

О.В. Агафонов
Д.А. Чепіга
А.В. Положий
І.М. Бессараб
А.В. Король
А.В. Петренко
О.М. Ткачук

ОБҐРУНТУВАННЯ СПРОЩЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ ПОРІД ПОКРІВЛІ

Мета. Обґрунтування доцільності та припустимості використання спрощених розрахункових моделей порід вугільного пласта для оцінки її стійкості при дії зовнішніх навантажень.

Методи. Для досягнення поставленої мети були виконані дослідження з використанням основних положень теорії пружності і згину пластин, в яких покрівля вугільного пласта представляється у вигляді моделі прямокутної пластини або балки симетричного перетину з різними варіантами опорних зв'язків.

Результати. Для обґрунтування і вибору методів дослідження згинаючих деформацій покрівлі в вуглепородному масиві, що вміщує виробки, порівнюється тривимірна базова модель пластини і модель балки, з урахуванням кінематичних граничних умов і впливу зовнішнього розподіленого навантаження. З використанням теорії згину пластин, рівняння для визначення прогинів покрівлі вугільного пласта в тривимірних базових моделях при певних припущеннях мають велику розмірність. Після умовного поділу пластини на балки одиничної ширини і симетричного перетину, при описі нормальних прогинів середньої поверхні досліджуваних моделей, здійснюється перехід від рівняння в часткових похідних до звичайних диференціальних рівнянь. В цьому випадку, дослідження згинаючих деформацій порід покрівлі зводиться до вирішення плоскої задачі в області поперечного перерізу балки. Виконано порівняння рішень, отриманих методами тривимірної теорії пружності і опору матеріалів. Для балки із симетричним перерізом, прогин лежить в площині, кут нахилу якої збігається з напрямком діючого навантаження. При розрахунках не бралася до уваги різниця між інтенсивністю поверхневого навантаження прикладеного до балки. Розбіжності у визначенні величини прогинів покрівлі в моделі пластини по відношенню до моделі балки сягають 5%, що прийнятно для гірничотехнічних задач.

Наукова новизна. Для дослідження згинальних деформацій і визначення величини прогину покрівлі в моделях при дії зовнішнього рівномірно розподіленого навантаження, виділена в межах імітованої пластини полоска одиничної ширини, яка має симетричний перетин і є характеристичною складовою структури пластини, розглядається як окремий вантажотримальний елемент з опорами, поперечні перерізи якого залишаються плоскими при згині. Прогин такого лінійного елемента описується диференціальними рівняннями зігнутої осі балки без урахування інтегральної жорсткості моделі, а вектор її повного переміщення співпадає з положенням силової лінії.

Практична значимість. У лабораторних умовах, для вивчення згинаючих деформацій і їх впливу на стійкість покрівлі вугільного пласта при дії зовнішніх навантажень, доцільно використовувати модель балки одиничної ширини симетричного перетину з опорами, вид яких визначається способом управління гірничим тиском і охорони виробок на виїмковій ділянці вугільної шахти.

Ключові слова: покрівля, вугільний пласт, деформації, пластина, балка, навантаження, переміщення, тверде тіло.

Вступ.

Збільшення глибини гірничих робіт у вугільних шахтах супроводжується зростанням гірничого тиску і, як наслідок, інтенсифікацією зсувів порід на контурі дільничних підготовчих виробок. В умовах крутопохилого або крутого залягання вугільних пластів при традиційних способах управління гірничим тиском в очисному вибої повним обваленням або утриманням покрівлі на кострах і охороні відкотних штреків ціликами вугілля, неможливо ефективно протистояти зсуву порушеної товщі в вуглепородному масиві.

Досвід роботи глибоких шахт показує, що втрата стійкості бічних порід при веденні

гірничих робіт є однією з основних причин багатьох аварій, що спричиняють завали гірничих виробок в результаті обвалення розшарованої товщі. Раптовість обвалення розшарованої товщі, що призводять до аварійних ситуацій на виїмкових ділянках, обумовлюється не тільки гірничо-геологічними, а й гірничотехнічними факторами. Оцінка впливу останніх ускладнюється через відсутність ефективних універсальних методик прогнозування оцінки стійкості бічних порід і гірничих виробок. Зважаючи на це, задача визначення умов стійкості порід покрівлі в умовах глибоких шахт, що розробляють вугільні пласти, є актуальною, а її розв'язання забезпечить збереження гірничих výro-

бок в експлуатаційному стані, що, в свою чергу, створює умови для безпечного ведення гірничих робіт на виїмкових ділянках.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В реальних умовах розробки вугільних пластів при різних способах управління гірничим тиском і охорони штреків, збереження гірничих виробок забезпечується за рахунок стійкості порід безпосередньої покрівлі вугільного пласта, як основного вантажотримального елемента виробки [1—3].

Аналіз відомих досліджень показує, що прояв гірничого тиску у виробках залежить від багатьох факторів, до яких першочергово слід віднести напружений стан масиву осадових гірських порід [4, 5]. Особливість вуглепородного масиву, що вміщує виробки полягає в тому, що у всіх випадках контакт між породними шарами представлений глинистими різностями. У зонах розвантаження глинисті породи, з часом збільшуючись в об'ємі, сприяють відриву шарів більш міцних порід, в результаті чого формуються умови для обвалень [1].

Часто дослідження напружено-деформованого стану (НДС) масиву осадових гірських порід ґрунтуються на застосуванні теорії пружності [4, 6, 7]. Для визначення умов стійкості бічних порід задача розв'язується, як правило, з використанням методів опору матеріалів [8—10]. Приймається, що в очисному вибої безпосередня і основна покрівля вугільного пласта деформується подібно балці або плиті, з різноманітними варіантами опорних зв'язків [4, 10].

В [12, 13] викладаються загальні принципи розв'язання задачі плит або пластин під дією зовнішнього навантаження. При цьому беруться до уваги різні граничні умови, а приклади розрахунку або розрахункові таблиці наводяться з урахуванням впливу навантажень. Для цього вирішуються складні диференціальні рівняння четвертого порядку з частинними похідними. У деяких роботах [17, 21] для визначення переміщень або прогинів пластини пропонується використовувати ряди або інтеграли Фур'є, інтегральні рівняння Фредгольма.

Слід зазначити, що в рамках тривимірної теорії пружності рішення задач дослідження НДС пов'язане з труднощами [18, 19]. Такі дослідження в просторовій постановці є однією з складних задач математич-

ної фізики. За необхідності детальної оцінки НДС успішно використовуються різні методи чисельного моделювання, проте в ряді задач аналітичне рішення є необхідним для визначення параметричних даних. Тому, з урахуванням залежності від фізико-механічних, геометричних параметрів та умов навантаження, пропонується звернутись до спрощень, за допомогою яких поставлена задача приводиться до простого розв'язання.

