

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

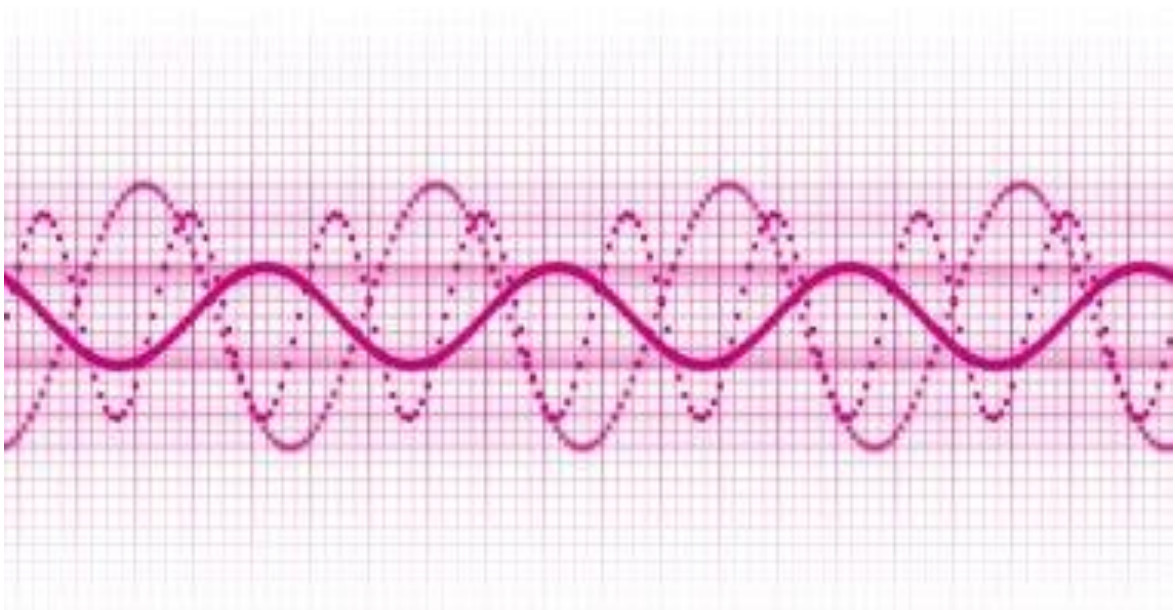
КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ

Методичні рекомендації

до виконання практичних занять з дисципліни «Фізика. Частина 2.

Коливання і хвилі» для студентів технічних спеціальностей

денної та заочної форм навчання



Луцьк, 2024

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ

***Методичні рекомендації
до виконання практичних занять з дисципліни «Фізика. Частина 2.
Коливання і хвилі» для студентів технічних спеціальностей
денної та заочної форм навчання***

Луцьк, 2024

УДК 378.147

Методичні рекомендації до виконання практичних занять з курсу загальної фізики для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання. «Фізика. Частина 2. Коливання і хвилі» / Л.Г. Сергієнко – ДВНЗ «ДонНТУ», Луцьк 2024 р. – 45 с.

Мета даних рекомендацій – надати дидактичну, методичну методологічну та організаційну допомогу студентам технічних спеціальностей всіх форм навчання для організації та реалізації аудиторної та самостійної роботи під час підготовки до практичних занять з курсу фізики, частина 2. «Коливання і хвилі».

Вказівки містять технологічні планкарти лекційних та практичних занять із указівкою літератури для самостійної роботи під час підготовки до практичних та самостійних занять.

Укладач: Сергієнко Л. Г., к.п.н., доцент кафедри ВМФ

Рецензент: Новікова Ю.В., к.ф.-м.н., доц. кафедри ВМФ

Відповідальний за випуск: Новікова Ю.В., зав. кафедрою ВМФ

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,
протокол № 11 від 02.07.2024 р.

Розглянуто на засіданні кафедри математики і фізики,
протокол № 6 від 21.06.2024 р.

Донецький національний технічний університет, 2024
© Сергієнко Л.Г.

ЗМІСТ

Вступ	6
1. Механічні коливання:	
1.1. Практичне заняття 1. Механічні коливання. Загальні відомості про коливання. Класифікація коливань. Характеристики коливань.....	8
1.2. Практичне заняття 2. Гармонічні коливання. Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях. Диференціальне рівняння гармонічних коливань.....	12
1.3. Практичне заняття 3. Енергія коливань. Гармонічні осцилятори. Математичний маятник. Пружинний маятник. Фізичний маятник.....	15
1.4. Практичне заняття 4. Додавання гармонічних коливань. Векторна діаграма. Графічне зображення гармонічних коливань. Додавання однаково напрямлених гармонічних коливань. Додавання взаємно перпендикулярних коливань.....	21
2. Згасаючі коливання:	
2.1. Практичне заняття 5. Згасаючі коливання. Характеристики згасаючих коливань. Згасаючі коливання пружинного маятника. Згасаючі коливання в коливальному контурі. Аперіодичний процес.....	24
3. Вимушені коливання:	
3.1. Практичне заняття 6. Вимушені коливання. Вимушені механічні коливання. Вимушені коливання в коливальному контурі.....	29
4. Механічні хвилі:	
4.1. Практичне заняття 7. Механічні хвилі. Характеристики хвиль. Загальні відомості про механічні хвилі. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі. Хвильове рівняння. Перенесення енергії хвилею. Вектор Умова-Пойнтинга.	

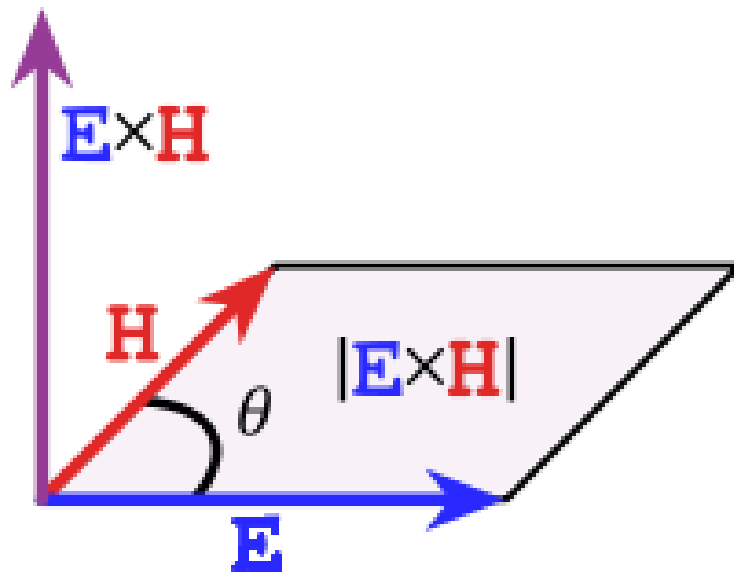
Звукові хвилі. Характеристики звуку. Ультразвук. Інфразвук. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Принцип суперпозиції хвиль. Складні хвилі. Групова швидкість. Ефект Доплера в акустиці.....33

5. Електромагнітні коливання і хвилі.

5.1. Практичне заняття 8. Електромагнітні коливання і хвилі. Рівняння Максвела. Плоска електромагнітна хвиля. Експериментальне дослідження електромагнітних хвиль. Основні властивості електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль. Радіохвилі. Електромагнітні хвилі оптичного діапазону. Рентгенівське випромінювання. Гамма випромінювання.....38

6. Завдання для самостійного рішення..... 42

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....45



ВСТУП

Вивчення курсу загальної фізики є одним з найважливіших етапом підготовки висококваліфікованого інженера, воно сприяє розвитку логічного мислення, підвищенню загального наукового рівня та виробленню навичок дослідження прикладних питань та дослідницького характеру, що повинно призвести до зростання загального, спеціального та професійного рівня підготовки фахівців до подальшої роботи на виробництві будь якого профілю.

Навколишній світ, який нас оточує, повний об'єктів, які рухаються. Тому надзвичайно важливим класом рухів є такі, в яких об'єкт здійснює фінітний (обмежений) рух поблизу деякого положення рівноваги. Зрозуміло, що під рухом ми розуміємо, як його найпростішу форму – зміну становища об'єкта у просторі, – а й будь-яку зміну в часі властивостей матерії, поширеної у просторі. З точки зору фізики, коливаннями називаються процеси, які повторюються (або приблизно повторюються) впродовж часу.

