

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕХНІКИ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання курсової роботи
з дисципліни «Теорія електричних кіл»
(для студентів денної та заочної форм навчання
усіх спеціальностей)**

ПОКРОВСЬК – 2019

Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни «Теорія електричних кіл» (для студентів денної та заочної форм навчання усіх спеціальностей) / уклад. О.В. Вовна, І.С. Лактіонов. – Покровськ : ДонНТУ, 2019. – 36 с.

Методичні вказівки є практикумом з дисципліни «Теорія електричних кіл», у них викладено необхідні положення під час виконання курсової роботи, порядок виконання та завдання до курсової роботи, зміст пояснювальної записки.

Укладачі: Вовна О.В. – професор, д.т.н., зав. каф. електронної техніки.

Лактіонов І.С. – доцент, к.т.н., доцент каф. електронної техніки.

Рецензент Цололо С.О. – доцент, к.т.н., доцент каф. комп'ютерної інженерії.

Відповідальний за випуск: Вовна О.В. – завідувача кафедри електронної техніки, д.т.н., проф.

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ,
протокол № 10 від 28.05.2019 р.

Розглянуто на засіданні кафедри електронної техніки,
протокол № 11 від 16.05.2019 р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ.....	6
1 РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО ТА ЗМІННОГО СТРУМУ.....	7
1.1 Розрахунок електричних кіл постійного струму з одним нелінійним елементом.....	7
1.2 Розрахунок електричних кіл змінного струму під час дій синусоїдальної е.р.с.....	16
2 РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З ДЖЕРЕЛОМ НЕСИНУСОЇДАЛЬНОЇ Е.Р.С.....	22
3 РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ.....	27
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	35

ВСТУП

Метою виконання курсової роботи є закріплення в студентів практичних навичок розрахунків електричних цілей постійного та змінного струмів, охоплюються основні розділи: кола постійного та змінного струмів, кола з несинусоїдальними напругами та струмами, перехідні процеси в лінійних електричних колах. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

- раціонально вибирати методи аналізу електричних кіл в залежності від їх структури;
- володіти математичним апаратом під час проведення розрахунків;
- використовувати лінійні схеми заміщення під час розрахунку нелінійних кіл;
- використовувати засоби обчислювальної техніки під час проведення розрахунків.

Перед виконанням кожного завдання необхідно детальне вивчення лекційного матеріалу, рекомендованої літератури та методичних вказівок до цих завдань. Ці методичні вказівки містять матеріали курсової роботи.

Курсова робота оформляються відповідно до вимог ДСТУ 3008-2015. Графіки повинні бути виконані за допомогою графічних пакетів прикладних програм із вказівкою на осях координат, величин, що відкладаються, та одиниць їх вимірювання у системі СІ. Усі рисунки повинні бути пронумеровано та озаглавлено. Виконання курсової роботи повинно супроводжуватися необхідними поясненнями, а текст – обов'язковими посиланнями на рисунки та перелік використаної літератури. Обсяг пояснювальної записки від 25 до 30 сторінок надрукованих на принтері шрифтом Times New Roman 14, міжрядковий інтервал – 1,5, поля: 2,0 см зверху і знизу, 2,5 – зліва, 1,5 – справа.

Перетворення, що пов'язано з виводами аналітичних залежностей, повинні виконуватися у загальному вигляді, цифрові значення підставляються у кінцеві формули.

Оцінювання знань студента здійснюється за 100-бальною шкалою (див. табл. 1).

Таблиця 1 – Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для курсової роботи
90 – 100	відмінно
74 – 89	добре
60 – 73	задовільно
0 – 59	незадовільно

Розподіл максимальних балів, які студент може отримати за результатами виконання курсової роботи наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Шкала оцінювання для курсової роботи

Пояснювальна записка	Захист роботи	Максимальний бал
40	60	100

ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ

Варіанти завдань для виконання курсової роботи визначаються порядковим номером студента в журналі академічної групи. Для кожного завдання запропоновано по п'ять різних варіантів, які відрізняються між собою електричними колами. Типи схем визначаються таблицею 1, а дані для розрахунку вибираються на основі таблиці 2.