Вивчення стійкості бічних порід має важливе значення для оцінки експлуатаційного стану підготовчих виробок, а отже, правильне уявлення про поведінку порід покрівлі в вуглепородному масиві при веденні гірничих робіт дозволить розробити заходи, спрямовані на підвищення безпеки праці гірників і зниження рівня травматизму в шахтах.

Постановка завдань.

З використанням моделі прямокутної плити або балки з симетричним перетином, які мають різні варіанти опорних зв'язків, оцінити величину прогину порід покрівлі в вуглепородному масиві, що вміщує виробки під дією зовнішніх навантажень.

Матеріали і методи досліджень.

Залежно від умов, в яких знаходиться покрівля вугільного пласта, важливе значення має інформація про стійкість вантажотримального елемента під дією зовнішнього навантаження. Для визначення НДС та стійкості таких елементів застосовуються різні методи досліджень.¹

При розробці вугільних пластів з використанням різних способів управління покрівлею в очисному вибої, збереження виробок забезпечується стійкістю порід покрівлі. Специфіка управління покрівлею у вуглепородному масиві пов'язана з тим, що очисна виробка переміщується в просторі. Цей процес призводить до постійного перерозподілу напружень. Результатом цього є обвалення покрівлі, яке залежить від критичних розмірів оголень, деформаційних і міцнісних властивостей гірських порід і величини прогину.

Відповідно до гіпотези балок [4, 10] передбачається, що в очисному вибої покрі-

¹ В дослідженнях приймали участь: асп. Довгаль В.Ю., Бойченко Г.Є., Подкопаєв Є.С.

вля, представлена шаруватими породами, деформується подібно консольним балкам. Сутність гіпотези консольної балки полягає в тому, що породні шари над виробленим простором розглядаються як балки, жорстко затиснуті одним кінцем в цілику (вугільному масиві). Інший кінець балок може мати різні види опорних зв'язків. Гіпотеза консольних балок мала багато прихильників і отримала подальший розвиток під назвою гіпотези консольних плит [4]. На відміну від гіпотези консольних балок в ній враховуються реальні розміри породних шарів, що згинаються, і можливі опорні зв'язки для всіх чотирьох сторін плити. Плита в такому вигляді має два характерних розміри, а тому знаходити в ній переміщення складніше, ніж в балках. Стійкість породного оголення в привибійному просторі лави залежить від величини прогину порід покрівлі, коли окремі блоки розшарованої товщі працюють як шарніри [4, 10].

Зі зміною кута нахилу вугільного пласта, у бічних породах у вуглепородному масиві, що вміщує виробки, виникає стан складного опору. В таких умовах покрівля, як модель балки з опорами, схильна до різних видів деформацій. У поперечних перетинах такої балки одночасно виникає більше одного внутрішнього силового фактора. У [8, 9] зазначається, що винятком є прямий поперечний згин, який не прийнято розглядати як випадок складного опору. При такому згині балок переміщення перпендикулярні до нейтрального шару, а всі розрахунки на міцність ведуться без урахування поперечних сил за одним силовим чинником - згинаючим моментом [9, 11].

Досліджуємо породи покрівлі крутого вугільного пласта під дією зовнішнього навантаження, у вигляді моделі прямокутної пластини. Для розв'язання використовуються гіпотези теорії пластин [12—14].

На рис. 1 представлена розрахункова схема до визначення прогину порід покрівлі у вигляді моделі прямокутної пластини.

Розглянемо жорстку прямокутну пластину ABCD, яка має довжину a (м) і ширину l (м), $a > l$. Відношення товщини h (м) жорсткої пластини до найменшого іншого розміру в плані, в нашому випадку – l (м), має знаходитись в межах [15]:

$$\frac{1}{5} \geq \frac{h}{l} \geq \frac{1}{80}.$$

Один з країв (AD) пластини жорстко затиснений, а другий (BC) має шарнірне обпирання. Краї AB і DC прямокутної пластини вільні. Пластина завантажена рівномірно розподіленим навантаженням q (Н/м²) (рис. 1а).

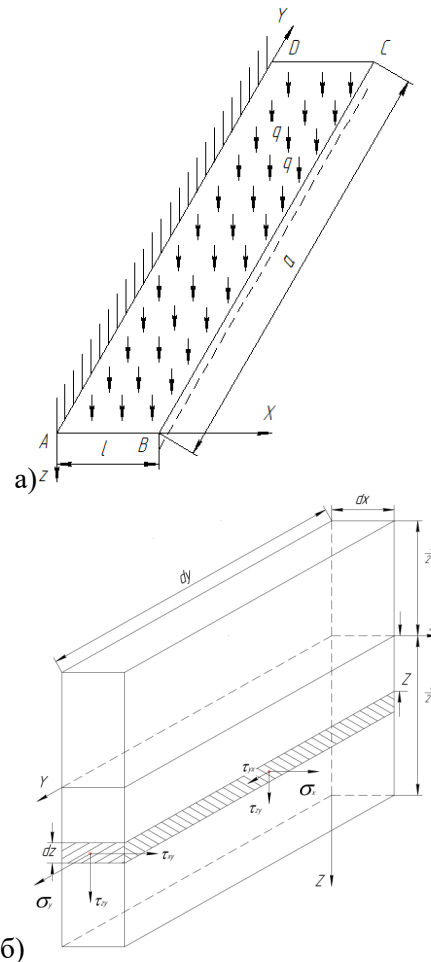


Рис. 1. Розрахункова схема до визначення прогину (а) і внутрішніх зусиль (б) в породах покрівлі вугільного пласта, представлена у вигляді моделі прямокутної пластини ABCD: l - ширина пластини; b - довжина пластини, м; q - рівномірно розподілене навантаження, Н/м²; dx , dy - розміри елемента, м; h - висота елемента, м; σ_x , σ_y , τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} , τ_{zy} - напруження, що відповідають тензору деформацій, Н/м²; dz - ширина елементарної смужки, м.

Оберемо систему координат таким чином, щоб уздовж затисненого краю AD прямокутної пластини була спрямована вісь Y. Вісь X розташовується в серединній площині, а вісь Z спрямована вниз по напрямку зовнішньої поперечного навантаження інтенсивністю q (Н/м²), яка перпендикулярна

серединній площині пластини. Для точок серединної площини координата $z = 0$ (рис. 1а). Переміщення, які під дією навантаження отримують точки серединної площини в напрямку осі Z , будемо вважати прогинами.

