УДК 622.002 : 622.83

АППРОКСИМАЦИЯ ПОЛНОЙ ДИАГРАММЫ ДЛИТЕЛЬНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Носач А.К., Бачурин Л.Л., Ляшок Я.А.

Предложена нелинейная зависимость для аппроксимации кривой полного деформирования горных пород, применимая при численных расчетах напряженно-деформированного состояния массива в упругопластической постановке с разупрочнением.

Запропонована нелінійна залежність для апроксимації кривої повного деформування гірських порід, яку можна застосовувати при чисельних розрахунках напружено-деформованого стану масиву в пружно-пластичній постановці із зменшенням міцності.

The nonlinear relationship for an approximation of a complete stress-strain curve of rocks under uniaxial compression, which it is possible to use for numeral computations in the elastoplastic constitutive model for rocks with strain-softening behavior.

При аналитических расчетах напряженно-деформированного состояния массива горных пород в упругопластической постановке с учетом разупрочнения используются различные варианты кусочно-линейной аппроксимации [1, 2], чаще всего – в виде трехзвенной ломаной, имеющей участки остаточной прочности (1), запредельного состояния (2) и упругой деформации (3) (рис. 1). Такой метод является вполне оправданным, поскольку нелинейные аналитические выражения, описывающие кривую «напряжение-деформация», при попытке их использования приводят к непреодолимым математическим трудностям.

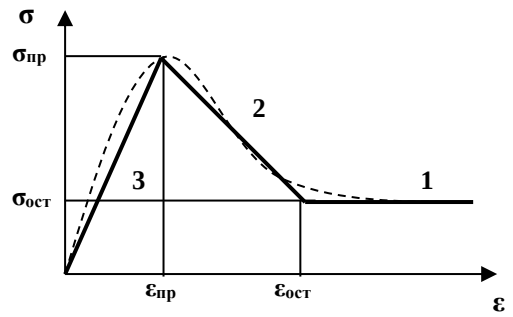

Рис. 1 – Кусочно-линейная аппроксимация полной диаграммы деформирования

В численных расчетах, в том числе с использованием метода конечных элементов, при реализации деформационной модели среды с разупрочнением также используется кусочно-линейная аппроксимация, учитывающая дополнительно зависимость предельной ($\sigma_{пр}$) и остаточной ($\sigma_{ост}$) прочности от величины минимального главного напряжения σ_3 [3].

Очевидно, кусочно-линейная аппроксимация не вполне адекватна нелинейному характеру деформирования горных пород, поэтому можно предположить, что в некоторых численных задачах, предусматривающих учет запредельного деформирования горных пород, возможны искажения. Поскольку современные вычислительные средства практически снимают ограничения, связанные со сложностью используемых аналитических выражений, была предпринята попытка использования в численных расчетах нелинейного аналитического выражения, описывающего кривую полного деформирования.

Ранее уже предлагались варианты нелинейной аппроксимации кривых полного деформирования, имеющие ту или иную степень приближения к опытным данным, например, приведенная в работе [4] дробно-рациональная функция. Однако практически все из них имеют недостаток, выражающийся в необходимости определения различных коэффициентов либо путем определения дополнительных характеристик горных пород (помимо выше перечисленных), либо путем регрессионного анализа опытных данных. Поэтому нами форма выражения была выбрана с учетом следующего требования: кривая должна определяться минимальным количеством ключевых параметров, среди которых – модуль упругости E, предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_{пр}$ и остаточная прочность $\sigma_{ост}$.

Таким образом, функция, описывающая полную диаграмму деформирования горной породы, имеет следующий вид:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{E\cdot A}{\varepsilon_{пр}^{\,n-1}}\cdot\varepsilon^{n} - \sigma_{ост}\right)\cdot\left\{1-\tanh\left[m\cdot\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{пр}} - A\right)\right]\right\} + \sigma_{ост}$$

где $A = 1{,}3\cdot\left(1-\dfrac{\sigma_{ост}}{\sigma_{пр}}\right)^{0{,}1}$;

n - параметр, определяющий кривизну участка упругого деформирования (при n>1 кривая выпуклая, при n<1 – вогнутая; наибольшее приближение к прямой на участке упругого деформирования достигается при n = 1,1); m – параметр, определяющий крутизну спада участка запредельного деформирования (m = 2 при часто используемом в расчетах соотношении $\varepsilon_{ост}/\varepsilon_{пр} \approx 3$).

При равенстве предельной и остаточной прочности кривая, описываемая уравнением (1), соответствует модели с идеальной пластичностью.

Комплекс графиков, характеризующих среду с разупрочнением, приведенный в [3], с использованием предлагаемой зависимости для определения напряжений σ_1 при деформациях, попадающих в зону II (пластические деформации) изображен на рис. 2 (расшифровка соответствует приведенной в [3]).

