

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

по дисциплине «ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ»

для студентов с направлением подготовки 6.050301 – Горное дело

**РАССМОТРЕНО**

на заседании кафедры «Охрана труда  
и аэрология»

Протокол № от 2013 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

на заседании учебно-издательского  
совета ДонНТУ

Протокол № от 2013 г.

Донецк - 2013



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

**Математическая статистика** — раздел математики, изучающий математические методы систематизации, обработки и использования статистических данных для научных и практических выводов.

**Статистическими данными** называют сведения об объектах, системах и явлениях, полностью или частично характеризующие объект исследования. Например, данные о прочностных признаках большого числа образцов одной и той же горной породы, определенных во многих участках массива; о себестоимости добычи одной тонны полезного ископаемого; о содержании золы и серы в отобранных пробах угля и т.д.

Под **объектом исследования** понимают условно изолированное целое, содержащее совокупность процессов и средств их реализации. К средствам реализации относятся устройства контроля и управления, а также связи между ними и объектом.

Полностью изолированных объектов в природе не существует. А для всестороннего исследования, в соответствии с диалектикой, необходим учет всех связей. Однако чтобы не запутаться в бесконечных связях, исследователь должен уметь выделить главное, абстрагироваться от второстепенного и, таким образом, представить объект исследования как условно изолированное целое.

В инженерном эксперименте часто для объекта исследования используется модель "черного ящика", которую представляют в виде прямоугольника с выходными и входными стрелками (рис. 1).



Рисунок 1 - Кибернетическая модель "черный ящик"

Входные стрелки соответствуют входным величинам ( $x$ ), а выходные - выходным величинам ( $y$ ). Последние характеризуют состояние объекта исследования. Первыми обозначается всё, что оказывает влияние на выходные величины. Предполагается, что внутренняя структура объекта и сущность связей между входными и выходными величинами исследователю неизвестны, о них он судит по тому, какие значения принимают выходные величины при данных значениях входных.

В теории эксперимента входные величины обычно называют **факторами**, а выходные — параметрами, откликами, реакциями и целевыми функциями.

Правильный выбор параметров и факторов в значительной степени предопределяет успех исследования. Строго формализованной методики их выбора нет. Здесь многое зависит от опыта экспериментатора, знаний теории эксперимента.

Эксперимент ставят либо с целью аппроксимации, установления (проверки) связей для данного объекта между параметрами и факторами, либо с целью оптимизации, выбора наилучшего, по каким-либо соображениям, состояния. В последнем случае выходная величина называется **параметром** или критерием оптимизации.

В качестве параметров принимаются экономические величины (себестоимость, производительность труда и т.д.) или технические (коэффициент полезного действия, расход энергии и т.д.).

К параметру предъявляются следующие основные требования.

- Параметр должен быть количественным и оцениваться числом, для качественных параметров используются ранговые и условные показатели оценки.
- Параметр должен допускать проведение эксперимента при любом сочетании факторов.
- Недопустимо, чтобы при каком-либо сочетании произошел взрыв, поломка и т.д.
- Данному сочетанию факторов с точностью до погрешности должно соответствовать одно значение параметра.
- Параметр должен быть универсальным, т.е. характеризовать объект всесторонне.

Желательно, чтобы параметр имел простой экономический или физический смысл, просто и легко вычислялся.

Рекомендуется, чтобы параметр был единственным. Исследовать объект, построить математические зависимости можно для каждого параметра, оптимизация же может выполняться только по одному. Если параметров несколько, то рассматриваются компромиссные задачи. Выбирается основной, с точки зрения исследователя, параметр, а остальные используются для наложения соответствующих ограничений на объект.

Фактором является любая величина, влияющая на параметр и способная изменяться независимо от других.

Факторы можно разделить на следующие три группы:

1. контролируемые и управляемые, которые можно измерять и устанавливать на соответствующем уровне по желанию экспериментатора (подача насоса, напряжение сети и т.д.).
2. контролируемые, но неуправляемые величины (температура окружающей среды, солнечная радиация и т.д.).
3. неконтролируемые и неуправляемые входные параметры (воздействия, связанные со старением материала деталей объекта).

К факторам предъявляются следующие требования.

- Факторы должны быть операционально определенными величинами (например, если в качестве фактора выбрано давление, то необходимо установить, в какой точке оно будет измеряться и с помощью какого прибора).

- Совместимость факторов означает, что при всех сочетаниях их уровней, эксперимент можно поставить и он будет безопасным.
- Управляемость означает, что экспериментатор может устанавливать значение уровня фактора по своему усмотрению.
- Точность установления факторов должна быть существенно выше точности определения параметра (по крайней мере, на порядок).
- Однозначность означает непосредственность воздействия фактора на объект исследования.

Факторы, как и параметры, должны быть количественными.

Объект исследования характеризуется рядом свойств. Важнейшие из которых — сложность, полнота априорной информации, управляемость и воспроизводимость.

**Сложность объекта** — число состояний, которые в соответствии с целью исследования и принятой техникой эксперимента, можно различать.

Под **априорной информацией** понимается, известная до начала исследования информация, которая содержится в монографиях, научных статьях, отчетах, описаниях открытий и изобретений, каталогах, справочниках и т.д. Если об объекте известно все (априорная информация предельно высокая), то исследования не нужны.

**Управляемость** — свойство, позволяющее изменять состояние объекта по усмотрению исследователя. Управляемые объекты характерны тем, что исследователь может изменять все входные величины. В частично управляемых можно менять только их часть. На управляемых и частично управляемых объектах можно ставить эксперимент, за неуправляемыми — можно только наблюдать.

**Воспроизводимость** — свойство объекта переходить в одно и то же состояние, если сочетание факторов находится на одном и том же уровне. Чем выше воспроизводимость, тем проще выполнять эксперимент и тем достовернее его результаты.

## ПОНЯТИЕ О РЕГРЕССИОННОМ И КОРРЕЛЯЦИОННОМ АНАЛИЗЕ

Методом корреляции изучается в математической статистике взаимосвязь явлений. Термин «корреляция» происходит от английского слова *correlation* — соотношение, соответствие. К изучению связи методом корреляции обращаются в том случае, если нельзя изолировать влияние посторонних факторов (либо потому, что они неизвестны, либо из-за невозможности их изоляции). Поэтому корреляция применяется для того, чтобы при сложном взаимодействии посторонних влияний выяснить, какова была бы зависимость между результатом и рассматриваемыми факторами, если бы посторонние факторы не изменялись и своим изменением не искажали бы основную зависимость. При этом число наблюдений должно быть достаточно велико, так как малое число наблюдений не позволяет обнаружить закономерность связи.