Запишемо диференціальне рівняння вигину модельованої пластини ABCD. Очевидним є те, що в розглянутій задачі функція прогинів w (м) модельованої прямокутної пластини не залежить від координати y і є функцією аргументу x . В цьому випадку, одна з кривизн зігнутої серединної поверхні пластини дорівнює нулю.

Для даної системи, що моделюється, рівняння Софі Жермен-Лагранжа [13, 15] набуває вигляду:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{q}{D}, \quad (1)$$

де D – циліндрична жорсткість пластини, Н·м, внаслідок того, що всі похідні функції прогинів по аргументу y перетворюються на нуль.

В результаті послідовного інтегрування виразу (1) отримаємо:

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = \frac{q}{D} \cdot x + C_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{q}{D} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \cdot x + C_2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{q}{2D} \cdot \frac{x^3}{3} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3, \quad (4)$$

$$w = \frac{q}{6D} \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{C_1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4, \quad (5)$$

де C_1, C_2, C_3 і C_4 – постійні інтегрування.

Для визначення постійних інтегрування використовуємо граничні умови,

- при $x=0, w=0, C_4=0$;

- при $x=0, \frac{\partial w}{\partial x}=0, C_3=0$;

- при $x=l, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$;

$\frac{ql^2}{2D} + C_1 l + C_2 = 0$;

- при $x=l, w=0, \frac{ql^4}{24D} + C_1 \frac{l^3}{6} + C_2 \frac{l^2}{2} = 0$.

З використанням встановлених співвідношень отримуємо систему лінійних алгебраїчних виразів щодо постійних інтегрування C_1 і C_2 . З огляду на це, рівняння рівноваги системи, що моделюється, представляємо в матричній формі [16]

$$\begin{bmatrix} l & 1 \\ \frac{l}{3} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{ql^2}{2D} \\ \frac{ql^2}{12D} \end{bmatrix} \quad (6)$$

З (6) визначимо C_1 і C_2 . Отримаємо

$$C_1 = -\frac{5}{8} \cdot \frac{ql}{D} \quad (7)$$

і

$$C_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{ql^2}{D} \quad (8)$$

З урахуванням встановлених співвідношень, рівняння прогинів прямокутної пластини має вигляд:

$$w = \frac{1}{24} \cdot \frac{q}{D} \cdot x^4 - \frac{5}{48} \cdot \frac{q}{D} l x^3 + \frac{1}{16} \cdot \frac{q}{D} l^2 x^2. \quad (9)$$

Величину циліндричної жорсткості пластини визначимо як в [15, 17] за виразом:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (10)$$

де E – модуль пружності, Па;

h – товщина пластини, м;

ν – коефіцієнт Пуассона.

Досліджуючи деформаційний стан пластини (рис. 1б), з урахуванням третього допущення Кірхгофа [11, 12] співвідношення узагальненого закону Гука для компонент тензора деформацій набувають вигляду [15, 17]:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y), \quad (11)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x), \quad (12)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}, \quad (13)$$

де $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ – компоненти тензора деформацій;

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – напруження, що відповідають тензору деформацій.

Притому, компоненти тензору ε_x і ε_y виражають лінійні, а γ_{xy} – кутові деформації пластини.

Відомо [12, 15], що в перетинах, нормальних до осей X і Y , при вигині пластини в кожній точці проявляються згинальні моменти. Для визначення згинальних моментів виділимо з пластини елемент висотою h з розмірами dx і dy . До елементарних смужок шириною dz на гранях елемента прикладені сили $\sigma_x dydz$ та $\sigma_y dxdz$ (рис. 1б).

Згинальні моменти M_x і M_y , що діють в точках на гранях елемента в перетинах з

нормаллю x і y , відповідно визначимо, як моменти сил щодо осей X і Y , підсумовуючи їх по товщині пластини h (м), тобто:

$$M_x dy = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x z dy dz = dy \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x z dz \quad (14)$$

і

$$M_y dx = dx \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_y z dz \quad (15)$$

Моменти на одиницю довжини поперечного перерізу визначаються за виразами [15, 17]:

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_x z dz \quad (16)$$

і

$$M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_y z dz \quad (17)$$

Після відповідних перетворень отримаємо

$$M_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z^2 dz \quad (18)$$

і

$$M_y = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} z^2 dz. \quad (19)$$

Другі похідні $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$ і $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ у виразах (18) і (19) наближено виражають кривизни, які характеризують явище вигину пластини і показують, внаслідок чого в ній виникає напруження [17].

Інтеграл у виразах (18) і (19) являє собою осьовий момент інерції прямокутного перерізу одиничної ширини, тобто

$$I = \frac{1 \cdot h^3}{12} \quad (20)$$

Тоді, з урахуванням вищевикладеного, згинальні моменти в довільному перерізі пластини визначаються за виразами як в [12]:

$$M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (21)$$

і

$$M_y = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (22)$$

Відповідно, для пластини, що моделюється (ABCD), з урахуванням (9), моменти в довільному перерізі будуть відповідати

$$M_x = -\frac{1}{2} q x^2 + \frac{5}{8} q l x - \frac{1}{8} q l^2 \quad (21a)$$

і

$$M_y = \nu M_x \quad (22a)$$

Визначимо прогин балки прямокутного перерізу. Для цього розділимо пластину ABCD уздовж осі X на нескінченне число балок-смужок одиничної ширини, виділеної

в межах розглянутої вище пластини. Вважаємо, що довжина кожної балки залишається постійною і дорівнює l (м) (рис. 2). Балки знаходяться в однакових умовах. Розглянемо балку з жорстко затисненою опорою А і шарнірно-рухомою опорою В. Балка АВ довжиною l (м) завантажена рівномірно розподіленим навантаженням q (Н/м) (рис. 2).

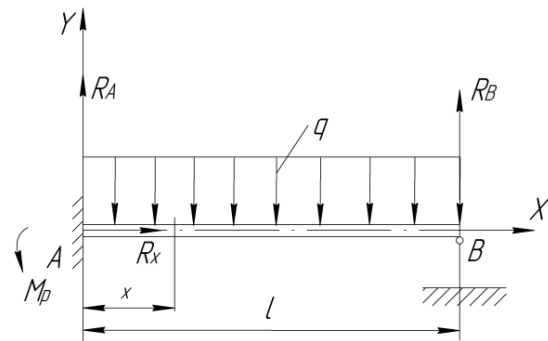


Рис. 2. Розрахункова схема до вирішення статично невизначеної задачі прогину покрівлі вугільного пласта у вигляді моделі балки одиничної ширини прямокутного перетину: R_A , R_B , R_X – реакції опори балки, Н; M_p – момент в місці затиснення, Н·м; l – довжина балки, м; q – рівномірно розподілене навантаження, Н/м.