Будь-яка система, коливання якої ми вивчатимемо, може бути охарактеризована деякою фізичною та математичною величиною, відхилення якої $f(x, y, z, t)$ від рівноважного значення залежить від координат та часу.

У разі механічних систем (а саме такі системи ми далі вивчатимемо в курсі «Механіка») об'єктами, що рухаються, є точкові маси або фізичні малі елементи обсягу матеріального середовища (рідини, газу, твердого тіла тощо). Тому при описі коливань таких систем функція $f(x, y, z, t)$ може характеризувати усунення (лінійне або кутове), швидкість, прискорення, деформацію, кінетичну або потенційну енергію, тиск та інше.

При коливаннях в електричних системах величиною f , що коливається, може бути струм у ланцюгу, заряд на пластинах конденсатора коливального контуру, напруга на котушці індуктивності. У разі відкритого коливального контуру в навколишньому просторі коливаються електричне $E(x, y, z, t)$ та магнітне $B(x, y, z, t)$ поля.

Коливання можуть бути результатом короткочасного зовнішнього збудження. Тоді вони називаються вільними чи власними. Такі коливання відбуваються на частотах, обумовлених виключно конструктивними особливостями системи – власних частотах, і продовжуються протягом певного характерного часу – часу згасання, залежить від дисипації енергії у системі.

Для підтримки незагасаючих коливань до системи повинна безперервно підводитись енергія від зовнішнього джерела. В цьому випадку коливання будуть вимушеними. Залежно від способу підтримки незагасаючих коливань розрізняють вимушені коливання підлогу дією періодичної сили, автоколивання, параметричні коливання, релаксаційні коливання тощо.

Мета даних дидактичних, методологічних та методичних рекомендацій полягає в тому, щоб допомогти студентам–першокурсникам у самостійній організації та реалізації їхньої роботи з вивчення курсу загальної фізики. Рекомендації містять технологічні плани-карти лекцій та практичних занять, варіанти карток машинного та безмашинного методу контролю, які проводяться в аудиторії по окремих розділах курсу в якості поточного контролю. Докладний перелік тем кожної лекції супроводжується докладними літературними посиланнями через відсутність фундаментального підручника для студентів технічних спеціальностей різних форм навчання. Особливо виділяються ті питання, що виносяться на самостійне вивчення та опрацювання.

По всіх темах практичних занять приводяться номери задач, які варто вирішити студентам самостійно для успішного засвоєння курсу. Частина цих задач вирішується на практичних заняттях в аудиторії (приклади їхнього рішення приводяться в даних рекомендаціях), а частина - складає завдання студенту для самостійного рішення.

Практичне заняття № 1.
МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ. ГАРМОНІЧНИЙ
КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО
КОЛИВАННЯ. КЛАСИФІКАЦІЯ КОЛИВАНЬ.
ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИВАНЬ.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Механічні коливання. Гармонічний коливальний рух».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Механічні коливання. Гармонічний коливальний рух».

Теоретичне введення

Механічні коливання – це процеси (рух або зміна стану), які володіють тою або іншою ступеню повторюваності в часі. Природа коливань може бути різною (механічною або електромагнітною). Описуються ці коливання однаковими рівняннями та мають однакові характеристики. Розрізняють періодичні та неперіодичні коливання.

Коливання можна класифікувати згідно умовам їх виникнення та по характеру зміни впродовж часу кінематичних характеристик (вільні, гармонічні, вимушені тощо).

Загальні характеристики:

A – амплітуда коливань – найбільше відхилення тіла, яке коливається, від положення рівноваги;

T – період, це час через який рух тіла повністю повторюється, тобто здійснюється одне повне коливання;

ω - циклічна частота – це кількість коливань, яке відбувається за 2π секунд.

ϕ – фаза коливань – це величина, яка визначає положення коливальної системи в будь який момент часу.

V – швидкість коливальної точки – це перша похідна від зміщення точки впродовж часу:

a – прискорення – це друга похідна від зміщення впродовж часу.

Гармонічні коливання – це коливання, при яких фізичні властивості та їхній опис змінюються по закону (sin) або (cos).

Вільні коливання – це коливання, які відбуваються за рахунок першочерговій наданій енергії системі без зовнішньої взаємодії.

Вимушені коливання – це коливання, які відбуваються під дією зовнішніх періодичних сил.

Періодичні коливання – це коливання, при яких значення фізичних властивостей повторюються через рівні проміжки часу.

Енергія механічних коливань – під час коливального руху кінетична енергія коливальної системи перетворюється в потенціальну і навпаки.

Рівняння гармонічного механічного коливального руху має вигляд:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = A \sin(2\pi \nu t + \varphi_0) = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

де x - зсув точки від положення рівноваги,

A - амплітуда ,

T - період,

φ_0 - початкова фаза,

$\omega = 2\pi / T$ - циклічна (колова) частота.

Швидкість і прискорення точки, яка здійснює гармонічні коливання, визначаються співвідношеннями:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

Сила, під дією якої точка масою m робить гармонічне коливання (квазіупруга сила):

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx$$

Період коливань пружинного маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Кінетична і потенційна енергія коливальної точки мають вигляд:

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

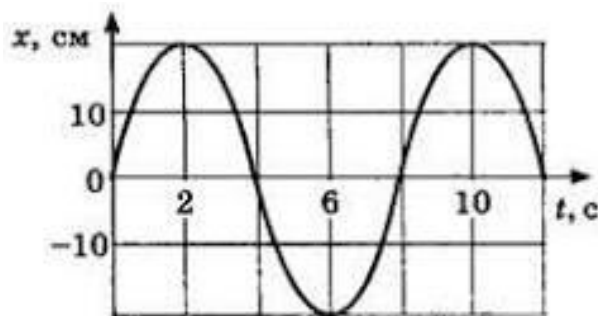
$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

Повна енергія : $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2$

Період коливань математичного маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Приклади рішення задач з теми
«МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ. ГАРМОНІЧНИЙ
КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ. Класифікація коливань. Характеристика
коливань»

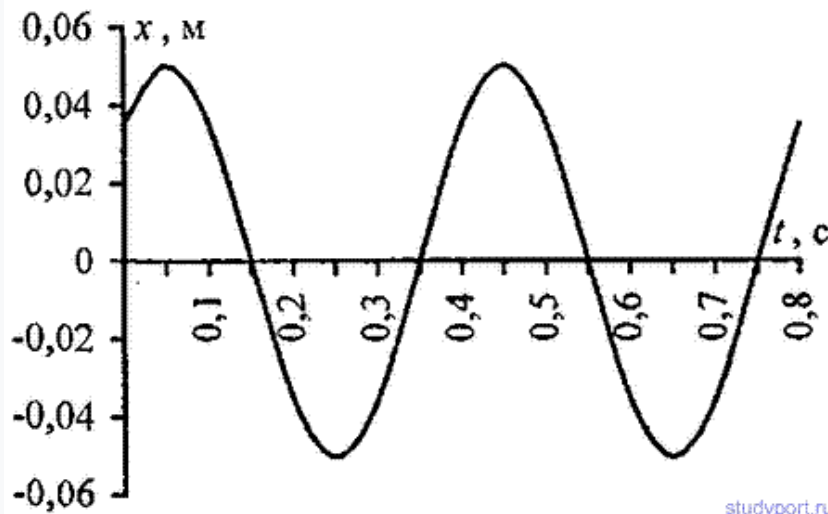
Задача №1 За графіком на малюнку визначити: а) амплітуду, період, частоту та циклічну частоту.



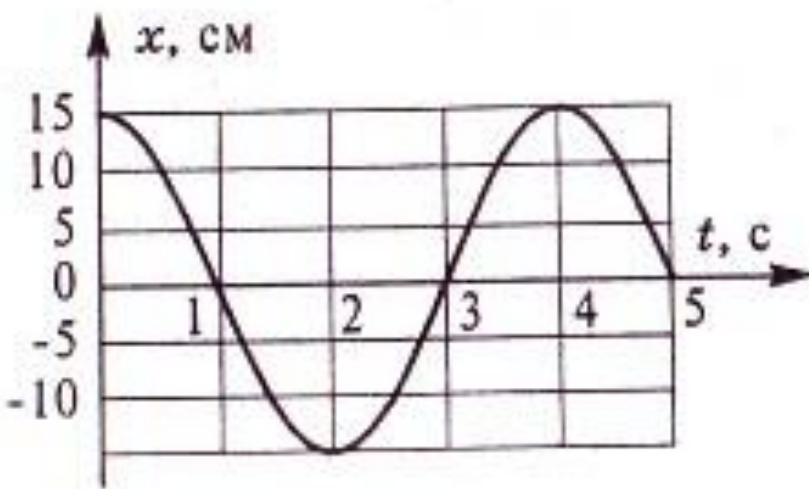
1) Амплітуда коливань з графіка становить: $20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$.