Таблиця 1 – Варіанти вибору схеми для розрахунку

Номер варіанта					Варіант даних
1	2	3	4	5	Схема № 1
6	7	8	9	10	Схема № 2
11	12	13	14	15	Схема № 3
16	17	18	19	20	Схема № 4
21	22	23	24	25	Схема № 5

Таблиця 2 – Варіанти даних для розрахунку електричних схем

Номер варіанта					Варіант даних
1	6	11	16	21	№ 1
2	7	12	17	22	№ 2
3	8	13	18	23	№ 3
4	9	14	19	24	№ 4
5	10	15	20	25	№ 5

1 РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО ТА ЗМІННОГО СТРУМУ

1.1 Розрахунок електричних кіл постійного струму з одним нелінійним елементом

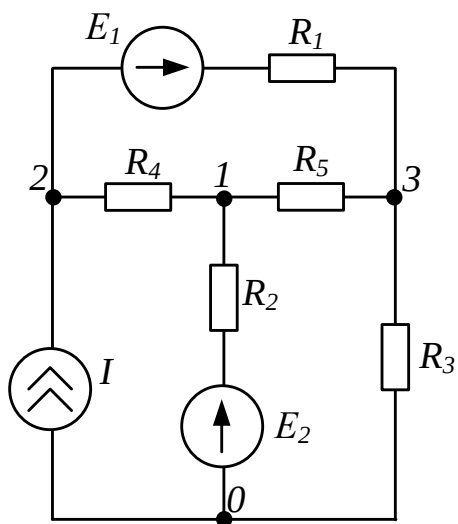
Для заданої згідно з таблицею варіантів (див. табл. 1) схемою (див. рис. 1.1) необхідно розрахувати струми в кожній гілці схеми, напруги між вузлами схеми, перевірити правильність розрахунків за допомогою балансу потужностей, визначити еквівалентний вхідний опір схеми щодо гілки з е.р.с. E_2 та резистором R_2 . Параметри елементів схеми вказано в таблиці 1.1, де $R(U)$ – нелінійний опір. Вольт-амперну характеристику нелінійного елемента задано виразом:

$$I = 0,0314 \cdot (e^{0,5U} - 1), \quad (1.1)$$

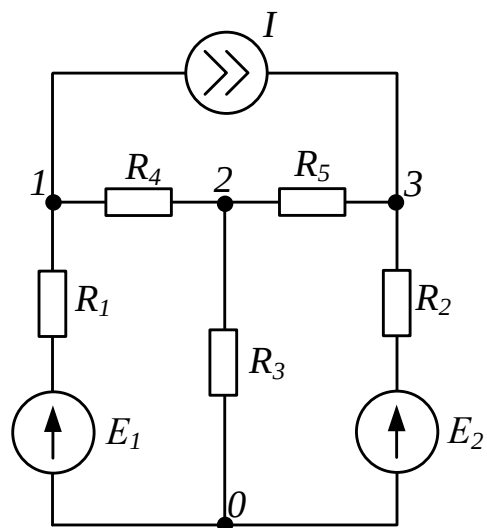
де I , А; U , В; $e = 2,718$.

Таблиця 1.1 – Варіант даних для розрахунку кіл постійного струму

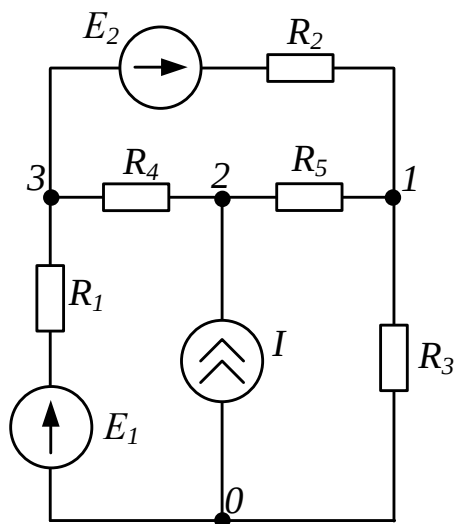
Варіант даних	E_1 , В	E_2 , В	I , А	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	R_5 , Ом
1	20	-12	0,3	$R(U)$	15	30	20	10
2	10	16	-0,5	10	$R(U)$	20	25	30
3	15	-16	0,5	20	10	$R(U)$	30	15
4	-15	12	0,7	15	20	25	$R(U)$	30
5	-10	9	0,6	25	10	20	30	$R(U)$