У жорсткій опорі А модельованої балки діє реактивний момент M_p (Н·м) і реакції опор: R_A (Н), направлена по осі Y і R_X (Н), направлена по осі X . В опорі В – реакція опори R_B (Н) (рис. 2).

Визначимо реакцію опори R_B (Н). Згідно до рекомендацій [8, 9] при видаленні опори В, прогин модельованої балки можна визначити за виразом:

$$y_1 = -\frac{q l^4}{8 E I} \quad (23)$$

При навантаженні балки невідомою силою X_B (Н), прогин визначається за виразом [8, 11]:

$$y_2 = \frac{X_B l^3}{3 E I} \quad (24)$$

У разі, коли вертикальне переміщення опори В дорівнює нулю, сума прогинів (23) і (24) так само дорівнює нулю, а отже:

$$-\frac{q l^4}{8 E I} = \frac{X_B l^3}{3 E I} \quad (25)$$

Тоді з (25) знаходимо:

$$X_B = \frac{3}{8} q l \quad (26)$$

Досліджуємо модельовану систему як статично визначену балку. Визначимо вигляд виразу для визначення реакції в затис-

неній опорі R_A (Н) і величину реактивного моменту M_p (Н·м) в закладенні. Для цього запишемо умову рівноваги системи в наступному вигляді:

$$\sum y = 0, R_A - ql + R_B = 0 \quad (27)$$

і

$$\sum M_A = 0, -M_p + ql^2 - R_B l = 0 \quad (28)$$

З (27) знаходимо:

$$R_B = -\frac{5}{8}ql \quad (29)$$

А з (28)

$$M_p = \frac{ql^2}{8} \quad (30)$$

Визначимо величину максимального прогину балки. Для системи, що моделюється, рівняння пружної лінії можна записати у вигляді:

$$y(x) = -\frac{M_p x^2}{2} + \frac{R_A x^3}{6} - \frac{qx^4}{24} \quad (31)$$

Диференціюючи рівняння (31) і прирівнюючи отриманий вираз до нуля, визначимо значення x , якому буде відповідати величина максимального прогину балки $y_{\max}$ (м). Отримаємо:

$$-\frac{ql^2}{8}x + \frac{5}{16}qlx^2 - \frac{qx^3}{6} = 0. \quad (32)$$

З (32) визначимо вигляд виразу для визначення x , тобто:

$$-\frac{x^2}{3} + \frac{5}{8}lx - \frac{l^2}{4} = 0$$

або

$$-x^2 - \frac{15}{8}lx - \frac{3}{4}l^2 = 0. \quad (33)$$

З (33) отримаємо:

$$x = \frac{15 \pm 5,74}{16} \cdot l.$$

Стосовно до модельованої системи, реальним буде корінь

$$x = 0,579 l. \quad (34)$$

Використовуючи метод початкових параметрів [20] і з урахуванням того, що в опорі А $y = 0$, маємо

$$y(x) = -\frac{M_p x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} - \frac{qx^4}{24EI}. \quad (35)$$

Підставляючи (34) в (35) отримаємо:

$$y_{\max} = -\frac{ql^4}{185EI}. \quad (36)$$

З урахуванням виразів (29) і (30) рівняння прогину модельованої балки має вигляд:

$$y(x) = \frac{1}{24} \frac{q}{EI} x^4 - \frac{5}{48} \frac{q}{EI} lx^3 + \frac{1}{16} \frac{q}{EI} l^2 x^2. \quad (37)$$

При порівнянні виразів (9) і (37) видно, що циліндрична жорсткість пластини D

(Н·м) відрізняється від жорсткості балки EI (Н·м²) прямокутного перетину, значенням $(1 - \nu^2)$. Очевидним є те, що величина D грає ту ж роль, що і добуток EI у формулі вигину балки одиничної ширини [11].

Для порівняння розглянемо прогин жорсткої прямокутної пластини (розмір: $a \times l \times h = 100 \text{ м} \times 8,0 \text{ м} \times 1,0 \text{ м}$) і балки одиничної ширини (розмір: $l \times h \times b = 8,0 \text{ м} \times 1,0 \text{ м} \times 1,0 \text{ м}$), які мають однакові умови закріплення опор. Параметри для розрахунків: $E=12,4 \text{ ГПа}$, $q=2,1 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$, $\nu=0,22$.

У табл. 1 наведені дані щодо прогину прямокутної пластини w (м) і балки y (м) прямокутного поперечного перерізу одиничної ширини при дії розподіленого навантаження.

З наведених даних видно, що величини прогинів w (м) і y (м) модельованій пластині і балці відрізняються на 5...6% (табл. 1).

Таблиця 1. Дані щодо прогину прямокутної пластини w (м) і балки y (м) товщиною $h = 1,0 \text{ м}$ при дії рівномірно розподіленого навантаження

$x, \text{м}$	0	2	4	6	8
$w, \text{м}$	0	0,019	0,041	0,035	0
$y, \text{м}$	0	0,02	0,043	0,037	0

Визначимо величину максимального прогину $w_{\max}$ (м) прямокутної пластини АВ-CD і $y_{\max}$ (м) балки АВ. Для цього використовуємо вирази (9) і (37) з координатою $x = 0,579 \cdot l = 4,6 \text{ м}$. У цьому випадку, після підстановки значення x у вирази (9) і (37) отримаємо

- для прямокутної пластини:

$$w_{\max} = 0,045 \text{ м},$$

- для балки:

$$y_{\max} = 0,047 \text{ м}.$$

Різниця між отриманими значеннями становить 4,4 %.

На рис. 3 наведені графіки зміни величини прогину w (м) прямокутної пластини і y (м) балки прямокутного поперечного перерізу одиничної ширини.

З наведених графіків можна побачити, що при $l=8,0 \text{ м}$ і $h=1,0 \text{ м}$, на відстані $l=6 \text{ м}$ від опори А, прогин пластини дорівнює $w=0,045 \text{ м}$, а прогин балки $y=0,047 \text{ м}$ (рис. 3).

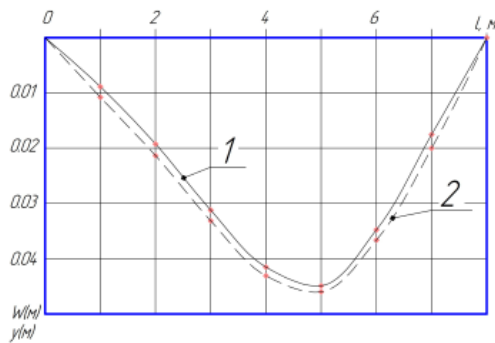


Рис. 3. Графіки зміни величин прогину w (м) прямокутної пластини (1) і балки y (м) симетричного перетину (2) при товщині $h = 1,0$ м і $l = 8,0$ м від дії рівномірно розподіленого навантаження.