- 2) Період коливань з графіка дорівнює $T = 8 \text{ с}$.
- 3) Частота коливань дорівнює: $\nu = 1/T$; $\nu = 1/8 = 0,125 \text{ Гц}$.
- 4) Циклічна частота: $\omega = 2\pi/T$; $\omega = 6,28/8 = 0,785 \text{ рад/с}$

Задача №2. Наведені графіки гармонічних коливань на малюнках а) і б). Визначте параметри цих коливань: амплітуду коливань, період; частоту, циклічну частоту коливань та занотуйте рівняння цих коливань аналогічно з першою задачею..



studyport.ru a)



б)

[Література 1, Розділ 1, §1.1; §1.2]

Практичне заняття 2. Гармонічні коливання. Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях. Диференціальне рівняння гармонічних коливань.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Механічні гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Гармонічні коливання. Швидкість і прискорення при гармонічних коливаннях. Диференціальне рівняння гармонічних коливань».

Теоретичне введення

Рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Взявши першу похідну, отримаємо швидкість та максимальну швидкість::

$$v = \frac{dx}{dt} = A * \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v_m = A * \omega = \frac{2\pi A}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi A}{v_m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Взявши другу похідну від координати гармонічного коливання, отримаємо значення прискорення та максимального прискорення:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a_{\max} = -A\omega^2$$

Приклади рішення задач з теми
Диференціальне рівняння гармонічних коливань.

1. Через який час від початку руху точка, що робить гармонійні коливання, зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди? Період коливань $T = 24$ с, початкова фаза $\varphi_0 = 0$.

Дано:

$$\varphi_0 = 0$$

$$T = 24 \text{ с}$$

Рішення:

Рівняння гармонійного коливального руху має вигляд:

$$x = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{T} + \varphi\right). \text{ Підставляючи числове значення періоду}$$

$t = ?$

$$\text{Т і початкової фази } \varphi, \text{ одержимо } x = A \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right).$$

За умовою

$$x = A/2, \text{ отже, підставляючи значення, отримаємо: } 0,5 = \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right), \frac{\pi t}{12} = \frac{\pi}{6}$$

звідки визначаємо час: $t = 2$ с.

Задача № 2. Точка здійснює коливання за гармонійним законом. Амплітуда коливань дорівнює 5 см, а період – 4 с. Яка максимальна швидкість точки, що коливається, та її прискорення?

Дано:

$$A = 0,05 \text{ м}$$

$$T = 4 \text{ с}$$

$$V_{\max} - ?$$

$$a_{\max} - ?$$

Рішення

Рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$\mathbf{x(t)} = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0) = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_0) = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

де x - зсув коливальної точки від положення рівноваги,

A - амплітуда ,

T - період,

φ_0 - початкова фаза,

ω – циклічна частота:

$$\omega = 2\pi / T \quad - \text{колова частота.}$$

Швидкість і прискорення точки, яка здійснює гармонійні коливання, визначаються співвідношенням:

$$\mathbf{v(t)} = \frac{dV}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

$$\mathbf{a(t)} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} A \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

Сила, під дією якої точка масою m робить гармонійне коливання:

$$\mathbf{F = m*a} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx$$

Модулі швидкості та прискорення максимальні тоді, коли значення тригонометричної функції дорівнює одиниці, тобто:

- 1) Максимальна швидкість по модулю визначається як: $\mathbf{A\omega}$;
- 2) Максимальне прискорення по модулю визначається як: $\mathbf{A\omega^2}$.

[Література 1, Розділ 1, §2.1; §2.2]

Практичне заняття 3. Енергія гармонічних коливань. Гармонічні осцилятори. Математичний маятник. Пружинний маятник. Фізичний маятник.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Енергія гармонічних коливань. Гармонічні осцилятори. Поняття математичного, пружинного та фізичного маятників».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Енергія гармонічних коливань. Гармонічні осцилятори. Поняття математичного, пружинного та фізичного маятників».

Теоретичне введення

Кінетична та потенційна енергія коливальної точки мають вид:

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

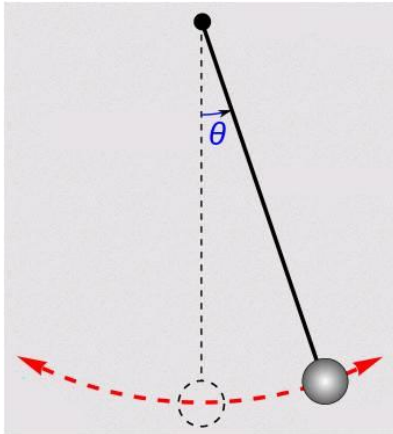
$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$

Повна енергія коливальної точки визначається: $W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2$

Типи механічних осциляторів

Прикладами квантових механічних гармонічних осциляторів (осцилятор – від латинського слова *oscillo* – коливаюсь, тобто, це система, яка здійснює коливання, показники якої періодично повторюються впродовж часу) можуть являтися:

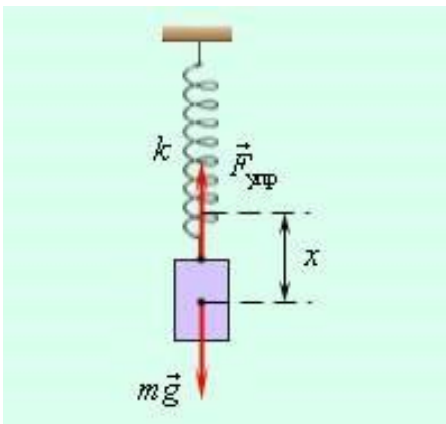
- 1) Математичний маятник (з малими кутами відхилення від положення рівноваги);



Період малих власних коливань маятника довжиною L , підвішеного у полі тяжіння, дорівнює:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

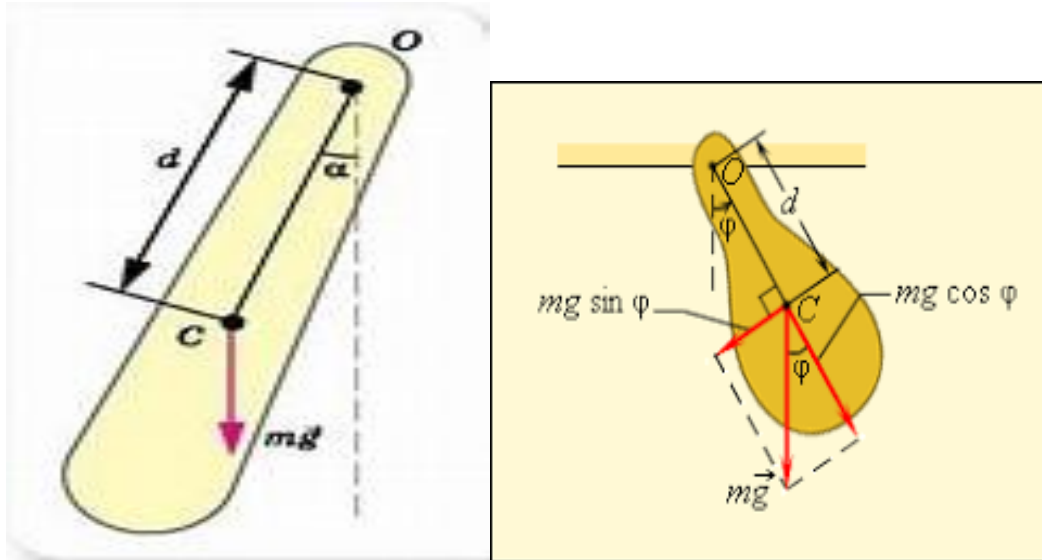
- 2) Пружинний маятник (вантаж на пружині);



Період коливань пружинного маятника:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

3) Фізичний маятник;



O — вісь підвісу; N — реакція осі підвісу; G — центр тяжіння; O' — центр гойдання; λ (L — приведена довжина маятника; θ — кут відхилення маятника від рівноваги; α — початковий кут відхилення маятника; m — маса маятника; h — відстань від точки підвісу до центра тяжіння маятника; g — прискорення вільного падіння.