Первая задача корреляции заключается в выявлении на основе значительного числа наблюдений того, как меняется в среднем результативный признак в связи с изменением одного или нескольких факторов. Вторая задача состоит в определении степени влияния искажающих факторов.

Первая задача решается установлением уравнения регрессии и носит название регрессионного анализа, вторая — определением различных показателей тесноты связи и называется, собственно, корреляционным анализом.

**Регрессионный анализ** дает возможность установить, как в среднем изменяется результативный признак под влиянием одного или нескольких факторов.

**Корреляционный анализ** количественно оценивает связь между двумя или несколькими взаимодействующими явлениями. Его применение позволяет определить наличие и силу связи между явлениями.

При изучении влияния одних признаков на другие выделяются факторные и результативные признаки. Предварительно устанавливается, какие из признаков факторные, какие — результативные. Установление видов признаков ведется логическим путем.

Например, производительность труда проходчиков зависит, кроме других факторов, от стажа их работы. Производительность труда выступает здесь как результативный признак, а стаж работы — как факторный. В математике результативный признак называется еще признаком-функцией, факторный — признаком-аргументом.

Связи между величинами называются **функциональными**, если каждому значению величины факторного признака соответствует только одно значение результативного признака. Функциональные связи обычно выражаются формулами.

Связи, устанавливаемые при большом числе наблюдений и проявляющиеся в том, что изменение среднего значения одного признака приводит в целом к изменению среднего значения другого признака, называются **статистическими**.

Функция, отображающая статистическую связь между признаками, называется **уравнением регрессии**. Если такое уравнение связывает лишь два признака — это уравнение парной регрессии, если оно отображает зависимость результативного признака от двух или более факторных признаков — это уравнение множественной регрессии.

При отыскании функции, связывающей результативный признак с одним фактором, помогает графическое изображение статистической связи. Имея числовые характеристики обоих признаков, можно каждую пару чисел графически представить в виде точки на плоскости, образуемой системой прямоугольных координат, в которой по оси абсцисс откладывается факторный признак, а по оси ординат — результативный. Соединив полученные точки прямыми, получим ломаную линию, которая называется ломаной линией регрессии и является графическим изображением связи между двумя признаками. *Например, зависимость плотности угля от его зольности.*

Ломаная линия регрессии дает исследователю указания, какую функцию для отображения связи надо принять. Уравнение парной регрессии интерпретируется как прямая и кривая, уравнение множественной регрессии — как гиперповерхность.

При установлении эмпирической зависимости, решают следующие задачи:

1. сбор исходной информации;
2. установление однородности данных;
3. установление достаточности числа данных;
4. установление вида зависимости;
5. определение коэффициента эмпирической зависимости (уравнения регрессии);
6. установление ошибки уравнения регрессии.

Необходимое количество статистических данных  $n$  для установления достоверной регрессионной зависимости определяется из выражения

$$n = \frac{\sigma_y^2 t^2}{\Delta y^2}, \quad (1)$$

где  $\sigma_y^2$  — дисперсия значений результативного признака для генеральной совокупности; обычно в практических расчетах при определении  $n$  значение дисперсии факторного признака  $\sigma_y^2$  определяют при ограниченном числе наблюдений  $n' < n$  по формуле

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n'}, \quad (2)$$

где  $y_i$  — значение результативного признака в наблюдении,

$\bar{y}$  — математическое ожидание значений результативного признака, определяемое из выражения

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n'}, \quad (3)$$

$t$  — стандартизованная случайная величина (параметр функции Лапласа), определяемая от доверительной вероятности:  $t=1,96$  при доверительной вероятности 0,95;

$\Delta y$  — величина ошибки в определении величины результативного признака по уравнению регрессии, которая может быть допущена из-за недостаточного числа статистических данных. Обычно в расчетах принимают  $\Delta y = (0,05 \dots 0,1) \bar{y}$ , т.е. в пределах 5-10 % от среднего значения, при ограниченном числе наблюдений ( $n'=6-8$ ).

Проверку данных на однородность осуществляют в двух случаях: при наличии явно выделяющихся результатов в одной и той же совокупности исходных данных и

при объединении двух и более совокупностей в одну для получения более достоверной зависимости на базе большого количества наблюдений.

Согласно теореме Ляпунова принято считать, что с вероятностью 0,997 все данные принадлежат одной совокупности (т.е. однородны), если выполняется условие

$$\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y} \leq 3,$$

где  $y_i$  – подозрительное значение результата.

Значение результата, для которого это условие не выполняется, необходимо изъять из общей совокупности, так как его изменение вызвано влиянием других факторов. Изложенный принцип проверки на однородность будет тем точнее, чем больше имеется исходных данных.

**Задача 1.** На шахте собраны данные о себестоимости добычи 1 т угля в лавах с суточной нагрузкой А. Значения этих показателей (для нулевого варианта) равны  $C=2,25; 3,15; 4,08; 2,72; 3,68$  у.е./т и соответственно  $A=540; 420; 290; 480; 350$  т/сут. Предполагается установить зависимость С от А. Необходимо определить, какое должно быть количество наблюдений, чтобы определяемая по установленной зависимости себестоимость добычи 1 т угля отличалась не более чем на 5 % от себестоимости, определяемой по зависимости, установленной при очень большом числе наблюдений (стремящемся к бесконечности).

**Внимание!** Для получения исходных данных для своего номера варианта (X) необходимо: к данным о суточной нагрузке (А), взятым для нулевого варианта, прибавить X, а к данным о себестоимости добычи 1 т угля (С) прибавить  $0,01X$ . Так, например, если студент значится по списку под номером 30 ( $X=30$ ), то исходные данные для него примут вид:  $A=570; 450; 320; 510; 380$  т/сут;  $C=2,55; 3,45; 4,38; 3,02; 3,98$  у.е./т.