Визначимо значення реактивного моменту M_A (Н·м) для модельованої пластини і балки. Використовуючи вирази (21а), (22а) та (30) при $x=0$ в опорі А маємо:

- для прямокутної пластини

$$M_x = \frac{1}{8}ql^2 \quad (38)$$

$$M_y = \frac{1}{32}ql^2 \quad (39)$$

- для балки

$$M_x = \frac{1}{8}ql^2 \quad (40)$$

$$M_y = 0 \quad (41)$$

На рис. 4 представлена розрахункова схема до визначення прогину в породах покрівлі вугільного пласта у вигляді моделі пластини та балки.

Розглянемо плиту ABCD, яка по кромці AD і BC має шарнірне обпирання (рис. 4а).

При $q=\text{const}$, $x=0$ і $x=l$, рівняння прогинів можна представити у вигляді:

$$w = \frac{qx^4}{24D} + C_1x^3 + C_2x^2 + C_3x + C_4. \quad (42)$$

Для визначення постійних інтегрування використовуємо граничні умови пластини, що моделюється:

- при $w(0)=0$, $C_4 = 0$,
- при $w''(0)=0$, $C_2 = 0$,
- при $w(l)=0$, $C_3l + C_1l^3 + \frac{ql^4}{24D} = 0$,
- при $w''(l)=0$, $6C_1 + \frac{ql^2}{2D} = 0$.

З розглянутих умов випливає, що

$$C_1 = -\frac{ql}{12D} \text{ і } C_3 = \frac{ql^3}{24D}.$$

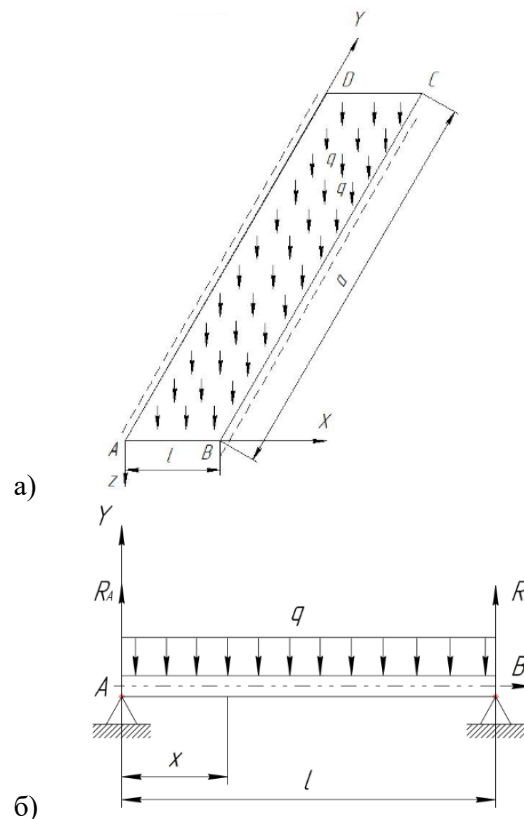


Рис. 4. Розрахункова схема до визначення прогину в породах покрівлі вугільного пласта, представлена у вигляді моделі а) пластини і б) балки однієї ширини прямокутного поперечного перерізу з шарнірними опорами: b – довжина пластини, м; l – ширина пластини, м; q – рівномірно розподілене навантаження, Н/м; R_A, R_B – реакція опор А і В, Н.

З урахуванням встановлених виразів, рівняння прогинів прямокутної пластини можна представити у вигляді

$$w = \frac{ql^4}{24D} \left(\frac{x}{l} - 2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right). \quad (43)$$

При $x = \frac{l}{2}$ вираз (43) дозволяє встановити величину максимального прогину пластини:

$$w_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{D} \quad (44)$$

Моменти в модельованій пластині визначаються з урахуванням рекомендацій [15] за виразами:

$$M_x = v \frac{qx(l-x)}{2} \quad (45)$$

і

$$M_y = \frac{qx(l-x)}{2} \quad (46)$$

Для модельованої однопрогінної балки АВ, навантаженої на прогоні рівномірно розподіленим навантаженням q (Н/м) (рис. 4б), визначимо вигляд рівняння прогину.

Згідно [20], в силу симетрії навантаження, реакції опор однакові і рівні:

$$R_A = R_B = \frac{ql}{2}.$$

Розміщуємо модельовану балку в системі координат і для перетину X записуємо значення згинаючого моменту [20]

$$M_x = \left(\frac{ql}{2}\right)x - \frac{qx^2}{2} \quad (47)$$

Для балок постійного перерізу рівняння, що виражає залежність між прогином балки і діючими на неї зовнішніми силами і моментами, можна записати у вигляді диференціального рівняння [11, 12, 18, 19]

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{M_x}{EI}. \quad (48)$$

Після першого інтегрування (48) отримаємо

$$y'(x) = \frac{1}{EI} \int M_x dx = \frac{1}{EI} \int \left(\frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}\right) dx = \frac{qlx^2}{4EI} - \frac{qx^3}{6EI} + C. \quad (49)$$

Після другого інтегрування:

$$y(x) = \int \left(\frac{qlx^2}{4EI} - \frac{qx^3}{6EI} + C\right) dx = \frac{qlx^3}{12EI} - \frac{qx^4}{24EI} + Cx + D. \quad (50)$$

З умов на опорах модельованої балки АВ, коли при $x=0$, $y_A=0$ при $x=l$, $y_B=0$, визначимо постійні інтегрування C і D .

За умови (49) $D=0$.

З (50), коли:

$$\frac{ql^4}{12EI} - \frac{ql^4}{24EI} + cl = 0, \quad c = -\frac{ql^3}{24EI}. \quad (51)$$

З урахуванням (50) та (51), коли $D=0$, рівняння прогинів модельованої балки набуде вигляду:

$$y(x) = \frac{qlx^3}{12EI} - \frac{qx^4}{24EI} - \frac{ql^3x}{24EI}. \quad (52)$$

Найбільший прогин виникає в середині прогону, а значить при координаті $x = \frac{l}{2}$ рівняння (52) дозволяє визначити вигляд виразу для максимального прогину балки

$$y_{max} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI}. \quad (53)$$

У табл. 2 наведені дані про прогин прямокутної пластини w (м) і балки y (м) одиничної ширини з шарнірними опорами при дії рівномірно розподіленого навантаження.

З наведених даних видно, що прогини w (м) і y (м) модельованої пластини і балки з шарнірними опорами відрізняються один від одного на 4...5% (табл. 2).

Таблиця 2. Дані про прогин прямокутної пластини w (м) і балки y (м) товщиною $h = 1,0$ м при дії рівномірно розподіленого навантаження.