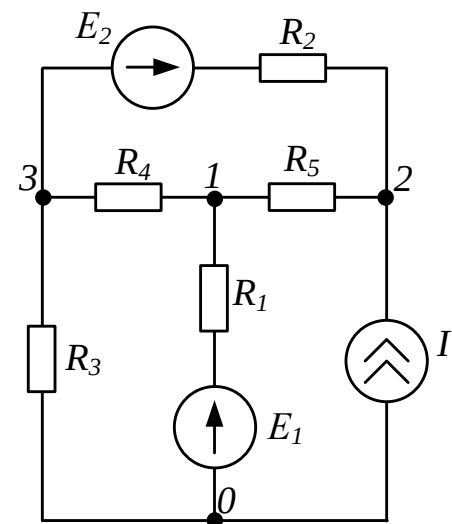
а) Схема № 1



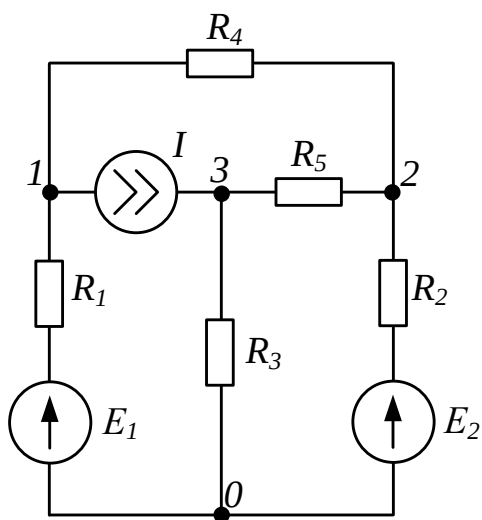
б) Схема № 2



в) Схема № 3



г) Схема № 4



д) Схема № 5

Рисунок 1.1 – Схеми для розрахунку електричних кіл постійного струму

У електричних колах, що містять один нелінійний елемент, для визначення струмів у всіх гілках схеми виникає необхідність визначити струм у гілці з нелінійним елементом. Після цього виконується заміна нелінійного елемента лінійним опором, величина якого дорівнює статичному опору нелінійного елемента. Потім будь-яким з методів розрахунку лінійних електричних кіл постійного струму визначаються струми в інших гілках схеми на основі того, що струм в гілці з нелінійним елементом вже відомий.

Для визначення струму в гілці з нелінійним елементом найбільш раціонально використовувати графоаналітичний метод розрахунку нелінійних кіл постійного струму. У відповідності з цим методом, відносно гілки з нелінійним елементом (див. рис. 1.2, а) всю іншу частину електричної схеми замінюють еквівалентним генератором (див. рис. 1.2, б).