Період коливань фізичного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \text{ де} \quad (1)$$

L — приведена (зведена) довжина маятника, яка визначається: $L = \frac{J}{ml}$ (2),

де J — момент інерції фізичного маятника

Таким чином:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}.$$

4) Торсіонний маятник;

5) Акустичні системи;

6) Не механічний маятник (електричний гармонічний осцилятор (див. LC-коло))

ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Тіло масою 20г, яке підвішене до пружної пружини, здійснює гармонічні коливання впродовж 0,5 хвилин. Визначте жорсткість пружини, якщо маятник за цей час зробив 90 повних коливань.

Дано:

$$m = 0,020 \text{ кг}$$

$$t = 30 \text{ с}$$

$$N = 90$$

$k - ?$

Рішення

Період коливань пружного маятника визначається:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (1)$$

де m - маса тіла;

k - жорсткість пружини.

Враховуючи, що період коливань пов'язаний з часом та кількістю коливань наступним чином:

$$T = \frac{t}{N} \quad (2)$$

де t – час, за який здійснюється N повних коливань.

Порівнявши обидва рівняння, отримаємо бажану жорсткість пружини:

$$2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{t}{N} \quad (3)$$

$$k = \frac{4\pi^2 m N^2}{t^2} \quad (4)$$

де t – время, за которое совершается N полных колебаний.

Таким чином, після розрахунків, отримаємо жорсткість пружини:

$$k = \frac{4 \cdot 9,86 \cdot 0,02 \cdot 8100}{900} = 7,0992 \text{ Н/м}$$

Задача №2. Тонкий хооп (обруч) підвішується на вбитий в стіну цвях і виконує гармонічні коливання з періодом $T = 2 \text{ с}$ в площині, яка є паралельною стіні. Визначте радіус хоопа.

Дано:

$$T = 2 \text{ с}$$

R -?

Рішення:

Тонкий хооп під дією сили ваги здійснює гармонічні коливання і є при цьому прикладом фізичного маятника. Період коливань фізичного маятника дорівнює:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (1)$$

де I – момент інерції маятника відносно осі, яка проходить крізь точку підвісу O ;

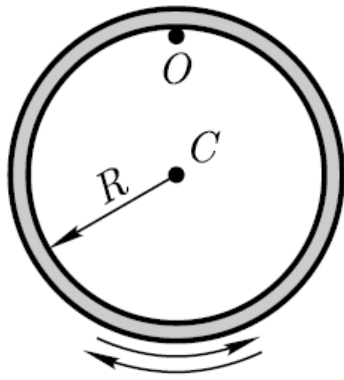
ℓ - відстань між точкою підвісу O і центром мас C маятника;

m - маса обруча;

g - прискорення вільного падіння.

Згідно теореми Штейнера, момент інерції I хоопа відносно осі, яка не проходить крізь його центр мас, визначається:

$$I = I_0 + m\ell^2,$$



де I_0 – момент інерції обруча відносно осі, яка проходить крізь центр мас обруча;

a - відстань між осями.

Враховуючи, що $I_0 = mR^2$ (тонкостінний диск); $a = R$, остання формула запишеться в вигляді:

$$I = mR^2 + mR^2 = 2mR^2. \quad (2)$$

Поставивши вираз (2) в формулу (1), враховуючи, що $\ell = R$, знайдемо шуканий радіус диска:

$$R = \frac{T^2 g}{8\pi^2}$$

Ответ: $R = 0,497\text{м}$.

Задача №3. Повна енергія тіла, що робить гармонійний коливальний рух, $W = 30$ мкДж, максимальна сила, що діє на тіло, $F = 1,5$ мН. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань $T = 2$ с і початкова фаза дорівнює: $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Дано:	СІ:
$W = 30 \text{ мкДж}$	$30 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$
$F = 1,5 \text{ мН}$	$0,0015 \text{ Н}$
$T = 2 \text{ с}$	
	$\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ рад}$

Рішення:

Повна енергія тіла, що виконує гармонійний коливальний рух:

$$W = 2\pi^2 mA^2 / T^2,$$

а максимальна сила, діюча на тіло

$$F = 4\pi^2 mA / T^2.$$

$x(t)$ -?

$$\text{Отже, } W / F_{\max} = A / 2,$$

звідси амплітуда коливань, $A = 2W / F_{\max} = 0,04 \text{ м.}$

Таким чином, рівняння руху цього тіла в загальному випадку буде матиме наступний вигляд:

$$x = 0,04 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

так як $\omega = 2\pi/T = 2 \cdot 3,14/2 = 3,14$ рад/с, початкова фаза $\varphi = \frac{\pi}{3}$, то маємо:

$$x = 0,04 \cdot \sin(\pi t + \pi/3),$$

[Література 1, Розділ 1, §3; §4.]

Практичне заняття 4. Додавання гармонічних коливань. Векторна діаграма. Графічне зображення гармонічних коливань. Додавання однаково напрямлених гармонічних коливань. Додавання взаємно перпендикулярних коливань.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Додавання гармонічних коливань».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Додавання гармонічних коливань».

Теоретичне введення

При додаванні двох однаково спрямованих гармонічних коливань однакового періоду виходить гармонічне коливання того ж періоду з амплітудою:

$$A = \sqrt{A_1^2} + \sqrt{A_2^2} + \sqrt{2A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

І з початковою фазою:
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

При додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань однакового періоду рівняння траєкторії результуючого руху має вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Рівняння загасаючого коливального руху має вид:

$$x = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

де δ - коефіцієнт загасання.

При цьому $\delta = r/2m$ і $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ величина $N = \delta T$ називається логарифмічним декрементом загасання.

Резонанс настає тоді, коли частота змущених коливань ω зв'язана з частотою власних коливань ω_0 і з коефіцієнтом загасання δ співвідношенням:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

При поширенні незатухаючих коливань зі швидкістю v уздовж деякого напрямку, який називають променем, зсув будь-якої точки, що лежить на промені і відстроїть від джерела коливань на відстані l , дається рівнянням:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}l\right)$$

ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Знайти амплітуду A та початкову фазу гармонійного коливання, отриманого від додавання однаково спрямованих коливань

заданих рівняннями: $x_1 = 0,02 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{2})$ м і $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4})$ м.

Рішення:

З рівнянь коливань $x_1 = 0,02 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{2})_m$ і $x_2 = 0,03 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4})_m$ знаходимо амплітуди коливань $A_1 = 0,02_m$ і $A_2 = 0,03_m$ та початкові фази $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$. При додаванні двох однаково спрямованих гармонійних коливань однакового періоду виходить гармонійне коливання того ж періоду з амплітудою:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 0,045^2, A = 0,045_m. \text{ Початкова фаза}$$

коливання визначається з рівняння:
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = 1,94$$

Звідки сама фаза дорівнює: $\varphi = 62,75^\circ$.

Задача №2. Матеріальна точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з рівняннями $x = 2 \sin \omega t$ та $y = 2 \cos \omega t$. Знайти траєкторію результуючого руху цієї матеріальної точки.

Рішення:

З рівнянь коливань $x = 2 \sin \omega t$ і $y = 2 \cos \omega t$, виключимо час. З основної тригонометричної тотожності маємо: $\cos \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$. Підставивши в рівняння,

$$y = 2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} \text{ ми одержимо } y^2 = 4 \cdot (1 - \frac{x^2}{4}) = 4 - x^2. \text{ Звідки після перетворення}$$

одержимо рівняння окружності радіуса $R=2_m$, що має вигляд наступного

рівняння:
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

[Література 1, Розділ 1, §5]

Практичне заняття 5. Згасаючі коливання. Характеристики згасаючих коливань. Згасаючі коливання пружинного маятника. Згасаючі коливання в коливальному контурі. Аперіодичний процес.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Згасаючі коливання».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Згасаючі коливання».