$x, \text{м}$	0	2	4	6	8
$w, \text{м}$	0	0,073	0,103	0,073	0
$y, \text{м}$	0	0,076	0,108	0,076	0

На рис. 5 наведені графіки зміни величини прогину w (м) прямокутної пластини і y (м) балки одиничної ширини з шарнірними опорами.

З наведених графіків видно, що при $l=12$ м та $h=2,0$ м, величина максимального прогину ($w=0,064$ м і $y=0,069$ м) фіксується в середині прогону, коли $x = \frac{l}{2}$ (рис. 5).

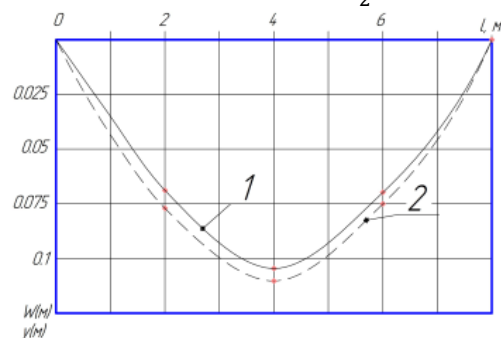


Рис. 5. Графіки зміни величин прогину w (м) прямокутної пластини (1) і балки y (м) симетричного перетину (2) з шарнірними опорами при товщині $h = 1,0$ м і $l = 8,0$ м від дії рівномірно розподіленого навантаження.

При зміні кута нахилу імітованої пластини, напрямок дії зовнішньої сили на одиничну полосу також змінюється. В цьому випадку прогин розкладається на дві складові y_x та y_y . Величина повного прогину балки y , визначається за виразом [8]

$$y = \sqrt{y_x^2 + y_y^2}, \quad (54)$$

де y_x – прогин балки у напрямку осі X, м; y_y – прогин балки у напрямку осі Y, м, коли геометрично додаються деформації балки від плоских вигинів у взаємно перпендикулярних площинах.

Положення площини згину, тобто напрямок переміщення центру ваги перетину (рис. 6), визначається кутом γ за виразом

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{y_x}{y_y} = \left(\frac{h}{b}\right)^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

де α – кут нахилу силової лінії відносно осі Y , град.

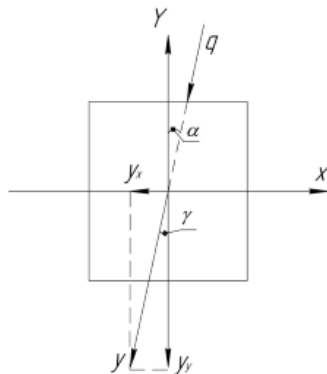


Рис. 6. Напрямок силової площини і площини прогинів при згині балки, яка має симетричний перетин: γ – положення площини згину, град.; α – положення силової площини, град.

Використовуючи рекомендації зазначені в [9, 11], вираз (36) набуває вигляду

$$y_{\max} = -\frac{gl^4}{185EI} \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \sin^2 \alpha}, \quad (55)$$

а вираз (53)

$$y_{\max} = -\frac{5}{384} \cdot \frac{gl^4}{EI} \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \sin^2 \alpha}. \quad (56)$$

При $h=b$, тобто симетричному перетині балки

$$\sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \sin^2 \alpha} = 1.$$

У цьому випадку вирази (55) і (56) подібні виразам (36) і (53).

Закінчуючи трактування результатів досліджень, слід зазначити, що основне завдання дослідження стійкості бічних порід в вуглепородному масиві, що вміщує виробки, полягало в тому, щоб за заданими діючими на покрівлю вугільного пласта зовнішніми силами визначити її переміщення (прогини).

Обговорення результатів досліджень.

Вивчення згинаючих деформацій покрівлі в вуглепородному масиві при дії зовнішніх навантажень є важливим етапом розрахунків на стійкість гірничих виробок. При цьому точність таких розрахунків залежить від прийнятих допущень, вибору адекватної теорії граничного напруженого стану, тобто умов, в яких ці допущення справедливі. Все це зумовлює необхідність вивчення НДС бічних порід як деформованих тіл у взає-

мозв'язку з видом деформації, до якої схильний вантажотримальний елемент (покрівля вугільного пласта) певної геометричної форми (що призводить до моделі пластини або балки). Слід зазначити, що можливі різноманітні способи закріплення пластин і балок, що моделюють покрівлю вугільного пласта. Притому кожен вид опори накладає певні обмеження на переміщення деформованого тіла в тому місці, де вона (опора) розташовується. Точні рішення в аналітичній формі рівнянь теорії пружності при дотриманні граничних умов можливі лише в деяких окремих випадках навантаження і умов закріплення деформованих тіл.

Проведеними дослідженнями підтверджується, що при згині прямокутних пластин прогини є функціями двох незалежних змінних x і y в прямокутній системі координат. Пошук цієї функції зводиться до інтегрування диференціального рівняння 4-го порядку в частинних похідних, що зазвичай є складним завданням.

Зафіксовано, що при циліндричному згині пластин внутрішні силові фактори в поперечних перетинах деформованого твердого тіла визначаються як в балках, безпосередньо через зовнішнє навантаження. При цьому згини визначаються інтегруванням простого диференціального рівняння 2-го порядку.

Встановлено, що при $h=b$, тобто симетричному перетині балки, прогин останньої лежить в площині, кут нахилу якої співпадає з напрямом дії навантаження. При поділі пластини ABCD на смужки одиничної ширини, її жорсткість зменшується. Зі зменшенням жорсткості прогини смужок одиничної ширини збільшуються в середньому на 5% (табл. 1, 2, рис. 3, 5). Очевидним є те, що обмеженість деформацій в пластині стає причиною підвищеної жорсткості в порівнянні з еквівалентними балками одиничної ширини. При згині балок їх поперечні деформації при дії навантаження нічим не обмежуються.

Виходячи з цього, для спрощення розрахункових моделей, що застосовуються для оцінки стійкості покрівлі, пропонується пластину, яка має різний кут нахилу (рис. 1а, 4а) (як модель покрівлі вугільного пласта), уздовж короткої сторони розбивати на n смуг одиничної ширини. Смугу слід вирізати в тому перетині, в якому ставиться завдання визначення прогинів і переміщень.

Тоді смуга представляється балкою, що значно спрощує процедуру моделювання деформацій вигину покрівлі при дії зовнішніх навантажень (рис. 2, 4б). Модельована балка повинна мати симетричний перетин (рис. 6). Така балка розраховується як окремий елемент.