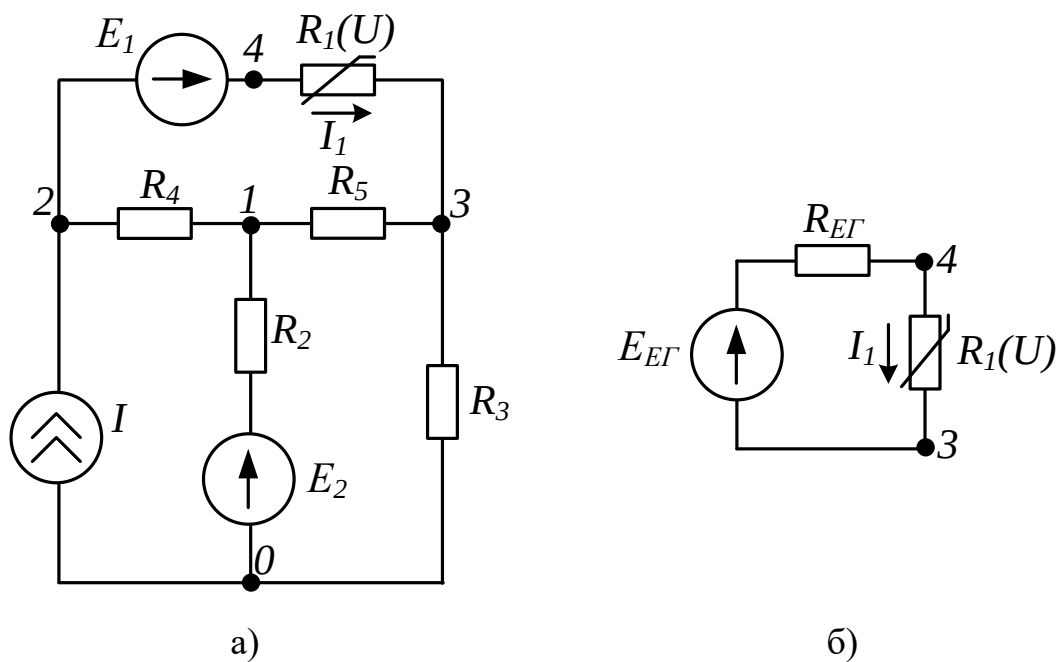


Рисунок 1.2 – Еквівалентні перетворення електричної схеми

Визначення струму в цій схемі виконується графоаналітичним методом за допомогою побудови лінії навантаження.

Параметри еквівалентного генератора (E_{EG} та R_{EG}) визначаються за вихідною схемою під час розмикання гілки з нелінійним елементом

(див. рис. 1.3, а). Е.р.с. еквівалентного генератора дорівнює напрузі холостого ходу між вузлами, до яких підключається гілка з нелінійним елементом: $E_{EG} = U_{43XX}$. Опір еквівалентного генератора визначається відносно вузлів 4 та 3 (див. рис. 1.3, б) за умови, що джерела напруги є коротко замкненими ($R_{BH}=0$), а джерела струму розімкнуті ($R_{BH}=\infty$): $R_{EG} = R_{43}$.

Опір еквівалентного генератора дорівнює:

$$R_{EG} = R_{43} = R_4 + \frac{R_5 \cdot (R_2 + R_3)}{R_5 + R_2 + R_3}.$$

Е.р.с. еквівалентного генератора визначається за формулою:

$$E_{EG} = U_{43XX} = E_1 + I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5.$$