**Задача 2.** На шахте собраны сведения о стоимости перекрепления 1 м штрека в зависимости от мощности пласта. Значение этих показателей (для нулевого варианта) составило:  $P=198, 36, 40, 42, 45, 56, 57, 58, 60, 64, 68, 70, 72, 84, 87, 93, 96$  у.е./м и соответственно  $m=0,50; 0,51; 0,54; 0,52; 0,56; 0,62; 0,64; 0,69; 0,68; 0,74; 0,78; 0,76; 0,79; 0,85; 0,86; 0,92; 0,98$  м. Как видно, в приведенной совокупности данных, первый результат явно выделяется из остальных. Необходимо проверить, можно ли использовать значение этого результата для дальнейших статистических расчетов.

**Внимание!** Для получения исходных данных для своего номера варианта (X) необходимо: к данным о стоимости (Р), взятым для нулевого варианта, прибавить X, а к данным о мощности пласта (m) прибавить  $0,01X$ .



## ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

В основу планирования положен многофакторный эксперимент, в котором при переходе от опыта к опыту одновременно изменяются все входные величины. В традиционном однофакторном эксперименте совокупность опытов делится на серии. В данной серии изменяется одна входная величина, а остальные поддерживаются постоянными. Такая методика приемлема для относительно простых объектов. Когда же параметр зависит от четырех-шести и более факторов, использование однофакторных экспериментов затруднено. Планирование эксперимента позволяет уменьшить число опытов и повысить точность коэффициентов уравнения регрессии, получаемого при обработке результатов.

Различают планы отсеивающего и основного эксперимента. Цель отсеивающего состоит в выявлении значимых факторов. Цель основного – в установлении искомых зависимостей для объекта исследования.

Все планы можно разделить на планы оптимизации и аппроксимации. При оптимизации (экстремальный эксперимент) ищутся наилучшие условия функционирования объекта. При аппроксимации устанавливается аналитическая зависимость между параметрами и факторами.

В зависимости от того, коэффициенты какого полинома находятся при эксперименте, различают планы первого и высших порядков. Хорошо разработаны планы первого и второго порядков. В первом случае ищутся коэффициенты линейного уравнения

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i,$$

где  $y$  – параметр;  $b_0$  – свободный член;  $k$  – число факторов;  $i$  – порядковый номер;  $b_i$  – коэффициент при соответствующем факторе;  $x_i$  – фактор.

В планах второго порядка определяются коэффициенты полинома второй степени.

Обычно до основного эксперимента, по тем или иным соображениям, можно выделить диапазон, в котором исследователя интересует зависимость параметра от данного фактора. В этом случае наибольшее значение фактора в диапазоне принимается за верхний уровень, а наименьшее – за нижний.

Интервалом варьирования называется значение фактора в натуральных единицах, прибавление которого к нулевому – дает верхний, а вычитание – нижний уровень. Обозначим данный фактор  $x_i$ , его нижний уровень –  $x_{iH}$ , верхний –  $x_{iB}$  и нулевой –  $x_{i0}$ . Тогда интервал варьирования

$$\Delta x_i = x_{i0} - x_{iH} = x_{iB} - x_{i0}.$$

В теории планирования эксперимента широко используются кодированные значения фактора. Таким образом, кодированное значение любого фактора на нижнем уровне  $x_{iH} = -1$ , а на верхнем уровне  $x_{iB} = +1$ .

План эксперимента можно изобразить в виде матрицы планирования для двух и более факторов. Если факторов два, то перебор всех возможных сочетаний на двух уровнях не представляет труда. Увеличение числа факторов значительно усложняет

задачу. Существует несколько приемов построения матрицы. Один из наиболее распространенных – прием чередования знаков.

Таблица 1 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	Факторы				
	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	+1	-1	-1	-1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1	-1
4	+1	+1	+1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	-1
6	+1	+1	-1	+1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	-1
9	+1	-1	-1	-1	+1
10	+1	+1	-1	-1	+1
11	+1	-1	+1	-1	+1
12	+1	+1	+1	-1	+1
13	+1	-1	-1	+1	+1
14	+1	+1	-1	+1	+1
15	+1	-1	+1	+1	+1
16	+1	+1	+1	+1	+1

Прием состоит в том, что элементарное сочетание первого фактора (-1; +1) повторяется для каждого следующего на нижнем и верхнем уровнях. При этом в первом столбце, соответствующем  $x_0$ , знаки не изменяются.  $x_0$  – фиктивный фактор, введенный для удобства определения свободного члена уравнения регрессии. Во втором столбце знаки изменяются через один; в третьем – через два, в четвертом – через четыре и т.д.

**Пример.** Составить план эксперимента по установлению зависимости производительности гидроотбойки при нарезных работах, от определяющих факторов в условиях данного пласта, при постоянном подводимом к участку давлении воды.

Параметром в данном случае является производительность гидроотбойки. Она зависит от характеристик пласта (мощность, угол падения, крепость, вязкость, трещиноватость угля и др.), ширины заходки и свойств струи в контакте с массивом. Для данного пласта его характеристики являются заданными величинами и поэтому в условиях примера не могут быть факторами. При нарезных работах ширина заходки также заданная величина.

Свойства струи зависят от давления перед насадком, его диаметра и расстояния до груди забоя. Если задано давление подводимой к участку воды, то давление перед насадком функционально связано с диаметром последнего. Поэтому одновременно диаметр насадка и давление перед ним не могут быть факторами. Таким образом, факторами являются диаметр насадка и расстояние до забоя.

Примем в качестве первого фактора диаметр насадка. Обозначим его  $x_1$ . Вторым фактором  $x_2$  будет расстояние до груди забоя. Предварительными экспериментами установлена целесообразность проведения исследований при диаметрах насадка  $x_1=16...22$  мм и расстояниях  $x_2=1...9$  м. С учетом этого все

возможные комбинации при варьировании факторов на двух уровнях в рассматриваемом примере определяются четырьмя опытами. Матрица планирования эксперимента будет выглядеть следующим образом.

Таблица 2 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта в матрице	Порядок реализации опыта	$x_0$	Диаметр насадка		Расстояние		Производительность гидромонитора, т/ч	
			код	мм	код	м	по опытам	средняя
1	4	+1	-1	16	-1	1	9	11
	12						10	
	2						14	
2	3	+1	+1	22	-1	1	25	24
	7						20	
	8						27	
3	9	+1	-1	16	+1	9	5	5
	1						4	
	11						6	
4	5	+1	+1	22	+1	9	13	10
	6						8	
	10						9	

Определим коэффициенты линейного уравнения регрессии:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2,$$

где  $\hat{y}$  - расчетное значение параметра.