Описаний підхід, в залежності від умов, в яких знаходяться бічні породи, розглядаючи покрівлю вугільного пласта у вигляді моделі балки з різними варіантами опорних зв'язків, дає оцінку стану вантажотримального елемента з прийнятною величиною похибки. Таким чином, основне завдання дослідження НДС бічних порід в вуглепородному масиві, що вміщує виробки, яке полягає в тому, щоб за заданими діючими навантаженнями на покрівлю вугільного пласта визначити ті зміни форми, які вона зазнає при навантаженні, зводиться до розв'язання елементарними методами теорії пружності відповідної задачі у моделі балки.

Висновок.

При дослідженні згинаючих деформацій бічних порід у вуглепородному масиві, що вміщує виробки і для оцінки їх стійкості, зміни форми деформованої покрівлі та її переміщень під дією заданих зовнішніх навантажень доцільно вивчати на моделях, представлених у вигляді балок з симетричним перетином та різними варіантами опорних зв'язків. При цьому відхилення від моделі пластини знаходиться в межах 4...6%, що прийнятно стосовно гірничотехнічних задач.

Список літератури

1. Николин В.И., Подкопаев С.В., Малеев Н.В., Агафонов А.В. Снижение травматизма от проявления горного давления. Донецк: Норд Пресс, 2005. 324 с.
2. Зборщик М.П., Подкопаев С.В. Механизм повышения устойчивости кровли в лавах при применении закладки выработанного пространства *Уголь Украины*. 1992. №5. С. 20-23.
3. Podkopaiev S., Gogo V., Yefremov I., Kipko O., Iordanov, Simonova Yu. Phenomena of stability of the coal seam roof with a yielding support. *Mining of Mineral Deposits*. 2019. Volume 13, Issue 4. P. 28-41/ DOI: <https://doi.org/10.33271/mining13.04.028>
4. Шашенко А.Н., Пустовойтенко В.П., Сдвижкова Е.А. Геомеханика. Киев: Новый друк, 2016. 528 с.
5. Черняев В.И. Расчет напряжений и смещений пород при разработке свиты пластов. Киев: Техника, 1978. 150 с.

6. Трач В.М., Подворный А.В. Опір матеріалів (спеціальний курс), теорія пружності та пластичності. Київ: Каравела, 2016. 434 с.
7. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. Москва: Наука, 1979. 560 с.
8. Опір матеріалів. Підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. За ред. Г. С. Писаренка Київ: Вища школа, 1993. 655 с.
9. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. 10-е изд., перераб. и доп. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. Т. 2. 592 с.
10. Руппенейт К.В., Либрман Ю.М. Введение в механику горных пород. Москва: Госгортехиздат, 1960. 355 с.
11. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. Санкт-Петербург: Издательство Лань, 2002. 672 с.
12. Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки. / пер. с англ. Э. И. Григолюк. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 568 с.
13. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. 2nd edition. New York: McGraw-Hill, 1959. 580 p.
14. Жилин П.А. О теориях пластин Пуассона и Кирхгофа с позиций современной теории пластин. *Механика твердого тела*. 1992 №3 С.48–64.
15. Монахов В.А. Теория пластин и оболочек. Пенза: ПГУАС, 2016. 252 с.
16. Reddy J.N. Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells. 2nd Edition. — CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007. 547 p.
17. Огибалов П.М. Пластинки и оболочки. Москва: МГУ, 1968. 695 с.
18. Елисеев В.В. Механика упругих тел. Санкт-Петербург: Изд-во СПбГПУ, 2003. 336 с.
19. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва: Наука, 1979. 744 с.
20. Кочетов В.Т., Кочетов М.В., Павленко А.Д. Сопротивление материалов. Санкт-Петербург: БХВ, 2004. 544 с.
21. Кончковский З. Плиты. Статические расчеты / пер. с польск З. Кончковский. Москва: Стройиздат, 1984. 480 с

References

1. Nikolin, I.V. Podkopaiev, S.V., Agafonof, A.V. (2005). *Snizheniye travmatizma ot proyavleniya gornogo davleniya*. Donetsk: Nord-press. (in Russian)
2. Zborshchik, M.P., Podkopaiev, S.V. (1992). *Mekhanizm povysheniya ustoychivosti krovli v lavakh pri primenenii zakladki vyrobotannogo prostranstva*. *Ugol' Ukrainy*, 5, 20-23. (in Russian)
3. Podkopaiev, S., Gogo, V., Yefremov, I., Kipko, O., Iordanov, I., Simonova, Yu. (2019). Phenomena of stability of the coal seam roof with a yielding support. *Mining of Mineral Deposits* 13 (4), 28-41/ doi.: 10.33271/mining13.04.028
4. Shashenko, A.N., Pustovoytenko, V.P., Sdvizhykova, E.A. (2016). *Heomekhanika*. Kyiv: Novyy dru. (in Russian)
5. Chernyayev, V.I. (1978). *Raschet napryazheniy i smeshcheniy porod pri razrabotke svity plastov*. Kyiv: Tekhnika. (in Russian)
6. Trach, V.M., Podvornyy, A.V. (2016) *Opir materialiv (spetsial'nyy kurs), teoriya pruzhnosti ta plastychnosti*. Kyiv: Karavela. (in Ukrainian)

7. Timoshenko, S. P., Gud'yer, Dzh. (1979) *Teoriya uprugosti*. Moskva.: Nauka. (in Russian)
8. Pidruchnyk, H., Pysarenko, O., Kvitka, E., Umans'kyi. Za red. H. S. Pysarenka (1993) *Opir materialiv*. Kyiv: Vyshcha shkola. (in Ukrainian)
9. Feodos'yev, V. I. (1999). *Soprotivleniye materialov: Uchebnik dlya vuzov. — 10-ye izd., pererab. i dop.* Moskva : Izd-vo MGUTU im. N. E. Bauman. T. 2. (in Russian)
10. Ruppeneyt K.V., Liberman YU.M. (1960) *Vvedeniye v mekhaniku gorn'nykh porod. — Moskva: Gosgortekhnizdat* (in Russian)
11. Timoshenko, S.P., Gere, Dzh. (2002) *Mekhanika materialov*. Sankt-Peterburg.: Izd-vo Lan' Gosgortekhnizdat (in Russian)
12. Donnell, L.G. (1982) *Balki, plastiny i obolochki*. Per. s angl. Pod red. E. I. Grigolyuka. Moskva: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury Gosgortekhnizdat (in Russian)
13. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. (1959) *Theory of Plates and Shells. 2nd edition*. New York: McGraw-Hill/ (in Russian)
14. Zhilin, P.A. (1992). O teoriyakh plastin Puassona i Kirkhgofo s pozitsiyi sovremenno teorii plastin. *Mekhanika tverdogo tela*, №3, 48–64. (in Russian)
15. Monakhov, V.A. (2016.) *Teoriya plastin i obolochek*. Penza: PGUAS. (in Russian)
16. Reddy, J.N. (2007). *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells. 2nd Edition*. CRC Press, Taylor & Francis Group. (in Russian)
17. Ogibalov, P.M. (1968). *Plastinki i obolochki* Moskva: MGU. (in Russian)
18. Yeliseyev, V.V. (2003). *Mekhanika uprugikh tel*. Sankt-Peterburg (in Russian)
19. Rabotnov, YU.N. (1979). *Mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela. — Moskva: Nauka* (in Russian)
20. Kochetov, V.T., Kochetov, M.V., Pavlenko A.D. (2004). *Soprotivleniye materialov*. Sankt-Peterburg. ISBN 5-94157-484-3. (in Russian)
21. Konchkovskiy, Z. Plity. (1984)/ *Staticheskiye raschety* / Z. Konchkovskiy: per. s pol'sk. Moskva: Stroyizdat. (in Russian)