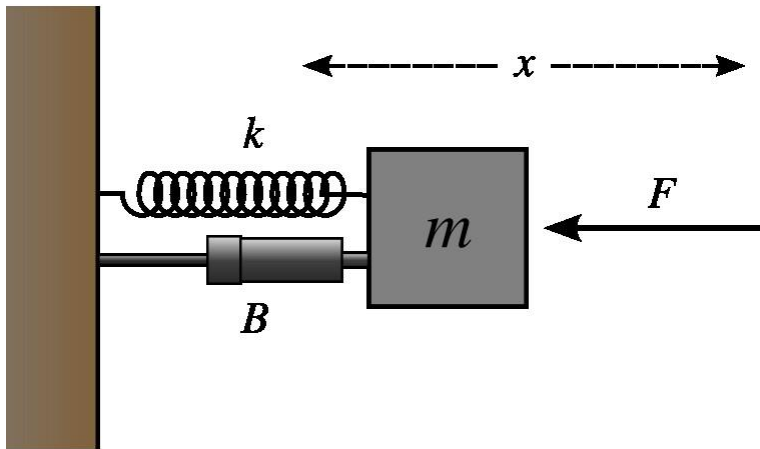
Теоретичне введення

У природі та техніці практично всі процеси тією чи іншою мірою є коливальними. Такі різні явища, як біологічна активність головного мозку, серцеві биття, коливання частинок у твердому тілі та рідині, пульсації галактик та зірок у космічному просторі, всілякі кліматичні видозміни, вібрація струн музичних інструментів та землетрусу є коливальними процесами. Всі акустичні та електромагнітні явища так чи інакше пов'язані з коливальними процесами. У цілому нині дослідження коливальних процесів і явищ у всій їх різноманітності грає дуже важливу роль сучасної науці і техніці.

Для опису реальних коливальних процесів часто доводиться вирішувати складні математичні завдання, основу яких є диференціальні та інтегральні рівняння. Окрема математична проблема - правильний опис загасаючих коливань.

Загасаючі коливання – це коливання, енергія яких зменшується з часом. Нескінченний процес виду $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ у природі неможливий. Вільні коливання будь-якого осцилятора рано чи пізно згасають і припиняються. Тому на практиці, зазвичай, мають справу із загасаючими коливаннями. Вони характеризуються тим, що амплітуда коливань A є спадною функцією. Зазвичай згасання відбувається під впливом сил опору середовища, найчастіше виражаються лінійною залежністю від швидкості коливань чи його квадрата.

В акустиці: згасання - зменшення рівня сигналу до повної не чутності.



Наприклад, ми маємо систему, яка складається з пружини, яка підкоряється закону Гука, один з кінців якої жорстко закріплений, а на іншому кінці знаходиться тіло масою **m**. При цьому, коливання здійснюються в середовищі, де сила супротиву пропорційна швидкості з коефіцієнтом **c** (див. тему в'язке тертя). Тоді другий закон Ньютона у векторному вигляді для даної системи буде мати вигляд:

$$\mathbf{ma} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_y,$$

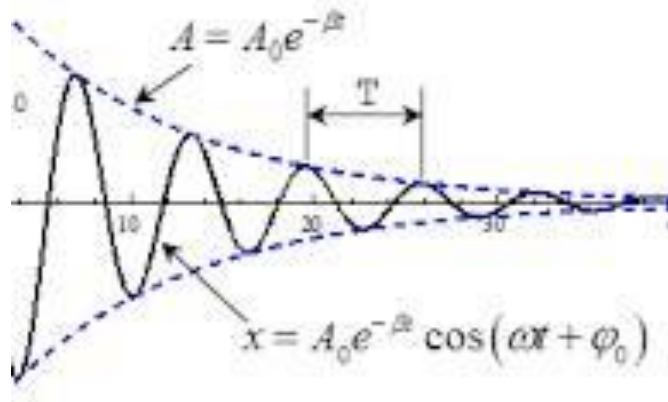
де $\mathbf{F}_c = -\mathbf{cv}$ — сила опору,

$\mathbf{F}_y = -\mathbf{kx}$ — сила пружності.

Отримаємо наступне рівняння: $\mathbf{ma} + \mathbf{cv} + \mathbf{kx} = \mathbf{0}$,

або в диференціальному вигляді:

$$\frac{dx^2}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0;$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \beta = \frac{r}{2m}.$$



$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Математичний маятник здійснив 50 повних коливань, при цьому його амплітуда зменшилася в 5 разів. Визначте логарифмічний декремент згасання маятника.

Дано:

$$N = 50$$

$$A_0/A = 5$$

$$\Theta = ?$$

Рішення:

Логарифмічний декремент згасання визначається:

$$\theta = \delta T = \frac{\delta}{\nu} \quad (1)$$

де $T=1/\nu$ – умовний період згасаючих коливань (частота коливань);

δ – коефіцієнт згасання.

Амплітуда згасаючих коливань в момент часу $t = 0$.

З формули (1) знайдемо коефіцієнт згасання: $\delta = \nu \cdot \theta$, де частоту ν визначимо, знаючи N повних коливань за час t , впродовж якого відбулося вказане зменшення амплітуди:

$$N = t/T = t \nu,$$

Звідки $\nu = N/t$, а тоді отримаємо логарифмічний декремент згасання:

$$\delta = N\theta/t \quad (3)$$

Підставивши формулу (3) в формулу (2), отримаємо:

$$A = A_0 e^{-N\theta}$$

Звідки шуканий декремент згасання дорівнює:

$$\theta = \frac{1}{N} \ln \frac{A_0}{A}$$

Відповідь: $\theta = 0,0322$

Задача №2. Занотуйте рівняння згасаючих коливань матеріальної точки, якщо максимальне зміщення x_0 цієї точки при $t=T/3$ складає 10 см, період згасаючих коливань $T=3$ с, логарифмічний декремент згасання $\theta=0,03$, початкова фаза коливань дорівнює нулю.

Дано:

$$t=T/3, \text{ с}$$

$$T = 3 \text{ с}$$

$$x_0 = A = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\theta = 0,03.$$

$x(t)$.- ?

Рішення

Рівняння згасаючих коливань має вигляд, якщо початкова фаза дорівнює нулю:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos \omega \cdot t \quad (1)$$

де A_0 - амплітуда коливань в момент часу $t=0$:

Циклічна частота: $\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$

Коефіцієнт згасання δ знайдемо з виразу для логарифмічного декременту згасання: $\theta = \delta T$, звідки:

$$\delta = \frac{\theta}{T}$$

Амплітуду A_0 знайдемо з початкових умов:

$$x_0 = 10 \text{ см} = A = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

Якщо $t = \frac{T}{3} = 1 \text{ с}$, згідно рівнянню (1), де $x = A_0 e^{-\delta t} \quad (3)$

Звідки: $A_0 = x_0 e^{\delta t} = x_0 e^{\frac{\theta T}{T \cdot 3}} = x_0 e^{\frac{\theta}{3}}. \quad (4)$

$$\omega = \frac{2\pi}{3} \text{ с}^{-1};$$

Підставивши в формули (2), (3) і (4) задані цифри, визначмо: $\delta=0,01$; $A_0=10,1\text{см}$. Тоді, підставивши ці значення в рівняння (1), напишемо шукане рівняння згасаючих коливань:

$$x = 10,1e^{-0,01t} \cos \frac{2\pi}{3} t, \text{ см. } x = 10,1e^{-0,01t} \cos \frac{2\pi}{3} t, \text{ см.}$$

Відповідь:

[Література: 1, Розділ 1, §6]

Практичне заняття 6. Вимушені коливання. Вимушені механічні коливання. Вимушені коливання в коливальному контурі.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Вимушені коливання».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Вимушені коливання».