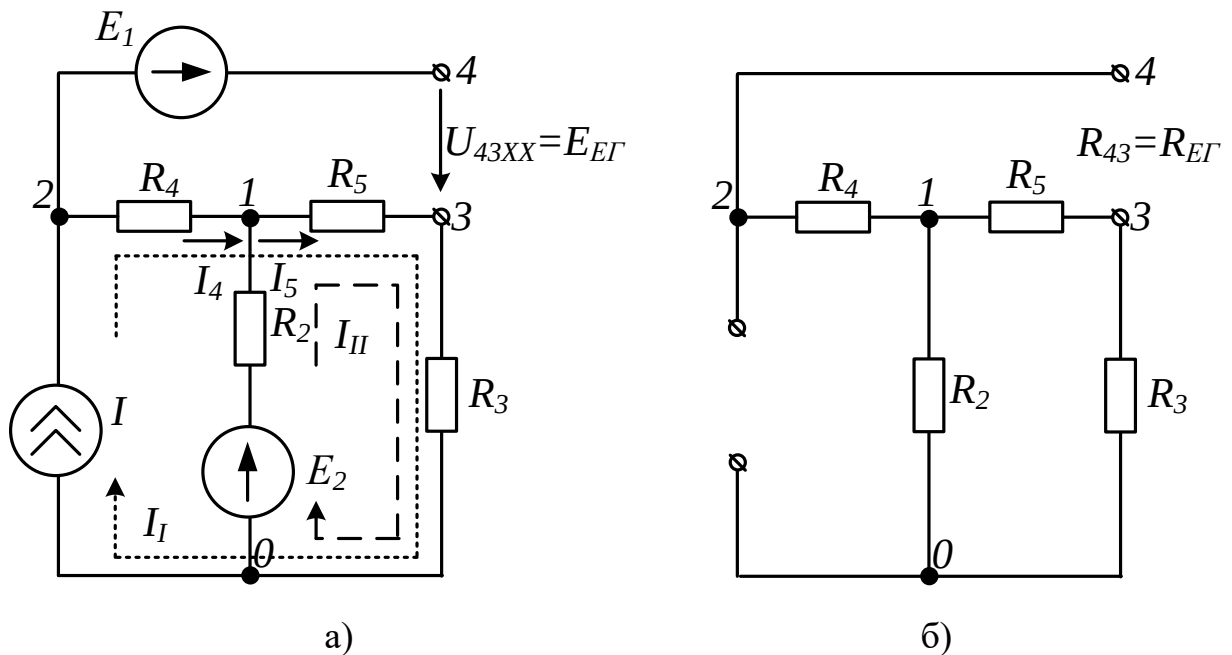


Рисунок 1.3 – Еквівалентні схеми для визначення E_{EG} (а) та R_{EG} (б)

Невідомі величини струмів I_4 та I_5 в схемі, яку наведено на рис. 1.3, а визначаються методом контурних струмів, система рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{cases} I_I = I; \\ I_{II} \cdot (R_2 + R_5 + R_3) + I_I \cdot (R_5 + R_3) = E_2. \end{cases} \quad (1.2)$$

Перший контурний струм (I_I) дорівнює струму джерела струмів (I). Під час розв'язання системи рівнянь (1.2) визначається величина контурного струму I_{II} :

$$I_{II} = \frac{E_2 - I \cdot (R_5 + R_3)}{R_2 + R_5 + R_3}.$$

Невідомі величини струмів I_4 та I_5 дорівнюють:

$$I_4 = I;$$

$$I_5 = I + I_{II}.$$

Величина е.р.с. еквівалентного генератора дорівнює:

$$E_{EГ} = U_{43XX} = E_1 + I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5.$$

Під час побудови вольт-амперної характеристики (ВАХ) нелінійного елемента використовують модуль напруги тому, що нелінійний елемент має симетричну щодо початку координат ВАХ. Для визначення струму нелінійного елемента графоаналітичним методом в одній системі координат будуються ВАХ нелінійного елемента та лінію навантаження у відповідності до рівняння:

$$E_{EГ} = I_{HE} \cdot R_{EГ} + U_{HE}.$$

Лінія навантаження (див. рис. 1.4) будується за точками її перетину з осями координат:

$I_{HE}=0$; $U_{HE}=E_{EG}$ – режим холостого ходу;

$U_{HE}=0$; $I_{HE}=E_{EG}/R_{EG}$ – режим короткого замикання.

