{ij}$ .

$$\sum_j^n x_{ij} \leq A_i, i = \overline{1, m}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot x_{ij} \right\}$$

### Модель 2

Данная модель отображает процесс формирования структуры активов с учетом:

- наличия собственного капитала SK и привлеченных средств  $k$ -го вида  $G_k$  по депозитной ставке  $r_k^n$ ;
- необходимых резервов, отчисляемых по норме  $r_i^*$  для каждого вида актива  $A_i$ ;
- распределения долей  $x_{ij}$  активов  $i$ -го вида по проектам  $j$ .

Критерием оптимальности также является общий получаемый доход при известной эффективности проекта  $l_{ij}$ .

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^m (A_i + R_i) &\leq \sum_{k=1}^q G_k + SK \\
r_i^* \cdot A_i - R_i &\leq 0; i = \overline{1, m} \\
\sum_{j=1}^n x_{ij} - A_i &\leq 0 \\
x_{ij}, A_i, R_i &\geq 0; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n} \\
\max \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot x_{ij} - \sum_{k=1}^q r_k^{\Pi} \cdot G_k \right\}
\end{aligned}$$

Следует заметить, что в условиях переходного периода актуальным является включение в модели фактора риска. Так как переходные процессы обычно характеризуются, во-первых, высокими темпами инфляции и, во-вторых, нестабильностью экономических процессов и отсутствием устоявшихся правовых и этических норм бизнеса, то наиболее важными видами рисков являются риски процентной ставки и невозврата кредита; при этом при моделировании обычно применяется вероятностный подход.

**Второе направление** опирается на противоположную гипотезу. Полагается, что рынок кредитов слабо зависит от банковской деятельности: спрос на них и его структура считаются обусловленными инвестиционной активностью и заданными параметрами. Основное внимание концентрируется на рынке депозитов и факторах, обуславливающих их привлечение. Так как плата (проценты) за депозиты входят в состав банковских издержек, то исследования, соответствующие этому направлению, обычно тяготеют к теории издержек как части общей теории фирмы.

Здесь возможны два подхода. В условиях стабильной и равновесной экономики, а также законченного «передела» сфер влияния банков предложение депозитов часто считается случайной величиной, а используемые модели характеризуются как вероятностные. В случае совершенной конкуренции процентная ставка по депозитам рассматривается как аргумент функции предложения средств, а банк – как покупатель денежных вкладов, который приобретает их по объявленной цене, причем вариация ставки считается эффективным инструментом осуществления накоплений населением. В этой ситуации важным

является выбор вида зависимости объемов привлекаемых средств от уровня ставки процента. Для современного этапа становления банковской системы в Украине достаточно характерной является агрессивная стратегия банков на рынке депозитов, что подтверждается значительной дифференциацией ставки процента, рассматриваемой как основное орудие конкурентной борьбы за клиента. Существенная часть банков в ходе этой конкурентной борьбы оказалась неплатежеспособной, так как выбор ими высоких ставок процента по депозитам не был подкреплен убедительными доводами. При обосновании подобной агрессивной стратегии необходимо решать довольно сложную задачу сопоставления двух эффектов, возникающих из-за изменения депозитных ставок процента  $r^П$ :

- 1) влияние  $r^П$  на объем привлекаемых средств  $G(r^П)$ ;
- 2) изменения производственной функции  $F(G)$ , или доходов банка, в зависимости от этого объема.

Соответствующие графики, приведенные на рисунке 2.1, свидетельствует о неоднозначности возможных решений. Так, с ростом депозитной ставки дальнейшего ожидаемого увеличения объема привлекаемых средств может не произойти (ввиду полного «освоения» имеющейся экономической ниши), а в ряде случаев наблюдается даже его снижение (утрата доверия вкладчиков при излишне высоких депозитных ставках процента). В то же время в соответствии с общими положениями теории фирмы производственная функция банка является монотонно возрастающей, выпуклой вверх функцией. Таким образом, следует ожидать наступления такого момента, при котором повышенные издержки банка, связанные с привлечением депозитов, не будут окупаться получаемыми доходами. Это обуславливает необходимость определения границ проведения агрессивной депозитно-аккумуляционной стратегии, что является предметом исследования экономико-математической задачи.

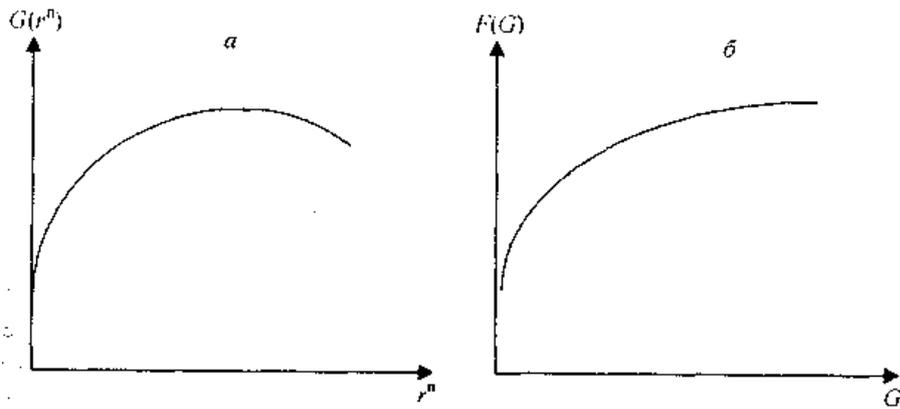


Рисунок 2.1 – Зависимость объема депозитов  $G(r^П)$  от ставки процента  $r^П$  (а) и производственная функция  $F(G)$ , отражающая эффект использования депозитов (б)