Теоретичне введення

ВИМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

Вимушеними коливаннями називають такі коливання, які відбуваються під дією зовнішньої періодично змінної сили. Вимушені коливання, на відміну від вільних коливань, можуть відбуватися з будь-якою частотою. Частота вимушених коливань дорівнює частоті зміни сили, яка діє на тіло, в даному випадку має назву вимушеною або тією силою, що змушує:

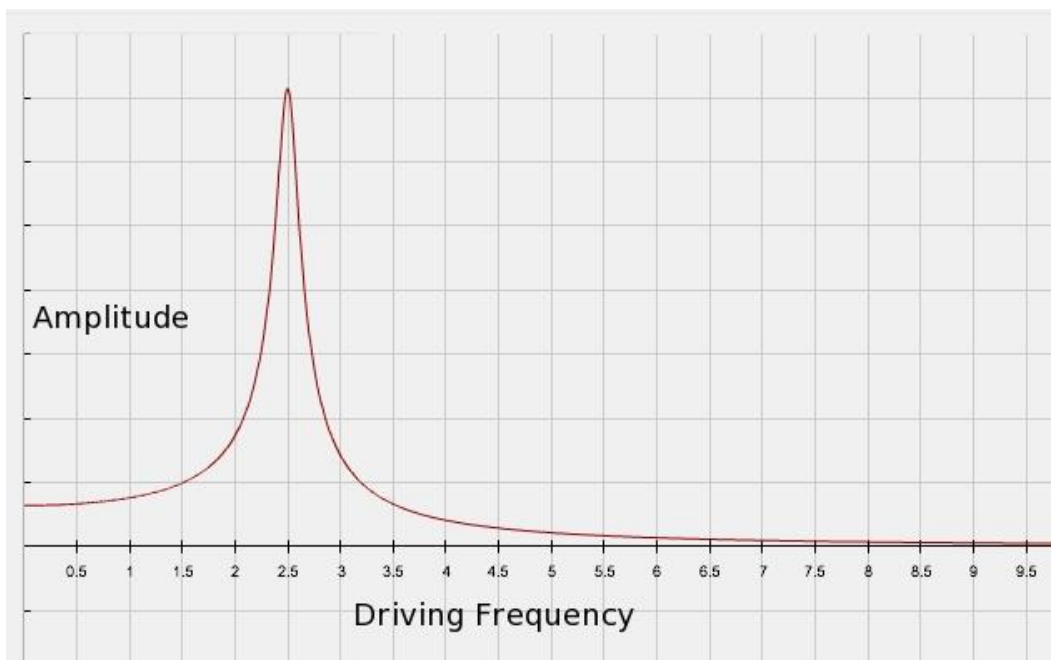
$$ma = F_{\text{квазиупр}} + F_{\text{тр}} + F_{\text{вын}}$$

$$ma_x = -kx - rv_x + F_0 \sin \omega t$$

$$mx'' + rx' + kx = F_0 \sin \omega t$$

$$x'' + \frac{r}{m} x' + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \sin \omega$$

Резонансом називають явище різкого збільшення амплітуди вимушених коливань при співпадінні частоти вимушеної сили з власною частотою самої коливальної системи.



ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ У КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ

Вимушені коливання – це коливання, що виникають у коливальній системі під впливом переміщення зовнішнього впливу (наприклад, коливання напруги та

сили струму в електричному ланцюгу, що викликаються переміщенням ЕРС (електрорушійної сили; коливання механічної системи, що викликаються переміщенням навантаженням).

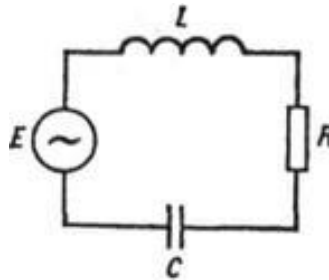


Рис. 1 Коливальний контур

Де L – котушка індуктивності;

R - резистор;

C - конденсатор;

E - ЕРС

Характер вимушених коливань визначається як властивостями зовнішнього впливу, і властивостями самої системи. Якщо зовнішній вплив має період T , то після закінчення деякого проміжку часу t після початку вимушених коливань система здійснює коливання з тим же періодом T . Такі вимушені коливання називаються такими вимушеними коливаннями, що встановилися. Тривалість встановлення таких коливань тим менше, чим більше коефіцієнт згасання для системи (див. Згасання коливань). Для коливального контуру (див. рис.1) встановлені вимушені коливання сили струму J , що викликаються зовнішньою ЕРС E , яка змінюється за гармонічним законом ($E = E_0 \sin \omega t$, також є гармонійними:

$$J = J_0 \sin(\omega t + \alpha), \text{ где } J_0 = E_0 / \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2},$$

$$\alpha = \arctg \left[\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L \right) / R \right]$$

З наближенням частоти зовнішнього впливу до частоти власних коливань системи (для наведеного випадку поблизу значення $\omega = 1/\sqrt{LC}$) різко зростає амплітуда вимушених коливань контуру - настає резонанс.

ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Визначте модуль швидкості v руху потягу, при якій математичний маятник, підвішений у вагоні, особливо сильно розгойдується. Довжина маятника $l = 11$ см, відстань між стиками рейок $L = 12,5$ м.

Дано:

$$l = 11 \text{ см}$$

$$L = 12,5 \text{ м}$$

$$v - ?$$

Рішення

Математичний маятник починає сильно розгойдуватися, коли частота його власних коливань співпадає з частотою сили, яка змушує цей маятник коливатися. Частота цієї сили співпадає з частотою ударів колеса вагону о стики рельсові.

Проміжок часу між двома послідовними ударами (період): $T = L / v$

$$\text{Частота змушуючої сили: } \nu = 1/T = v/L \quad (1)$$

Частота власних коливань математичного маятника:

$$\nu = 1/2\pi\sqrt{g/L} \quad (2)$$

Порівнявши формули (1) і (2), отримаємо:

$$\text{Звідки: } v = L/2\pi \cdot \sqrt{g/L}$$

Відповідь: 19 м/с

[Література 1, Розділ 1, §7]

Практичне заняття 7.

Механічні хвилі. Характеристики хвиль. Загальні відомості про механічні хвилі. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі. Хвильове рівняння. Перенесення енергії хвилею. Вектор Умова-Пойнтинга. Звукові хвилі. Характеристики звуку. Ультразвук. Інфразвук. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Принцип суперпозиції хвиль. Складні хвилі. Групова швидкість. Ефект Доплера в акустиці.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Механічні хвилі».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Механічні хвилі».

Теоретичне введення

Якщо коливання, виникнувши в одному місці, розповсюджується в сусідні ділянки простору, говорять про хвильовий рух – хвилях. В наслідок підземних товчків виникають сейсмічні хвилі в земній корі — спостерігаються та цунамі; коливання дифузора призводять до динаміки звукових хвиль, коливання серця призводять до коливань стінок артерії (пульс), тощо.



Розповсюдження в просторі коливань речовини або поля називають хвилею. З фізичної точки зору в природі розрізняють механічні та електромагнітні хвилі (світло, радіохвилі).

Механічні хвилі – це розповсюдження коливань у пружному середовищі.

Середовище є пружним, якщо при його деформації виникають сили пружності (закон Гука).

Властивості хвильового руху:

- 1) Хвилі розповсюджуються в середовищі з певною кінцевою швидкістю
- 2) Джерелом механічних хвиль завжди є тіло, яке коливається.
- 3) Механічні хвилі не розповсюджуються у вакуумі.
- 4) Хвильовий рух не супроводжується переносом речовини. Частки середовища тільки коливаються біля положення рівноваги.
- 5) З надходженням хвилі частки середовища починають рухатися (набувають кінетичну енергію).
- 6) Перенос енергії без переносу речовини – важлива властивість будь якої хвилі.**
- 7) **Довжина хвилі λ** – це відстань між двома найближчими точками, які коливаються синхронно, в однаковій фазі:

$$\lambda = vT \quad (\text{м}),$$

де v – швидкість хвилі в середовищі;

T – період хвилі.

АКУСТИКА

Швидкість поширення акустичних коливань у деякім середовищі, визначається формулою:

$$C = \sqrt{E / \rho},$$

де E - модуль Юнга середовища ,

ρ - щільність середовища

У газах швидкість поширення:

$$C = \sqrt{NRT / \mu},$$

де μ - молярна маса газу,

T - термодинамічна температура,

R - газова постійна.

Рівень звукового тиску зв'язаний з амплітудою звукового тиску Δp :

$$L_1 = 20 \lg \frac{I}{I_0}$$

Рівень голосності L зв'язаний з інтенсивністю звуку співвідношень:

$$L_2 = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2 \text{ і } p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па.}$$

За принципом Допплера частота звуку визначається:

$$\nu = \frac{c + V}{c - U} \nu,$$

де ν - частота звуку, що посиляється джерелом,

U - швидкість руху джерела звуку,

V - швидкість руху спостерігача, c - швидкість поширення звуку.