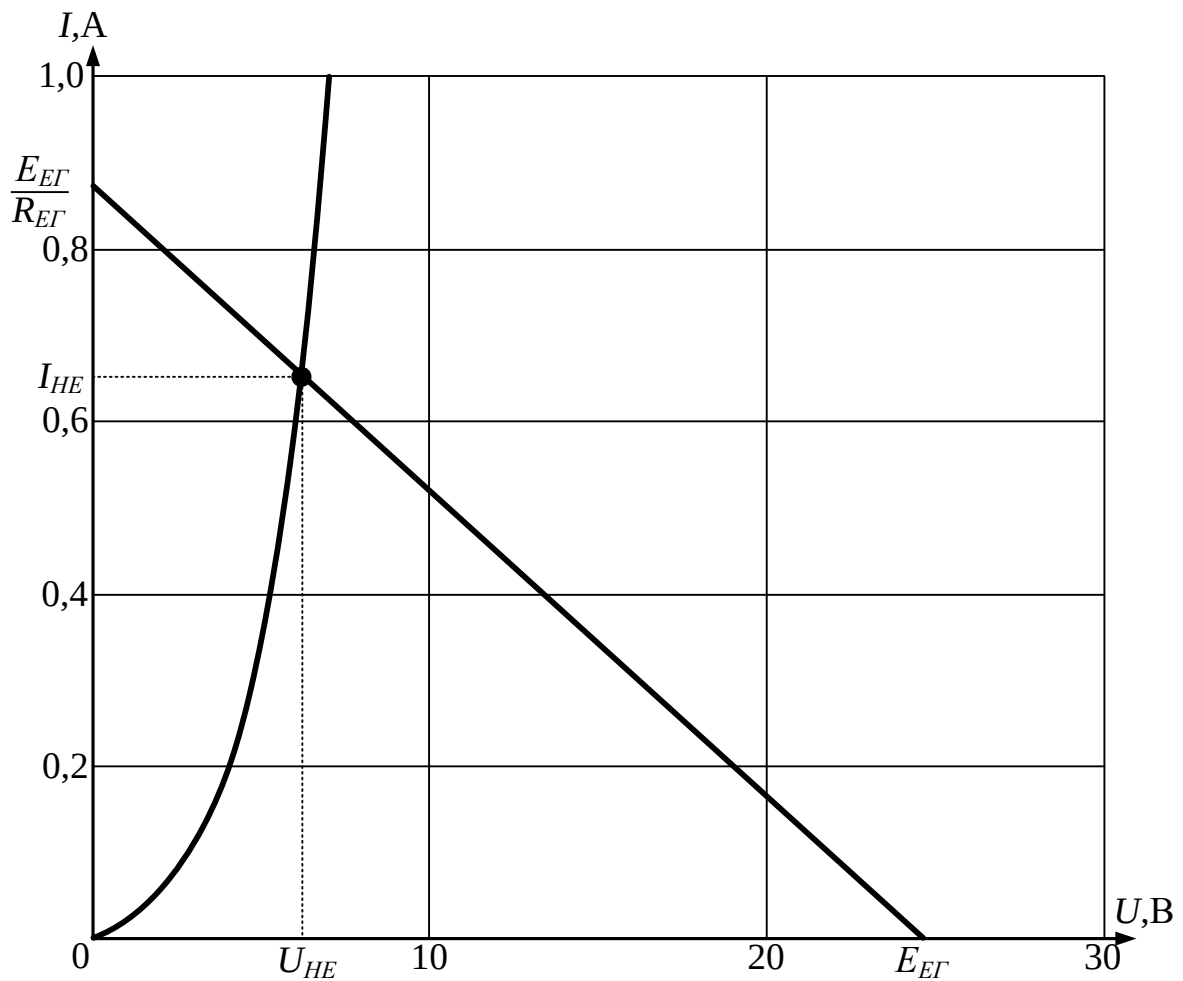


Рисунок 1.4 – ВАХ нелінійного елемента

Перетин лінії навантаження з ВАХ нелінійного елемента (див. рис. 1.4) визначає режим його роботи: I_{HE} та U_{HE} . У цій робочій точці нелінійний елемент можна замінити лінійним опором:

$$R_{HE CT} = \frac{U_{HE}}{I_{HE}},$$

отже, зробити електричну схему лінійної.

Визначення інших струмів у гілках електричної схеми виконується за допомогою методу контурних струмів, що дозволяє скласти мінімальну кількість рівнянь. У електричній схемі (див. рис. 1.5) після визначення робочої точки нелінійного елемента відомі струми в двох гілках схеми: в гілці з джерелом струму ($I_I = I$) та в гілці з нелінійним елементом ($I_{II} = I_1$). Вибираємо контур у електричній схемі (див. рис. 1.5) таким чином, щоб контурні струми збігалися з уже відомими.