Коэффициенты уравнения регрессии с учетом параллельных опытов определяются по формуле

$$b_i = \sum_{u=1}^n \bar{y}_u x_{iu} / n,$$

где  $n$  – число опытов;  $u$  – номер опыта;  $\bar{y}_u$  – математическое ожидание параметра в  $u$ -ом опыте;  $x$  – значение определяющего фактора.

Тогда

$$b_0 = (11 + 24 + 5 + 10) / 4 = 12,5 \text{ т/ч},$$

$$b_1 = (-11 + 24 - 5 + 10) / 4 = 4,5 \text{ т/ч},$$

$$b_2 = (-11 - 24 + 5 + 10) / 4 = -5 \text{ т/ч}.$$

Воспроизводимость опытов оценивается в следующем порядке.

Рассчитывается построчная дисперсия по выражению

$$S_n^2 = \frac{\sum_{u=1}^m (y_{nu} - \bar{y}_n)^2}{m - 1},$$

где  $m$  – число параллельных опытов,

$y_{nu}$  – значение выходного параметра в опыте  $u$  данной  $n$  строки.

Получаем:

$$S_1^2 = \frac{(9 - 11)^2 + (10 - 11)^2 + (14 - 11)^2}{3 - 1} = 7 \text{ т/ч}^2,$$

$$S_2^2 = \frac{(25-24)^2 + (20-24)^2 + (27-24)^2}{3-1} = 13 \text{ т/ч}^2,$$

$$S_3^2 = \frac{(5-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2}{3-1} = 1 \text{ т/ч}^2,$$

$$S_4^2 = \frac{(13-10)^2 + (8-10)^2 + (9-10)^2}{3-1} = 7 \text{ т/ч}^2.$$

Проверим однородность дисперсий, используя критерий Кохрена (G-критерий) по формуле

$$G = S_{\max}^2 / \sum_{i=1}^n S_i^2.$$

Поскольку  $S_{\max}^2 = S_2^2$ , получаем:  $G=13/(7+13+1+7)=0,464$ .

Для уровня значимости  $\alpha=0,05$  при числе степеней свободы для дисперсий  $f_1=2$  ( $f=m-1$ ) и числе дисперсий  $n=4$  табличное значение G-критерия  $G_T=0,9057$ . Поскольку  $G < G_T$   $0,464 < 0,9057$ , то дисперсии однородны. Дисперсия воспроизводимости определяется по выражению

$$S_B^2 = S_{CB}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2 f_{li}}{\sum_{i=1}^n f_{li}} = \frac{7 \cdot 2 + 13 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 7 \cdot 2}{2 + 2 + 2 + 2} = 7 \text{ т/ч}^2.$$

Значимость коэффициентов уравнения регрессии проверяется в таком порядке. Определяют дисперсию коэффициентов по следующему выражению:

$$S_{B_i}^2 = S_B^2 / n = 7/4 = 1,75 \text{ т/ч}^2.$$

Для значимости коэффициентов должно выполняться условие

$$|b_i| > t_{\alpha} S_{B_i},$$

где  $t_{\alpha}$  – критерий, принимаемый из таблиц для соответствующего уровня значимости  $\alpha=0,05$  и числа степеней свободы  $f=n \cdot (m-1)=4 \cdot (3-1)=8$  и составляющий 2,306.

$$|b_i| > (2,306 \cdot \sqrt{1,75} = 3,05).$$

Поскольку выполняются условия:

$$|b_0| = 12,5 > 3,05,$$

$$|b_1| = 4,5 > 3,05,$$

$$|b_2| = 5 > 3,05,$$

то все коэффициенты значимы. Значит, уравнение регрессии будет иметь вид

$$\hat{y} = 12,5 + 4,5x_1 - 5x_2.$$

Получив по данному уравнению расчетные производительности для всех 4 случаев, уравнение регрессии проверяется на адекватность.

$$S_{ад}^2 = \frac{(11-13)^2 + (24-22)^2 + (5-3)^2 + (10-12)^2}{4-3} = 16 \text{ т/ч}^2.$$

Расчетное значение F-критерия (критерия Фишера)  $F_p = S_{ад}^2 / S_B^2 = 16/7 = 2,286$ . Критическое значение для уровня значимости 0,05:  $F_{\alpha} = 5,32$ . А так как  $2,286 < 5,32$ , то можно считать, что уравнение адекватно эксперименту.

## ЛИНЕЙНАЯ И ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ

### Линейная парная регрессия.

При изучении зависимости результативного признака лишь от одного факторного, уравнение регрессии можно записать в виде уравнения прямой

$$\bar{y} = a_0 + a_1 x,$$

где  $x$  – факторный признак;  $\bar{y}$  – результативный признак;  $a_0$ ,  $a_1$  – параметры уравнения.

Для определения параметров  $a_0$  и  $a_1$  необходимо решить систему из двух уравнений первой степени, которая называется системой нормальных уравнений и имеет вид:

$$\begin{cases} \sum y_i = n \cdot a_0 + a_1 \sum x_i \\ \sum y_i x_i = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 \end{cases}$$

Намного проще определить вид уравнения регрессии, значение параметров и достоверность аппроксимации, на компьютере при помощи приложения Excel, входящего в пакет Microsoft Office. Для этого в 1-й столбец или строку листа Excel следует ввести значение факторного признака, а во 2-й – результативного. Затем «мышью» выбирается весь диапазон данных, включающий оба столбца (строки). В меню **Вставка** следует выбрать пункт **Диаграмма** (или нажать соответствующую пиктограмму на панели инструментов, которая располагается ниже строки **Меню**). Будет запущен **Мастер диаграмм**. На вкладке **Стандартные** следует выбрать **Точечный** тип диаграммы и 1-й или 2-й вид (совокупность точек или плавная кривая). После нажатия кнопки **Далее** на вкладке **Диапазон данных** проверяем правильность выбора рядов (в строках или столбцах). На вкладке **Ряд** убеждаемся, что принят к рассмотрению только 1 ряд. После нажатия кнопки **Далее** устанавливаем параметры диаграммы такие как Заголовки, Оси, Линии сетки, Легенда и Подписи данных. После нажатия кнопки **Далее** выбираем на каком листе будет построена диаграмма (на отдельном или имеющемся).

