

УДК 622.7:538.4.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

Смирнов В.А. канд. тех. наук., доц.,
Донецкий национальный технический университет

В безындукционном приближении решена задача о распределении электрического поля в цилиндрическом канале устройства для выщелачивания. Канал конечной длины заполнен проводящей жидкостью. Уравнение Лапласа решено методом разделения переменных в виде бесконечных рядов по бесселевым, тригонометрическим и гиперболическим функциям.

In non-inductive approximation the task about allocation of an electric field in the cylindrical channel of the device for leaching is decided. The channel of final length is filled by a holding liquid. The equation of Laplace is decided by a method of a separation of variables by the way of infinite numbers on Bessel, trigonometric and hyperbolic functionses.

Рассматривается задача о распределении электрического поля в цилиндрическом канале конечной длины, заполненном неподвижной проводящей жидкостью (рис.1). Такой случай может быть реализован, например, при выщелачивании руд кислотами в поле электрического тока.

Стенки канала устройства неэлектропроводны, ток I вводится электродами конечных размеров, расположенными под углом $\pm \alpha$. Плотность тока в электродах однородна и постоянна.

При этих условиях составляющие электрического тока в цилиндрической системе координат будут определяться как:

$$\begin{aligned} I_r &= \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \sin \psi, \\ I_\psi &= \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \cos \psi, \\ I_z &= -\sigma \left(\frac{\partial u}{\partial z} \sin \psi + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} \cos \psi \right). \end{aligned} \quad (1)$$

При решении задачи приняты следующие допущения:
жидкость в канале неподвижна,

проводимость жидкости изотропна.

При принятых допущениях потенциал электрического поля $U(\rho, \psi, \zeta)$ в системе безразмерных координат $\rho = r/r_0$, $\psi, \zeta = z/z_0$ в области $0 \leq \rho \leq 1$, $0 \leq \psi \leq 2\pi$, $0 \leq \zeta \leq \zeta_0$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 U_{1,2} = 0 \quad (2)$$

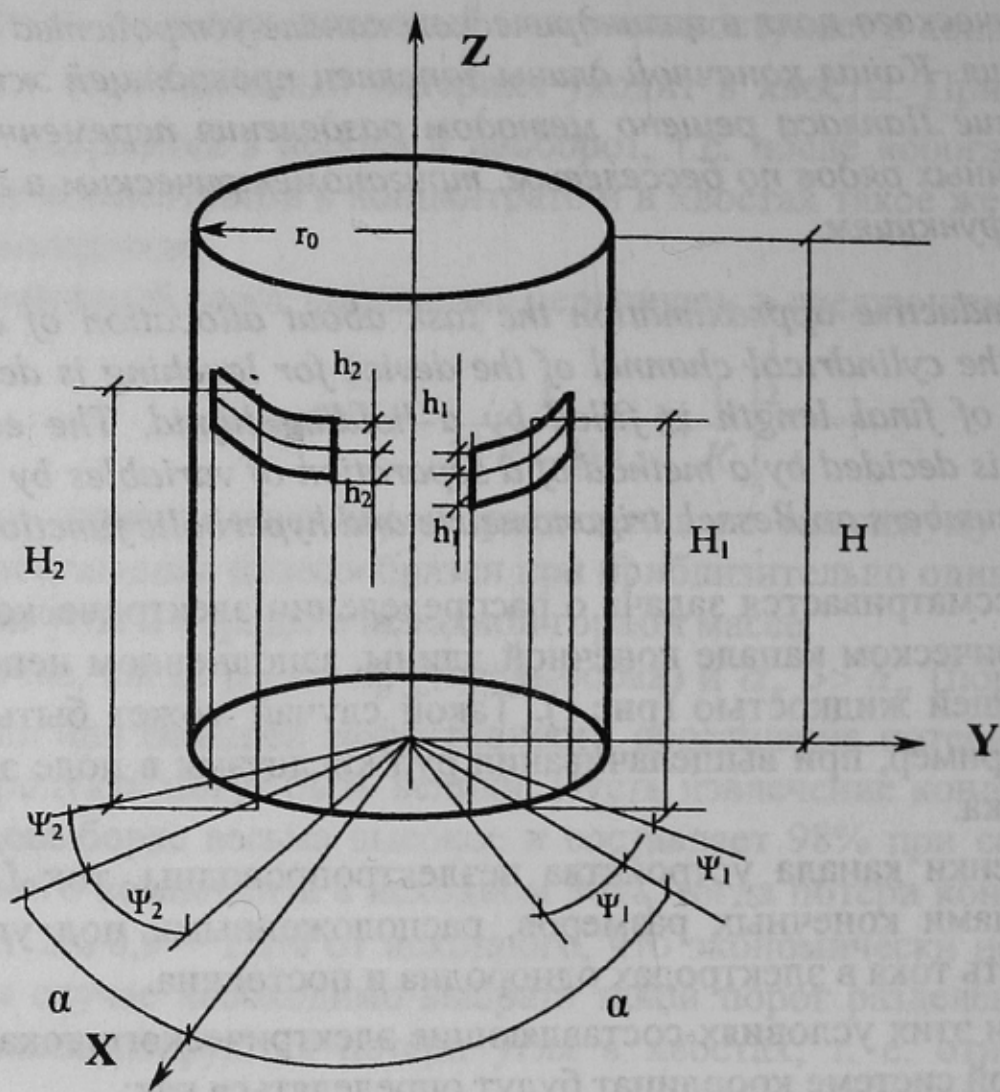


Рисунок 1 – Расчетная схема

при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \text{при } \zeta = 0 \text{ и } \zeta = \zeta_0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = \begin{cases} J_1 \text{ при } \rho = l; \alpha - \psi_1 \leq \psi \leq \alpha + \psi_1; \zeta_1 - \delta_1 \leq \zeta \leq \zeta_1 + \delta_1; & (4) \\ J_2 \text{ при } \rho = l; -\alpha - \psi_2 \leq \psi \leq -\alpha + \psi_2; \zeta_2 - \delta_2 \leq \zeta \leq \zeta_2 + \delta_2; & (5) \\ 0 \text{ вне электродов,} & (6) \end{cases}$$