Надійшла до редакції 23.04.2021

Рецензент д-р. техн. наук, проф. С.В. Сукач.

Агафонов Олександр Васильович – директор проектного і науково-дослідного центру ПрАТ "Донецьксталь" (вул. Торгівельна, буд. 106А, м. Покровськ, Донецька обл., 85300, Україна).

Ченіга Дар'я Анатоліївна - кандидат технічних наук, доцент кафедри «Розробка родовищ корисних копалин» Державного вищого навчального закладу «Донецький національний технічний університет» (пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, 85300, Україна).

Положий Антон Віталійович – аспірант кафедри розробка родовищ корисних копалин, Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», (пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, Донецька обл., 85300, Україна).

E-mail: anpolozhii@gmail.ru

Бессараб Ірина Миколаївна – аспірант кафедри управління гірничим виробництвом, Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», (пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, Донецька обл., 85300, Україна).

E-mail: chornoknyzhna.iryana@donntu.edu.ua

Король Антон В'ячеславович – інженер, ВСП «Шахтоуправління «Добропільське» ТОВ «ДТЕК Добропіллявугілля» (вул. Київська, 1, м. Добропілля, Донецька обл., 85300, Україна).

E-mail: akorolv2017@gmail.com

Петренко Андрій Віталійович – асистент кафедри «Розробка родовищ корисних копалин», Державний вищий навчальний заклад «Донецький національний технічний університет», (пл. Шибанкова, 2, м. Покровськ, Донецька обл., 85300, Україна).

E-mail: andrii.petrenko@donntu.edu.ua

Ткачук Олександр Миколайович – головний інженер СО ПАТ «Донбасенерго» «Електроремонт» (вул. Січових Стрільців, 9, м. Миколаївка, Донецька обл., 84180, Україна).

SUBSTANTIATION FOR SIMPLIFICATION OF CALCULATION MODELS FOR ASSESSMENT OF THE STABILITY OF ROOF ROCKS

Purpose. Substantiation of expediency and admissibility of use of the simplified calculation models of a coal seam roof for an estimation of its stability under the action of external loadings.

Methods. To achieve this purpose, the studies have been performed using the basic principles of the theory of elasticity and bending of plates, in which the coal seam roof is represented as a model of a rectangular plate or a beam with a symmetrical cross-section with different support conditions.

Results. To substantiate and select methods for studying the bending deformations of the roof in the coal massif containing the main gates, the three-dimensional base plate model and the beam model are compared, taking into account the kinematic boundary conditions and the influence of external distributed load. Using the theory of plate bending, the equations for determining the deflections of the coal seam roof in three-dimensional basic models under certain assumptions have a large dimension. After the conditional division of the plate into beams of unit width and symmetrical section, when describing the normal deflections of the middle surface of the studied models, the transition from the partial derivative equation to the usual differential equations is carried out. In this case, the studies of bending deformations of roof rocks are reduced to solving a flat problem in the cross-section of the beam. A comparison of solutions obtained by the methods of the three-dimensional theory of elasticity and strength of materials was performed. For a beam with a symmetrical section, the

deflection lies in a plane whose angle of inclination coincides with the direction of the applied load. The calculations did not take into account the difference between the intensity of the surface load applied to the beam. Differences in determining the magnitude of the deflections of the roof in the model of the plate concerning the model of the beam reach 5%, which is acceptable for mining problems.

Scientific novelty. *To study the bending deformations and determine the magnitude of the roof deflection in models under external uniform distributed load, placed within the simulated plate, a strip of unit width was selected, which has a symmetrical cross-section and is a characteristic component of the plate structure and it is considered as a separate load-bearing element with supports, the cross-sections of this element is remained flat when bending. The deflection of such a linear element is described by the differential equations of the bent axis of the beam without taking into account the integral stiffness of the model, and the vector of its complete displacement coincides with the vector of the force line.*

Practical significance. *In the laboratory, to study the bending deformations and their impact on the stability of the coal seam roof under external loads, it is advisable to use a model of a single width beam with a symmetrical section with supports, the type of which is determined by rock pressure control and secondary support of the main gate at the extraction layout of the coal mine.*

Keywords: roof, coal seam, deformation, plate, beam, load, displacement, solid

Ahafonov Oleksandr – Director of the project and research center PJSC "Donetskstal" (str. Torgiveln, b.106A, Pokrovsk, Donetsk region, 85300, Ukraine)

Chepiga Daria – candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Public higher education institution Donetsk National Technical University (2, Shybankova square, Pokrovsk, Donetsk region, 85300, Ukraine).

E-mail: daria.chepiha@donntu.edu.ua

Polozhiy Anton – graduate student, Donetsk National Technical University, (2, Shybankova square, Pokrovsk, Donetsk region, 85300, Ukraine).

E-mail: anpolozhii@gmail.ru

Bessarab Iryna - graduate student of the Department of Mining Management, Donetsk National Technical University, (2, Shybankova square, Pokrovsk, Donetsk region, 85300, Ukraine).

E-mail: chornoknyzhna.iryana@donntu.edu.ua

Korol Anton – engineer, PSP "Dobropilske Mine Group" LLC "DTEK Dobropolyeugol", (1 Kyivska St., Dobropillia, Donetsk Region, 85003, Ukraine).

E-mail: akorolv2017@gmail.com

Petrenko Andriy – department assistant, Public higher education institution Donetsk National Technical University, (2, Shybankova square, Pokrovsk, Donetsk region, 85300, Ukraine).

E-mail: andrii.petrenko@donntu.edu.ua

Tkachuk Oleksandr – chief engineer Structural Unit of Public joint stock company "Donbasenergo" "Elektroremont" (9, Sich Riflemen, Mykolaivka, Donetsk region, 84180, Ukraine).