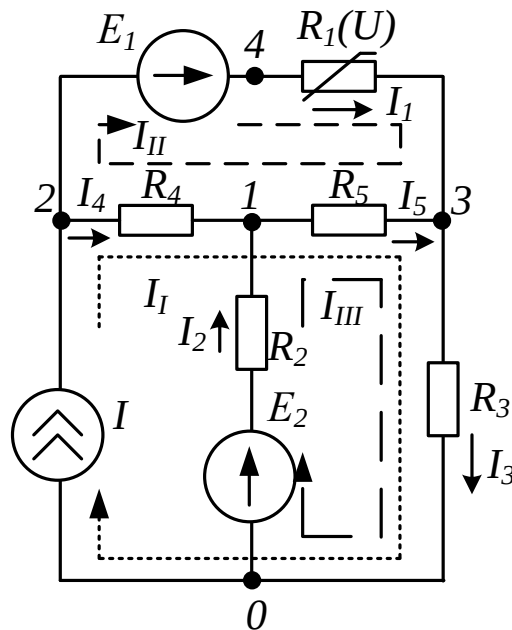


Рисунок 1.5 – Схема для розрахунку методом контурних струмів

Для визначення інших струмів необхідно скласти тільки одне рівняння для контуру з невідомим струмом:

$$\begin{cases} I_I = I; \\ I_{II} = I_1; \\ I_{III} \cdot (R_2 + R_5 + R_3) + I_I \cdot (R_5 + R_3) - I_{II} \cdot R_5 = E_2. \end{cases} \quad (1.3)$$

Під час розв'язання системи рівнянь (1.3) отримаємо величину контурного струму I_{III} :

$$I_{III} = \frac{E_2 - I \cdot (R_5 + R_3) + I_1 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_3}.$$

Величини струмів розраховуються за такими формулами:

$$I_1;$$

$$I_2 = I_{III};$$

$$I_3 = I_I + I_{III};$$

$$I_4 = I_I - I_{II};$$

$$I_5 = I_I + I_{III} - I_{II}.$$

Для знаходження падінь напруг між вузлами електричної схеми необхідно потенціал одного з вузлів прийняти таким, що дорівнює 0 (заземлити). Під час використання закон Ома для ділянки кола можна визначити потенціали кожного вузла, а потім і різницю потенціалів між вузлами. Напругу між вузлами можна також визначити, якщо для відповідної ділянки кола в замкнутому контур, що не містить джерел струму, записати другий закон Кіргофа для цього контуру.

Падіння напруги між вузлами схеми:

$$U_{20} = I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3;$$

$$U_{30} = I_3 \cdot R_3;$$

$$U_{10} = I_5 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3;$$

$$U_{21} = I_4 \cdot R_4;$$

$$U_{13} = I_5 \cdot R_5.$$

Під час складання рівняння балансу потужностей необхідно мати на увазі, що втрати потужності на активних опорах завжди позитивні:

$$P_{R_i} = I_i^2 \cdot R_i,$$

а потужність джерела е.р.с. може бути як позитивною, так і негативною. Якщо напрямок струму джерела збігається з напрямком напруги, то потужність джерела позитивна та джерело віддає енергію до кола. У іншому випадку, коли напрямок струму джерела не збігається з напрямком напруги, потужність джерела негативна, тобто джерело є споживачем потужності.

Потужність, що розсіюється на резисторах електричної схеми (див. рис.1.5), можна розрахувати за формулою:

$$P_{розс} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5.$$

Потужність, що споживається від джерел струму та напруги для електричної схеми (див. рис. 1.5), дорівнює:

$$P_{спож} = I_1 \cdot E_1 + I_2 \cdot E_2 + I \cdot U_{20}.$$

Якщо баланс потужностей сходиться, то параметри електричної схеми розраховано вірно.

Для визначення еквівалентного вхідного опору схеми відносно гілці з е.р.с. E_2 та резистором R_2 решту електричної схеми заміняють еквівалентним вхідним опором (див. рис. 1.6).