Если при работе с **Мастером диаграмм** было что-то пропущено (например, не показаны линии сетки по оси  $x$ ), то это всегда можно добавить, щелкнув правой кнопкой «мыши» в область диаграммы и выбрав соответствующий пункт контекстного меню.

После этого, щелкнув правой кнопкой «мыши» по представленному на диаграмме ряду, выбираем пункт **Добавить линию тренда**. В появившемся окне на вкладке **Тип** выбрать тип **Линейная**, а на вкладке **Параметры** поставить пометки **Показывать уравнение на диаграмме** и **Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации**. После нажатия кнопки **ОК** к диаграмме будет добавлена линия тренда, рядом с которой будет представлено ее уравнение и достоверность аппроксимации. Щелкнув правой кнопкой «мыши» по линии тренда и выбрав пункт **Формат линии тренда**, можно изменить все относящиеся к ней параметры (от типа до цвета).

### Параболическая парная регрессия.

Прямая парная регрессия, при которой результативный признак изменяется медленнее (быстрее), чем факторный, отображается уравнением параболы 2-го порядка

$$\bar{y} = a_0 + a_1x + a_2x^2.$$

Для определения параметров  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  необходимо решить следующую систему из трех нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 \\ \sum yx = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 \\ \sum yx^2 = a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 \end{cases}$$

При использовании приложения Excel при добавлении линии тренда, в появившемся окне на вкладке **Тип** следует выбрать тип **Полиномиальная**, а в окне **Степень** следует установить **2**.

В данном случае достоверности аппроксимации оказалась выше (рис. 1).

Таким образом, Excel намного облегчает построение аппроксимирующих кривых и нахождение уравнения регрессии для однофакторных экспериментов.

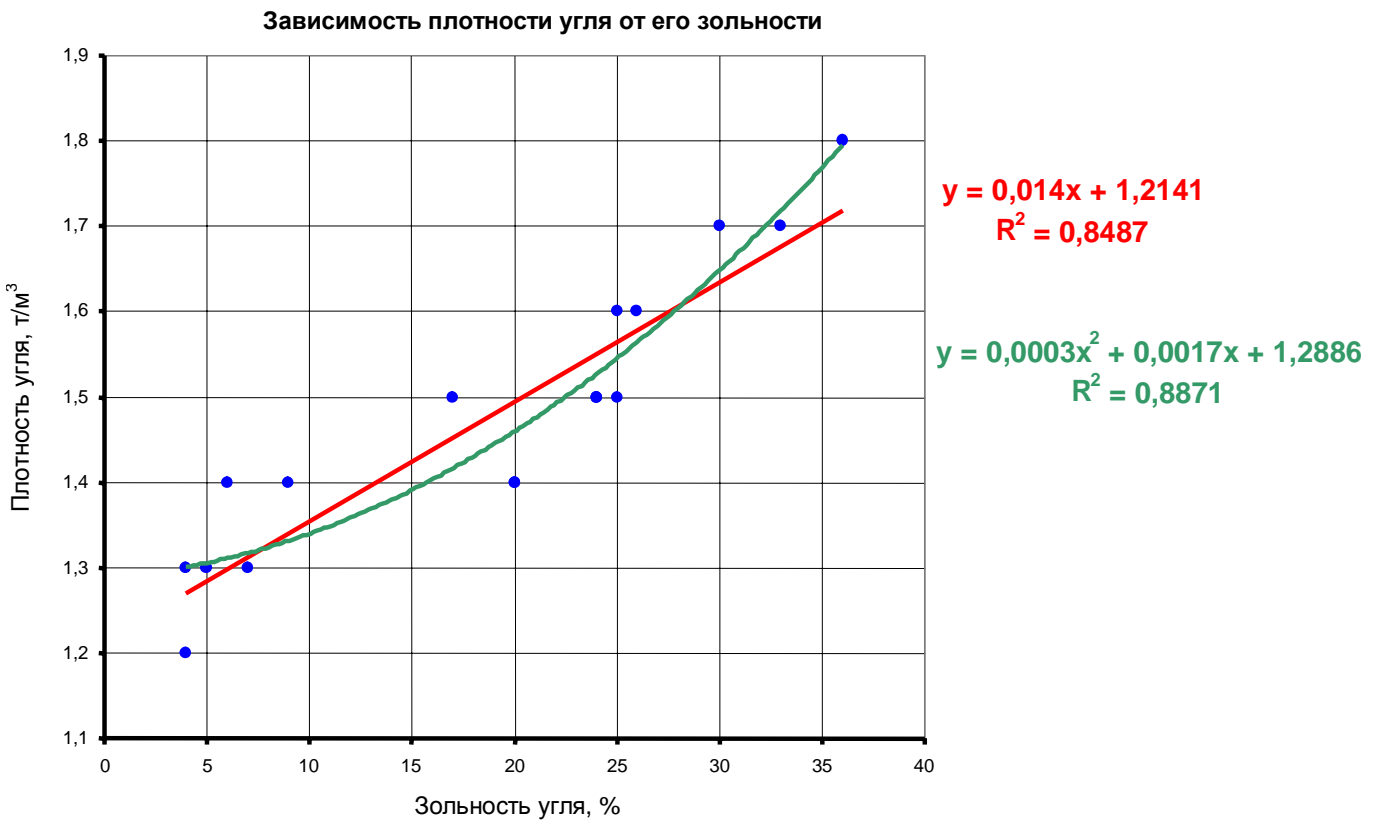


Рисунок 1 – Вид регрессионной зависимости, построенной с помощью Excel

**Задача 3.** В таблице 3 приведены (для нулевого варианта) значения плотности угля и его зольности, отобранных из различных участков пласта. Вид ломаной регрессии показывает, что связь линейная. Необходимо:

- определить значение параметров и построить уравнение регрессии, отображающее зависимость  $y$  от  $x$  (не используя Мастер диаграмм Excel). Привести результаты всех расчетов;
- определить вид уравнения регрессии при помощи приложения Excel. Привести результат в виде диаграммы;

- определить вид уравнения регрессии при помощи приложения Excel, если считать, что зависимость – квадратичная. Привести результат в виде диаграммы.

Таблица 3 – Исходные данные

Зольность угля $x_i$ , %	Плотность угля $y_i$ , т/м <sup>3</sup>
4	1,2
4	1,3
5	1,3
7	1,3
6	1,4
9	1,4
20	1,4
20	1,4
17	1,5
24	1,5
24	1,5
24	1,5
25	1,5
25	1,6
26	1,6
30	1,7
33	1,7
36	1,8

**Внимание!** Для получения исходных данных для своего номера варианта ( $X$ ) необходимо: к данным о зольности угля, взятым для нулевого варианта, прибавить  $0,1X$ , а к данным о плотности угля прибавить  $0,01X$  (результат округлять до сотых).