Математическая нелинейная модель определения оптимального уровня депозитной ставки процента  $r^П$  при известной нелинейной функции  $G(r^П)$  и при выполнении необходимого соотношения между привлекаемыми средствами и собственным капиталом может быть записана следующим образом:

$$\begin{cases} G(r^П) \leq \mu \cdot SK \\ r^П \geq 0 \\ \max \{F[G(r^П), r^a] - G(r^П) \cdot r^П\}. \end{cases}$$

Здесь  $F[G(r^П), r^a]$  – производственная функция, определяющая суммарный доход в зависимости от объема привлеченного ресурса  $G(r^П)$  и кредитной ставки процента (параметр  $r^a$ );  $\mu$  – коэффициент допустимого объема привлеченных средств по отношению к собственному капиталу  $SK$ ;  $G(r^П) \cdot r^П$  – процентные издержки, или произведение объема привлеченных средств на оптимальную депозитную ставку  $r^П$ ; при этом целевая функция максимизирует процентный доход банка.

Следует заметить, что другим вариантом проведения совокупности агрессивных стратегий на рынке депозитов является расширение экономического пространства путем создания сети филиалов. Однако и в этом случае повышаются банковские издержки, поэтому подобные решения также должны обосновываться с помощью экономико-математических моделей.

#### 4. Полные модели банковской деятельности: модель К. Сили

Если частные модели позволяют проанализировать отдельные аспекты деятельности банковской фирмы (сконцентрировать внимание либо на выборе структуры активов, либо на управлении обязательствами), то в полных моделях используется комплексный подход. Рассмотрим модель Сили как частный случай полных моделей банковской деятельности.

Структура модели Сили и ее основные гипотезы состоят в следующем:

- депозитные предложения  $Dep$  рассматриваются как функция ставки по депозитам  $r^D$  и элемента случайности  $\xi^D$ . Таким образом, неопределенность включена в модель вводом случайных депозитных предложений:

$$Dep = f(\xi^D, r^D);$$

- основное балансовое ограничение определяется равенством ссуд  $L$  депозитных предложений  $Dep$ ; при этом в балансе участвует составная переменная  $Z$ , характеризующая ликвидные средства и принимающая значения  $Z > 0$  или  $Z < 0$  в соответствии с разностью между объемами заимствования и кредитования на рынке краткосрочных капиталов:

$$L = Dep + Z,$$

где

$$Z = \begin{cases} Z^+ & \text{при } L > Dep, \\ Z^- & \text{при } L \leq Dep; \end{cases}$$

- доходы банковской фирмы  $D$  определяются как сумма доходов от ссуд  $D_1$  и ссуд "ликвидности"  $D_2 = Z^+$  (если  $Z > 0$ ), при этом доходы от ссуд определяются как произведение ставки процента по ним  $r^a$  на размер ссуды  $L$ , а  $r^a$  считается функцией элемента случайности  $\xi^a$ :

$$D = D_1 + D_2$$

$$D_1 = r^a \cdot L,$$

$$D_2 = Z^+,$$

$$r^a = \varphi(\xi^a);$$

- процентные издержки  $C$  состоят из издержек по выплате процентов по depo-

зита  $C_1$  и обеспечению "ликвидности":

$$C_2 = Z^- \text{ (при } Z \leq 0\text{):}$$

$$C = C_1 + C_2,$$

$$C_1 = r^a \cdot Dep,$$

$$C_2 = Z^+;$$

- накладные расходы  $O$  включают два компонента, представляющие издержки по обслуживанию депозитов и ссуд:

$$O = \eta^a \cdot Dep + \eta^b \cdot L;$$

- итоговое уравнение банковской прибыли  $Pr$  (за вычетом налогов) имеет вид:

$$Pr = D - C - O,$$

или

$$Pr = D_1 + D_2 - C_1 - C_2 - O,$$

$$Pr = r^a \cdot L + Z^+ - (r^a \cdot Dep + Z^- + \eta^a \cdot Dep + \eta^b \cdot L).$$

С помощью модели Сили находится множество сбалансированных решений  $r^a, L, Z^+$  и  $Z^-$ , удовлетворяющих итоговому уравнению банковской прибыли. Таким образом, определяются портфель кредитов  $L$ , депозитная ставка  $r^a$  и ликвидная позиция банка. Модель Сили содержит также функцию риска, которая является возрастающей при увеличении объема ссуд  $L$ . Интервал изменения депозитных ставок  $r^a$  при поведении, минимизирующем риск, шире, чем тот же интервал при поведении, нейтральном к риску.