Частота основного фону струни визначається:

$$\nu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$$

Приклади рішення задач

Завдання №1. Є миттєва фотографія хвилі у гумовому шнурі (див. рис. 1).

Визначте: 1) довжину хвилі; 2) амплітуду коливань частинок шнура.

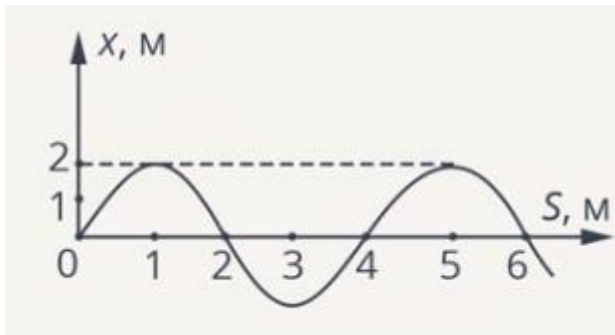


Рис. 1. Фотографія хвилі

Рішення

Спочатку знайдемо довжину хвилі:

$$S = 5 - 1 = 4 \text{ (м)}$$

Довжину хвилі можна отримати інакше, якщо відзначити й інші дві точки (див. рис. 8).

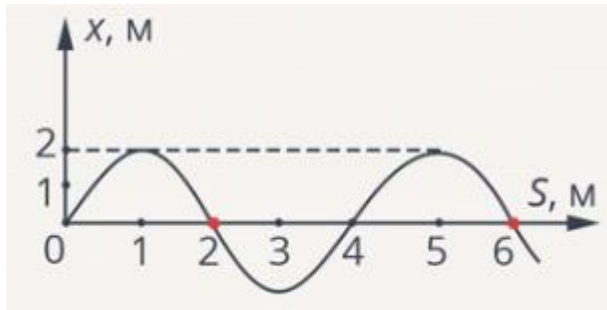


Рис. 2. Визначення довжини хвилі

Значення амплітуди з малюнка дорівнює:

$$x_m = 2 \text{ м}$$

Так що довжину хвилі та амплітуду ми знайшли, можна записувати

Відповідь: $S = 4 \text{ м}$ $x_m = 2 \text{ м}$

Завдання №2. Підводний човен сплив на відстані $S = 200 \text{ м}$ від берега, викликав хвилі на поверхні води. Хвилі дійшли до берега за $t = 40 \text{ с}$, причому за наступні $\Delta t = 30 \text{ с}$ було $N = 60$ сплесків хвиль об берег. Яка відстань між гребнями сусідніх хвиль?

Рішення

Необхідно скористатися формулою, яка пов'язує довжину хвилі коїться з іншими характеристиками цього хвильового руху. Довжина хвилі пов'язана зі швидкістю та частотою, тому завдання розбивається на два етапи: на знаходження швидкості хвилі та на знаходження її частоти.

1) Відомо, що перша хвиля, як і наступні, пройшла відстань 200 м за 40 с , тому:

$$v = \frac{S}{t} = \frac{200 \text{ м}}{40 \text{ с}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Частота, якщо відома кількість коливань, скоєних за певну кількість часу, має вигляд:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} = \frac{60}{30 \text{ с}} = 2 \text{ Гц.}$$

3) Ми знаємо все для знаходження довжини хвилі:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ м}$$

Відповідь: 2,5 м.

Задача №3. Коли потяг проходить повз нерухомого спостерігача, частота тону гудка електровоза міняється стрибком. Який відсоток від власної частоти тону складає стрибок частоти, якщо потяг рухається зі швидкістю 60 км/год?

Рішення:

За принципом Доплера частота звуку, сприймана спостерігачем, визначається формулою $V' = \frac{c + U_2}{c - U_1} V$. Оскільки спостерігач спочиває, то $U_2 = 0$,

а при русі потяга до спостерігача і від нього відповідно маємо з формули частоти звуку наступні формули частоти: $V' = \frac{c}{c - U} V, V'_2 = \frac{c}{c + U} V$. Величину стрибка

частоти $\Delta V = V_1 - V_2$, одержуємо наступним чином:

$$\Delta V = cV \left(\frac{1}{c - U} - \frac{1}{c + U} \right) = 9,8\%.$$

[Література 1, Розділ 2, §7.2; §8,9,10]

Практичне заняття 8. Електромагнітні коливання і хвилі. Рівняння Максвелла. Плоска електромагнітна хвиля. Експериментальне дослідження електромагнітних хвиль. Основні властивості електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль. Радіохвилі. Електромагнітні хвилі оптичного діапазону. Рентгенівське випромінювання. Гамма випромінювання.

Мета заняття: Оволодіння основними положеннями, які стосуються дидактики та методики формування основних понять з теми «Електромагнітні коливання і хвилі».

Завдання заняття: Навчитися оперувати та використовувати знання, вміння та навички з теми: «Електромагнітні коливання і хвилі».

Теоретичне введення

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Електромагнітні коливання – це періодичні зміни напруженості електричного поля **E** та напруженості **H** магнітного поля, які розташовані у просторі перпендикулярно один одному.

Електромагнітними коливаннями є радіохвилі, мікрохвилі, інфрачервоне випромінювання, природне світло, ультрафіолетове випромінювання, рентгенівські промені, гама промені.

Електромагнітні хвилі - це електромагнітні коливання, що розповсюджуються в просторі. Вони поперечні, тобто вектори і перпендикулярні один одному, і напряму поширення хвилі. Швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі c (швидкість світла) – це константа світова:
 $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с.

Електромагнітні хвилі як універсальне явище були передбачені класичними законами електрики та магнетизму, відомими як рівняння Максвела. Рівняння Максвела для вакууму мають вигляд:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Період електромагнітних коливань у коливальному контурі, що складається з ємності C , індуктивності L і опору R , визначається формулою :

$$T = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Якщо опір контуру настільки малий, тобто: $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \leq \frac{1}{LC}$, то період коливань визначається формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Якщо опір контуру R не дорівнює нулю, то коливання будуть загасаючими:

$$U = U_0 e^{-\delta t} \cos \omega t$$

Тут $\delta = R/2L$ - коефіцієнт загасання

δT - логарифмічний декремент загасання

Якщо $\delta = 0$, то коливання незатухаючі

$$U = U_0 \cos \omega t$$

Закон Ома для перемінного струму:

$$I = \frac{U_{yo}}{Z},$$

де $I_{\text{эф}}$ і $U_{\text{эф}}$ - ефективні значення струму і напруги, зв'язані з амплітудними значеннями I_0 і U_0 співвідношеннями:

$$I_{\text{эф}} = I_0 / \sqrt{2} \quad U_{\text{эф}} = U_0 / \sqrt{2},$$

де Z - повний опір ланцюга.

Якщо ланцюг містить опір R , ємність C і індуктивність L , з'єднані послідовно, то повний опір визначається:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

При цьому зсув фаз між напругою і струмом :

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Потужність перемінного струму:

$$P = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi$$

ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача №1. Коливальний контур має конденсатор електроємністю $C=8$ пФ і котушку індуктивністю $L=0,5$ мГн. Яку максимальну напругу U_{max} мають обкладки конденсатора, якщо максимальна сила струму $I_{\text{max}} = 40$ мА?

Рішення:

Напишем закон зміни заряду на конденсаторі контуру і струму в котушці індуктивності:

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$j = \frac{dq}{dt} = -q_{\text{max}} \omega \sin \omega t = j_{\text{max}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

При цьому напруга на обкладках конденсатора:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos \omega t \quad (3)$$

З виразу (2) видно, що амплітуда струму:

$$I_{max} = q_m \omega, \quad (4)$$

де $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (формула Томсона). (5)

Амплітуда коливань напруги на конденсаторі, як це слідує з (3), дорівнює:

$$U_{max} = \frac{q_{max}}{C} \quad (6)$$

Максимальне значення заряду на конденсаторі, згідно (4), дорівнює

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{\omega}$$

Якщо врахувати вираз (5), знайдемо:

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{1/\sqrt{LC}} = I_{max} \sqrt{LC} \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (6), будемо мати:

$$U_{max} = \frac{q_{max}}{C} = \frac{I_{max} \sqrt{LC}}{C} = I_{max} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8)$$

Зробимо розрахунки:

$$U_{max} = I_{max} \sqrt{\frac{L}{C}} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{5 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-12}} = 3,16 \cdot 10^2 = 316 \quad (В)$$

Відповідь: $U_{max} = 316$ (В).