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ИЗОБРЕТАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ (АРИЗ)

**АРИЗ** — пошаговая программа (последовательность действий) по выявлению и разрешению противоречий, то есть решению изобретательских задач (около 85 шагов).

Теория решения изобретательских задач (ТРИЗ) разработана советским писателем и изобретателем Г.С. Альтшуллером. Работа по созданию ТРИЗ началась в 1946 г. С позиций ТРИЗ все инженерные задачи можно разделить на два типа:

1. Задачи, решаемые прямым применением законов развития технических систем, или правил, вытекающих из этих законов.
2. Задачи, решение которых пока не поддается полной формализации.

Условно можно считать, что задачи делятся на типовые, стандартные и нестандартные, причем деление это зависит от современного состояния ТРИЗ. Задачи, являющиеся сегодня нестандартными, завтра — после выявления еще неизвестных закономерностей — станут задачами стандартными. Для решения типовых задач применяются так называемые стандартные процедуры. Под стандартными понимают комплексные приемы преодоления физических противоречий, включающие несколько простых приемов (эвристический прием, физические эффекты и явления, вопольные преобразования). В основу системы стандартов, используемых в ТРИЗ, положена общая схема развития технических систем.

Система стандартов постоянно совершенствуется. В настоящее время она содержит около 70 стандартов, отражающих основные этапы развития систем (синтез простых систем, их преобразования, переход к сложным системам и т.д.). Стандарты дают возможность уверенно решать примерно 15-20 % всего объема встречающихся задач. Для решения остальных, нетиповых, задач предназначен основной рабочий инструмент ТРИЗ — алгоритм решения изобретательских задач (АРИЗ).

**АРИЗ** — это комплексная программа, основанная на использовании объективных законов развития технических систем и обобщении наиболее сильных элементов творческого опыта, позволяющая проанализировать исходную задачу, построить ее модель, выявить противоречие, мешающее решению обычными (известными) путями, и найти наиболее эффективный прием разрешения этого противоречия (*основан на учении о противоречиях*).

Не представляя собой некой твердой, раз и навсегда установленной, эвристической программы, эта методика постоянно дополняется, частично видоизменяется, совершенствуется, однако при этом постоянными остаются основные принципы ее построения.

Каждая модификация АРИЗ включает три главные составляющие:

1. Основой АРИЗ является программа последовательных операций по выявлению и устранению противоречий. Она позволяет шаг за шагом переходить от расплывчатой исходной ситуации к четко поставленной задаче, затем к модели задачи и анализу противоречий. В этой программе, в самой ее структуре и правилах по выполнению отдельных операций, отражены объективные законы развития технических систем.



2. Поскольку программу реализует человек, необходимы средства управления психологическими факторами: нужно гасить психологическую инерцию и стимулировать работу воображения. Обычно источниками психологической инерции являются техническая терминология и пространственно-временные представления объекта. Поэтому при постановке задачи в АРИЗ рекомендуют убрать специальные термины, в которых сформулирована задача.

3. АРИЗ должен быть снабжен обширным и в то же время компактным информационным фондом. Основные составляющие этого фонда: эвристические приемы, физические эффекты и явления, стандарты.

При решении сложных задач физические эффекты применяются в сочетании с приемами. Вся «хитрость» именно в их сочетании. Наиболее сильные сочетания должны постоянно пополнять фонд стандартов.

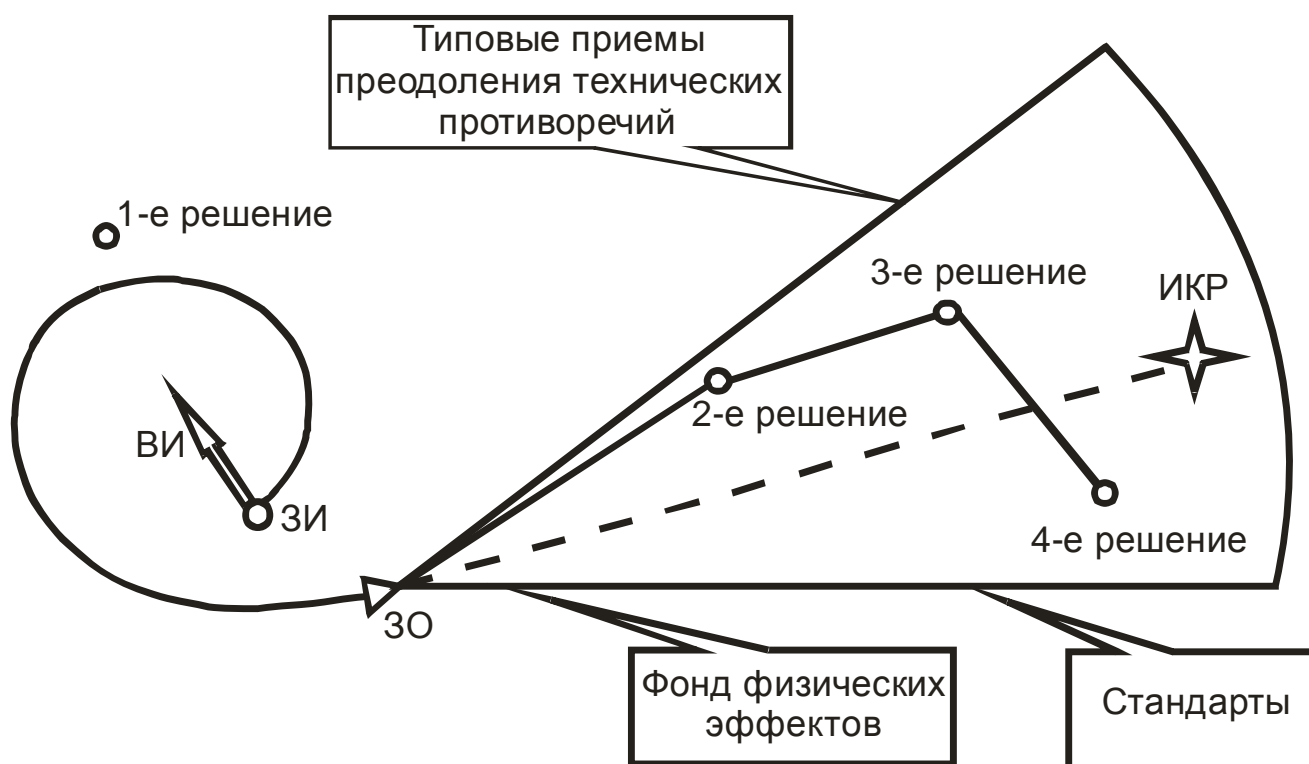


Рисунок 2 – Принципиальная схема работы АРИЗ

Формулируют исходную задачу (ЗИ) в общем виде. Обрабатывают и уточняют ее, учитывая действие вектора психологической инерции (ВИ) и технические решения в данной и других областях. Получают обработанную задачу (ЗО).