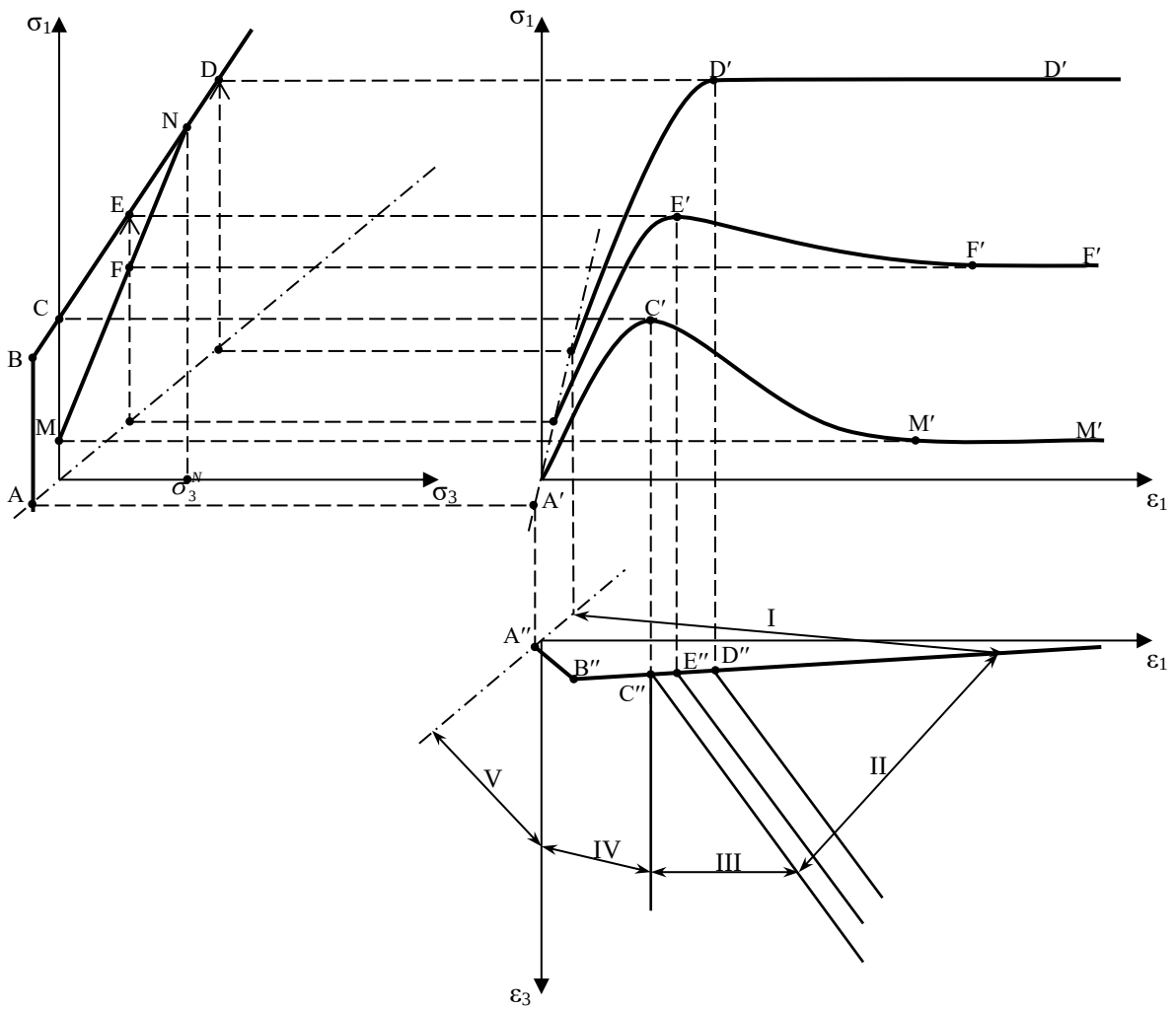

Рис. 2 – Комплекс графиков, характеризующих свойства разупрочняющейся среды

Использование нелинейной аппроксимации при прочих равных условиях приводит к ускорению сходимости итерационного процесса. Например, в задаче о распределении напряжений и деформаций вокруг круглой выработки, приведенной в работе [3], сходимость ускоряется на 22% по сравнению с моделью с кусочно-линейной аппроксимацией (использовались изопараметрические элементы). При этом несколько изменяются и сглаживаются контуры пластических зон (рис. 3).

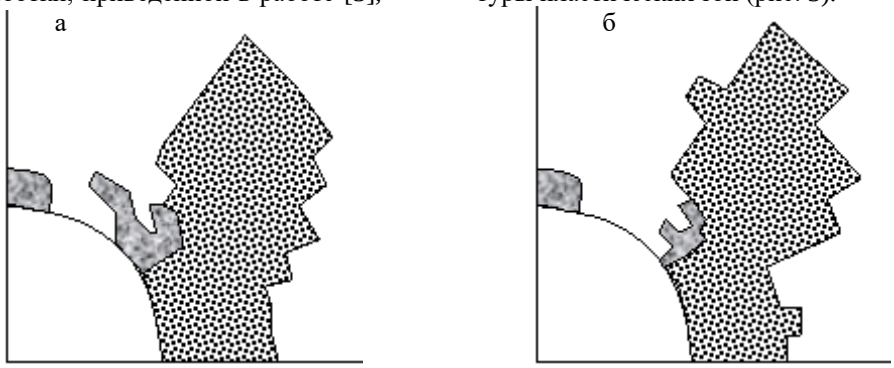

Рис. 3 – Зоны разрушения (меньшие по площади) и пластических деформаций, полученные с использованием нелинейной (а) и линейной аппроксимации (б)

Библиографический список

1. Баклашов И. В. Деформирование и разрушение породных массивов. – М.: Недра, 1988. – 271 с.
2. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. – М.: Недра, 1992. – 224 с.
3. Фадеев А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
4. Кирничанский Г.Т. Элементы теории деформирования и разрушения горных пород. АН УССР. ИГТМ. – Киев: Наук. думка, 1989. – 184 с.

© Носач А.К., Бачурин Л.Л., Ляшок Я.А.