[Література 1, Розділ 3, §13-15]

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

4.41. Початкова фаза гармонійного коливання $\varphi = 0$. При зсуві крапки від положення рівноваги $x_1 = 2.4$ см швидкість точки $v = 3$ см/с а, при зсуві $x_2 = 2.8$ см її швидкість $v = 2$ см/с. Знайти амплітуду A і період T цього коливання.

4.42. Рівняння коливання матеріальної крапки масою $m = 10$ г має вигляд:

$$x = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см.}$$

Знайти максимальну силу $F_{\max}$, яка діє на точку і повну

енергію W коливної точки.

4.43. Як зміниться період вертикальних коливань шахтного вантажу, що висить на двох однакових пружинах, якщо від послідовної сполуки пружин перейти до рівнобіжного їх з'єднання?

4.44. Ареометр масою $m = 0,2$ кг плаває в рідині. Якщо занурити його небагато в рідину і відпустити, то він починає робити коливання з періодом $T = 3,4$ с. Вважаючи коливання незатухаючими, знайти щільність рідини ρ , у якій плаває ареометр. Діаметр вертикальної циліндричної труби ареометра $d = 1$ см.

4.45. Математичний маятник робить загасаючі коливання з логарифмічним декрементом загасання $\kappa = 0,2$. У скільки разів зменшиться повне прискорення маятника в його крайнім положенні за одне коливання?

4.46. До вертикально висячої пружини підвішують вантаж. При цьому пружина подовжується на $\Delta l = 9,8$ см. Відтягаючи цей вниз і, відпускаючи його, змушують вантаж робити коливання. Яким повинний бути коефіцієнт загасання, щоб: а) коливання припинилися через час $t = 10$ с (вважаючи умовно, що коливання припинилися, якщо їхня амплітуда упала до 1% від початкової); б) вантаж повертався в положення рівноваги аперіодичне; в) логарифмічний декремент загасання коливань був рівним $\kappa = 6$?

4.47. Вантаж масою $m = 10$ кг завершує загасаючі коливання з максимальною амплітудою $A_{\max} = 7$ см, початковою фазою $\varphi = 0$ і коефіцієнтом згасання $\delta = 1,6 \text{ с}^{-1}$. На цей вантаж почала діяти зовнішня періодична сила F , під дією якої

установилися змушені коливання. Рівняння змущених коливань має вигляд: $x = 5\sin(10\pi t - \frac{3\pi}{4})$ см. Знайти (з числовими коефіцієнтами) рівняння власних коливань і рівняння зовнішньої періодичної сили.

4.48. Математичний маятник довжиною $l = 0,5$ см, виведений зі стану рівноваги, відхилився при першому коливанні на $x_1 = 0,5$ см, а при другому (у ту ж сторону) - на $x_2 = 4$ см. Знайти час релаксації t , тобто час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e раз. де e - основа натуральних логарифмів.

4.49. Рівняння незатухаючих коливань має вид $x = \sin(2,5\pi t)$ см. Знайти зсув x від положення рівноваги, швидкість v і прискорення a точки, що знаходиться на відстані $l = 20$ м від джерела коливання, для моменту часу $t = 1$ с, після початку коливань. Швидкість поширення коливань $u = 100$ м/с.

4.50. Знайти логарифмічний декремент згасання δ математичного маятника, якщо за час $t = 1$ хв амплітуда коливань зменшилася в 2 рази. Довжина маятника $L = 1$ м.

4.51. Написати рівняння руху, що виходить у результаті додавання двох однаково спрямованих гармонійних коливань з однаковим періодом $T = 8$ с і однаковою амплітудою $A = 0,02$ м. Різниця фаз між цими коливаннями $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/4$.

Початкова фаза одного з цих коливань дорівнює нулю.

4.52. Написати рівняння результуючого коливання, що виходить у результаті додавання, двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковою частотою $\nu_1 = \nu_2 = 5$ Гц і однаковою початковою фазою $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/3$. Амплітуди коливань рівні $A_1 = 0,1$ м і $A_2 = 0,05$ м.

4.53. Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:

$x = 2\sin(\omega t)$ (м) та $y = 2\cos(\omega t)$ м. Знайти траєкторію результуючого руху точки.

4.54. Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:

$x = \cos \pi t$ (м) та $y = \cos(\pi/2)t$. Знайти траєкторію результуючого руху точки, накреслити її з нанесенням масштабу.

4.55. Крапка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:

$x = \sin \pi t$ і $y = 2 \sin(\pi t + \pi/2)$. Знайти траєкторію результуючого руху точки та накреслити її.

4.56. Крапка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = \sin \pi t$ і $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$. Знайти траєкторію результуючого руху точки і накреслити її.

4.57. Період загасаючих коливань $T = 4$ с, логарифмічний декремент загасання $\ln \delta = 0$. При $t = T/4$ зсув точки $x = 4,5$ см. Написати рівняння руху цього коливання. Побудувати графік цього коливання в межах двох періодів.

4.58. Рівняння незатухаючих коливань має вид $x = 10 \sin \frac{\pi}{2} t$ см. Знайти рівняння хвилі, якщо швидкість поширення коливань $c = 300$ м/с. Написати і зобразити графічно рівняння коливань для точки, що відстроїть на відстані $l = 600$ м від джерела коливань. Написати і зобразити графічно рівняння коливання для крапок хвилі в момент часу $t = 4$ с після початку коливань.

4.59. Гиря масою $m = 0,2$ кг, що висить на вертикальній пружині, робить загасаючі коливання з коефіцієнтом загасання $\delta = 0,75$ с⁻¹. Твердість пружини $k = 0,5$ кН/м. Накреслити залежність амплітуди A змущених коливань гирі від частоти ω зовнішньої періодичної сили, якщо відомо, що максимальне значення зовнішньої сили $F_0 = 0,98$ Н. Для будівлі графіка знайти значення A для частот $\omega = 0$, $\omega = 0,1\omega_0$, $\omega = 0,75\omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega = 1,5\omega_0$, $\omega = 2\omega_0$, де ω_0 - частота власних коливань підвішеної гирі.

4.60. Рівняння коливань має вид $x = A_0 \sin(2\pi \nu_1 t)$, причому амплітуда змінюється $A = A_0(1 + \cos 2\pi \nu_2 t)$. З яких гармонійних коливань складається коливання?

Побудувати графік складових і результуючих коливань для $A_0 = 4$ см, $\nu_1 = 2$ Гц, $\nu_2 = 1$ Гц. Накреслити спектр результуючого коливання.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Волков О.Ф., Лумпієва Т.П. Курс фізики: У 2-х т. Т.2: Коливання і хвилі. Хвильова і квантова оптика. Елементи квантової механіки. Основи фізики твердого тіла. Елементи фізики атомного ядра. Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Донецьк: ДонНТУ, 2014. – 208 с.
2. Лумпієва Т.П. Практикум з фізики. Розв’язання задач. Частина 1: Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Електростатика. Постійний струм. Електромагнетизм: навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / Т.П. Лумпієва, Н.М. Русакова, О.Ф. Волков – Донецьк: ДВНЗ «ДонНТУ», 2014. – 248 с.
3. Латинський І.Є., Зачек І.Р., Ільчук Г.А., Романишин Б.М. Фізика для інженерів. Підручник. - Львівська політехніка City, Львів, 2022. - 394 с.
4. Загальна фізика. Лабораторний практикум. За загальною редакцією І.Т. Горбачука. – Київ: “Вища школа”, 1992. – 509 с.
5. Фізика. Навчально-методичний посібник для дистанційного навчання / Н. Б. Фатянова, Т. М. Шелест, І. В. Галушак, Ю.В. Меньшов – Харків : НТУ «ХП», 2020. – 164 с.
6. Фізика. Лабораторний практикум: навчальний посібник: / Т. М. Шелест, О. М. Андреев, Т. І. Храмова та ін. – Дніпро : Середняк Т.К., 2023. – 304 с.