Излагают условия задачи, состоящие из перечисления элементов технической системы и нежелательного эффекта, производимого одним из элементов. Формулируют по определенной схеме идеальный конечный результат (ИКР), который является ориентиром (маяком), в направлении которого идет процесс решения задачи и находятся наиболее эффективные варианты решения. При этом психологически очень важно заранее не загадывать, возможно ли достичь идеального результата и каким путем. В сравнении ИКР с реальным техническим объектом выявляется техническое противоречие, а затем его причина — физическое противоречие. *(Увеличение прочности конструкции может быть связано с*

*недопустимым увеличением веса, увеличение производительности — с недопустимым ухудшением качества, улучшение точности — с недопустимым увеличением расходов и т.д.)*

Смысл АРИЗ состоит в том, чтобы путем сравнения идеального и реального выявить техническое противоречие или его причину (физическое противоречие), и разрешить их, используя законы развития технических систем, верный анализ и информационный фонд.

### **Эвристические приемы.** *(составляющие информационного фонда)*

Эвристический прием — это краткое указание (правило, предписание, принцип) того, какие преобразования в данной технической системе можно осуществить для получения нового технического решения.

Наиболее полным считается фонд приемов обобщенного эвристического алгоритма, созданного в Марийском политехническом институте. Этот фонд содержит 420 эвристических приемов, разделенных на 15 групп.

Анализ более 40 тыс. изобретений показал, что, несмотря на бесчисленное множество изобретательских задач, содержащиеся в них технические противоречия часто повторяются. А если есть типичные противоречия, то должны существовать и типичные приемы их устранения. Статистическая обработка изобретений вскрыла сорок наиболее эффективных приемов (принципов) устранения технических противоречий. *Им даны краткие и образные названия, хорошо отражающие их сущность и легко запоминающиеся.*

Изобретения высоких уровней получаются в результате использования не одного, а двух, трех и более приемов одновременно или в определенной последовательности. *Например, принцип порошковой металлургии заключается в том, что материал дробят в порошок, а затем спекают в единое целое, т.е. используют принцип дробления, а затем принцип объединения.*

**Прием 1. Принцип дробления.** а) Разделить объект на независимые части. б) Выполнить объект разборным. в) Увеличить степень дробления объекта.

**Прием 2. Принцип вынесения.** Отделить от объекта "мешающую" часть ("мешающее" свойство) или, наоборот, выделить единственно нужную часть (нужное свойство).

**Прием 3. Принцип местного качества.** а) Перейти от однородной структуры объекта (или внешней среды, внешнего воздействия) к неоднородной. б) Разные части объекта должны иметь (выполнять) различные функции. в) Каждая часть объекта должна находиться в условиях, наиболее благоприятных для ее работы.

**Прием 4. Принцип ассиметрии.** а) Перейти от симметричной формы объекта к ассиметричной. б) Если объект ассиметричен, увеличить степень ассиметрии.

**Прием 5. Принцип объединения.** а) Соединить однородные или предназначенные для смежных операций объекты. б) Объединить во времени однородные или смежные операции.

**Прием 6. Принцип универсальности.** Объект выполняет несколько разных функций, благодаря чему отпадает необходимость в других объектах.

**Прием 7. Принцип "матрешки".** а) Один объект размещен внутри другого объекта, который, в свою очередь, находится внутри третьего и т. д.; б) Один объект проходит сквозь полость в другом объекте.

**Прием 8. Принцип антивеса.** а) Компенсировать вес объекта соединением с другими объектами, обладающими подъемной силой. б) Компенсировать вес объекта взаимодействием со средой (за счет аэро-, гидродинамических и других сил).

**Прием 9. Принцип предварительного противодействия.** а) Заранее придать объекту напряжения, противоположные недопустимым или нежелательным рабочим напряжениям. б) Если по условиям задачи необходимо совершить какое-то действие, надо заранее совершить противодействие.)

**Прием 10. Принцип предварительного действия.** а) Заранее выполнить требуемое изменение объекта (полностью или хотя бы частично). б) Заранее расставить объекты так, чтобы они могли вступить в действие с наиболее удобного места и без затрат времени на доставку.

**Прием 11. Принцип "заранее подложенной подушки".** Компенсировать относительно невысокую надежность объекта заранее подготовленными аварийными средствами.

**Прием 12. Принцип эквипотенциальности.** Изменить условия работы так, чтобы не приходилось поднимать или опускать объект.

**Прием 13. Принцип "наоборот".** а) Вместо действия, диктуемого условиями задачи, осуществить обратное действие (например, не охлаждать объект, а нагревать). б) Сделать движущуюся часть объекта (или внешней среды) неподвижной, а неподвижную – движущейся. в) Перевернуть объект "вверх ногами".

**Прием 14. Принцип сфероидальности.** а) Перейти от прямолинейных частей объекта к криволинейным, от плоских поверхностей к сферическим, от частей, выполненных в виде куба или параллелепипеда, к шаровым конструкциям. б) Использовать ролики, шарики, спирали. в) Перейти к вращательному движению, использовать центробежную силу.

**Прием 15. Принцип динамичности.** а) Характеристики объекта (или внешней среды) должны меняться так, чтобы быть оптимальными на каждом этапе работы. б) Разделить объект на части, способные перемещаться относительно друг друга. в) Если объект в целом неподвижен, сделать его подвижным, перемещающимся.

**Прием 16. Принцип частичного или избыточного решения.** Если трудно получить 100% требуемого эффекта, надо получить "чуть меньше" или "чуть больше". Задача при этом может существенно упроститься.