где $\zeta = H/r_0$; $\delta_{1,2} = h_{1,2}/r_0$; $\zeta_{1,2} = H_{1,2}/r_0$;

$$J_1 = I (4h_1 \psi_1 r_0)^{-1} = I (4r_0^2 \psi_1 \delta_1)^{-1};$$

$$J_2 = I (4h_2 \psi_2 r_0)^{-1} = I (4r_0^2 \psi_2 \delta_2)^{-1}.$$

Решение уравнения (2) с учетом принятых граничных условий (3)-(6) имеет вид:

$$U = \frac{I}{\sigma \pi r_0} \left\{ \frac{1}{\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m}{m} \left[\left(\frac{\sin m \psi_1}{m \psi_1} + \frac{\sin m \psi_2}{m \psi_2} \right) \cdot \sin m \alpha \cdot \sin m \psi + \left(\frac{\sin m \psi_1}{m \psi_1} - \frac{\sin m \psi_2}{m \psi_2} \right) \cdot \cos m \alpha \cdot \cos m \psi \right] + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\pi\rho/\zeta_0)}{n I_0'(n\pi/\zeta_0)} \left[\cos \frac{n\pi\zeta_1}{\zeta_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_1/\zeta_0}{n\pi\delta_1/\zeta_0} - \cos \frac{n\pi\zeta_2}{\zeta_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_2/\zeta_0}{n\pi\delta_2/\zeta_0} \right] \cdot \cos \frac{n\pi\zeta}{\zeta_0} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_m(n\pi\rho/\zeta_0)}{n I_m'(n\pi/\zeta_0)} \left[\left(\frac{\sin m \psi_1}{m \psi_1} \times \frac{\sin n\pi\delta_1/\zeta_0}{n\pi\delta_1/\zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi\zeta_1}{\zeta_0} + \frac{\sin m \psi_2}{m \psi_2} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_2/\zeta_0}{n\pi\delta_2/\zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi\zeta_2}{\zeta_0} \right) \cdot \sin m \alpha \times \sin m \psi + \left(\frac{\sin m \psi_1}{m \psi_1} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_1/\zeta_0}{n\pi\delta_1/\zeta_0} \cdot \cos \frac{n\pi\zeta_1}{\zeta_0} - \frac{\sin m \psi_2}{m \psi_2} \cdot \frac{\sin n\pi\delta_2/\zeta_0}{n\pi\delta_2/\zeta_0} \times \cos \frac{n\pi\zeta_2}{\zeta_0} \right) \cdot \cos m \alpha \cdot \cos m \psi \right] \cdot \cos \frac{n\pi\zeta}{\zeta_0} \right\} \quad (7)$$

При одинаковых размерах электродов ($\delta_1 = \delta_2 = \delta = h_0/r_0$), а также при одинаковом их расположении по высоте $H_1 = H_2 = H^*$ ($\psi_1 = \psi_2 = \psi_0$; $\zeta^* = H^*/r_0$) выражение для потенциала электрического поля значительно упрощается:

$$U = \frac{2I}{\sigma\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m}{m} \cdot \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_m(n\pi\rho/\zeta_0)}{\zeta_0} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \frac{\sin n\pi\delta/\zeta_0}{n\pi\delta/\zeta_0} \cdot \cos \frac{m\pi\zeta^*}{\zeta_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi \cdot \cos \frac{n\pi\zeta}{\zeta_0} \right] \quad (8)$$

По мере увеличения размера электродов по высоте распределение потенциала электрического поля в цилиндрическом канале стремится к двумерному, т.е. независящему от высоты ζ расположения слоя проводящей жидкости в аппарате. При высоте электродов равной высоте цилиндра распределение потенциала электрического тока зависит только от площади электродов и расстояния между ними, т.е. от ρ и ψ :

$$U = \frac{2I}{\sigma\pi\epsilon_0\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m}{m} \cdot \frac{\sin m\psi_0}{m\psi_0} \cdot \sin m\alpha \cdot \sin m\psi \quad (9)$$

При малых размерах электродов по углу ψ выражение (9) можно упростить, приняв $\sin m\psi = m\psi$, и тогда при $\alpha = \pi/2$:

$$U = \frac{2I}{\sigma\pi\epsilon_0\zeta_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rho^m}{m} \cdot \sin \frac{m\pi}{2} \cdot \sin m\psi_0 \quad (10)$$

Используя выражения (7)-(10) можно рассчитать распределение потенциала электрического поля в цилиндрическом канале устройства для выщелачивания при различных вариантах ввода тока.

Список источников.

1. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. - М.: Высшая школа, 1970. - 712 с.
2. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. - М.: Энергия, 1968. - 488 с.