**Прием 17. Принцип перехода в другое измерение.** а) Трудности, связанные с движением (или размещением) объекта по линии, устраняются, если объект приобретает возможность перемещаться в двух измерениях (то есть на плоскости). Соответственно, задачи, связанные с движением (или размещением) объектов в одной плоскости, устраняются при переходе к пространству трех измерений. б) Многоэтажная компоновка объектов вместо одноэтажной. в) Наклонить объект или положить его "набок". г) Использовать обратную сторону данной поверхности. д) Использовать оптические потоки, падающие на соседнюю площадь или на обратную сторону имеющейся площади.

**Прием 18. Использование механических колебаний.** а) Привести объект в колебательное движение. б) Если такое движение уже совершается, увеличить его частоту (вплоть до ультразвуковой). в) Использовать резонансную частоту. г) Применить вместо механических вибраторов пьезовибраторы. д) Использовать ультразвуковые колебания в сочетании с электромагнитными полями.

**Прием 19. Принцип периодического действия.** а) Перейти от непрерывного действия к периодическому (импульсному). б) Если действие уже осуществляется периодически - изменить периодичность. в) Использовать паузы между импульсами для другого действия.

**Прием 20. Принцип непрерывности полезного действия.** а) Вести работу непрерывно (все части объекта должны все время работать с полной нагрузкой). б) Устранить холостые и промежуточные ходы.

**Прием 21. Принцип проскока.** Вести процесс или отдельные его этапы (например, вредные или опасные) на большой скорости.

**Прием 22. Принцип "обратить вред в пользу".** а) Использовать вредные факторы (в частности, вредное воздействие среды) для получения положительного эффекта. б) Устранить вредный фактор за счет сложения с другим вредным фактором. в) Усилить вредный фактор до такой степени, чтобы он перестал быть вредным.

**Прием 23. Принцип обратной связи.** а) Ввести обратную связь. б) Если обратная связь есть – изменить ее.

**Прием 24. Принцип "посредника".** а) Использовать промежуточный объект, переносящий или передающий действие. б) Временно присоединить к объекту другой (легко удаляемый) объект.

**Прием 25. Принцип самообслуживания.** а) Объект должен сам себя обслуживать, выполняя вспомогательные и ремонтные операции. б) Использовать отходы (энергии, вещества).

**Прием 26. Принцип копирования.** а) Вместо недоступного, сложного, дорогостоящего, неудобного или хрупкого объекта использовать его упрощенные и дешевые копии. б) Заменить объект или систему объектов их оптическими копиями (изображениями). Использовать при этом изменение масштаба (увеличить или уменьшить копии). в) Если используются видимые оптические копии, перейти к копиям инфракрасным или ультрафиолетовым.

**Прием 27. Дешевая недолговечность взамен дорогой долговечности.** Заменить дорогой объект набором дешевых объектов, поступившись при этом некоторыми качествами (например, долговечностью).

**Прием 28. Замена механической схемы.** а) Заменить механическую систему оптической, акустической или "запаховой". б) Использовать электрические, магнитные и электромагнитные поля для взаимодействия с объектом. в) Перейти от неподвижных полей к движущимся, от фиксированных – к меняющимся по времени, от неструктурных – к имеющим определенную структуру. г) Использовать поля в сочетании с ферромагнитными частицами.

**Прием 29. Использование пневмо- и гидроконструкций.** Вместо твердых частей объекта использовать газообразные и жидкие: надувные и гидронаполняемые, воздушную подушку, гидростатические и гидрореактивные.

**Прием 30. Использование гибких оболочек и тонких пленок.** а) Вместо обычных конструкций использовать гибкие оболочки и тонкие пленки. б) Изолировать объект от внешней среды с помощью гибких оболочек и тонких пленок.

**Прием 31. Применение пористых материалов.** а) Выполнить объект пористым или использовать дополнительные пористые элементы (вставки, покрытия и т. п.). б) Если объект уже выполнен пористым, предварительно заполнить поры каким-то веществом.

**Прием 32. Принцип изменения окраски.** а) Изменить окраску объекта или внешней среды. б) Изменить степень прозрачности объекта или внешней среды. в) Для наблюдения за плохо видимыми объектами или процессами использовать красящие добавки. г) Если такие добавки уже применяются, использовать меченые атомы.

**Прием 33. Принцип однородности.** Объекты, взаимодействующие с данным объектом, должны быть сделаны из того же материала (или близкого ему по свойствам).

**Прием 34. Принцип отброса и регенерации частей.** а) Выполнившая свое назначение или ставшая ненужной часть объекта должна быть отброшена (растворена, испарена и т.д.) или видоизменена непосредственно в ходе работы. б) Расходуемые части объекта должны быть восстановлены непосредственно в ходе работы.

**Прием 35. Изменение физико-химических параметров объекта.** а) Изменить агрегатное состояние объекта. б) Изменить концентрацию или консистенцию. в) Изменить степень гибкости. г) Изменить температуру.

**Прием 36. Применение фазовых переходов.** Использовать явления, возникающие при фазовых переходах, например изменение объема, выделение или поглощение тепла и т. д.

**Прием 37. Применение термического расширения.** а) Использовать термическое расширение (или сжатие) материалов. б) Если термическое расширение уже используется, применить несколько материалов с разными коэффициентами термического расширения.

**Прием 38. Применение сильных окислителей.** а) Заменить обычный воздух обогащенным. б) Заменить обогащенный воздух кислородом. в) Воздействовать на воздух или кислород ионизирующими излучениями. г) Использовать озонированный кислород. д) Заменить озонированный (или ионизированный) кислород озоном.

**Прием 39. Применение инертной среды.** а) Заменить обычную среду инертной. б) Вести процесс в вакууме.

**Прием 40. Применение композиционных материалов.** Перейти от однородных материалов к композиционным.

**Задача 4.** Проблема: снег, падающий зимой на автостоянку, затрудняет передвижение автомобилей и пешеходов. Задание: не допускать падения снега на поверхность дороги или тротуара. Предложить примеры использования каждого (из сорока) приема устранения технических противоречий для решения поставленной задачи. Предлагая некоторые решения, не следует уделять внимание

сложности их реализации. Каждое предложение должно иметь пояснения (можно добавлять схематические рисунки). Если прием имеет несколько способов реализации (например, а и б), то следует использовать только один из них.