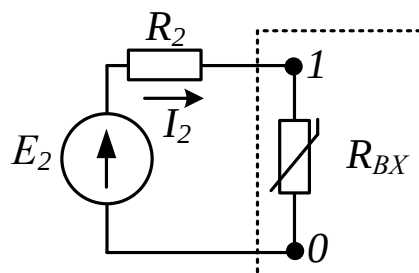


Рисунок 1.6 – Еквівалентні перетворення

Напруга на виводах вхідного опору дорівнює напрузі між вузлами, до яких підключена ця гілка. Тому вхідний опір визначається наступним чином:

$$R_{BX} = \frac{U_{10}}{I_1} = \frac{E_2 - I_2 \cdot R_2}{I_2}.$$

Вхідний опір може бути як позитивним, так і негативним. Останнє має місце в тому випадку, коли джерело E_1 працює в режимі споживання потужності.

2.2 Розрахунок електричних кіл змінного струму під час дій синусоїдальної е.р.с.

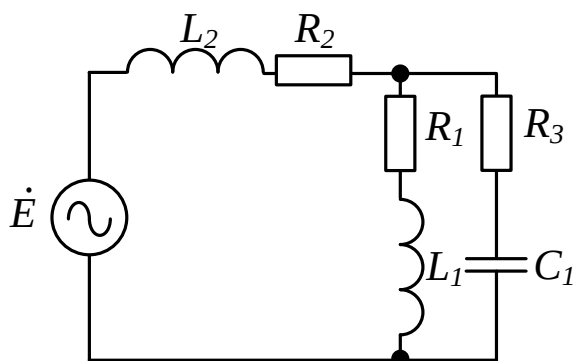
Для заданої згідно з таблицею варіантів (див. табл. 1) схемою (див. рис. 1.7) необхідно комплексним методом визначити: значення струмів у гілках схеми, активну та реактивну потужність на елементах кола та повну потужність, що віддається джерелом. За розрахованими значеннями побудувати векторну діаграму напруг і струмів для заданого електричного кола; визначити значення L_2 (або L_1), під час дії якого в колі настає резонанс. Параметри елементів електричної схеми наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Варіант даних для розрахунку кіл змінного струму

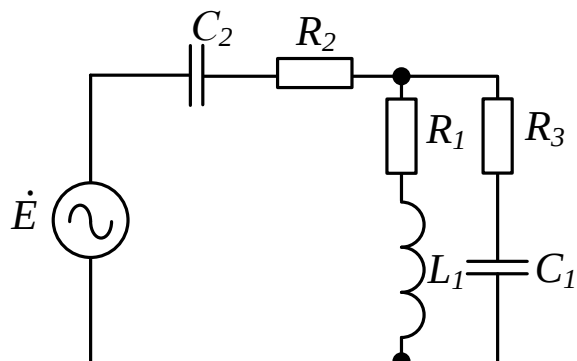
Варіант даних	U_m , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	L_1 , Гн	L_2 , Гн	R_3 , Ом
1	15	15	45	30	10	0,03	0,08	20
2	20	10	30	50	25	0,02	0,07	25
3	25	15	35	40	15	0,04	0,09	15
4	30	20	40	60	30	0,05	0,03	25
5	35	10	25	45	20	0,03	0,05	20

Напруга джерела змінюється за законом:

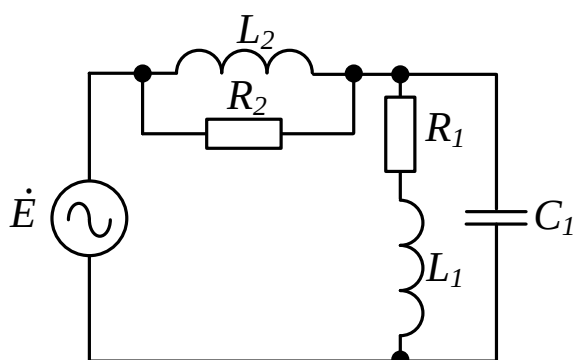
$$U(\omega t) = U_m \sin \omega t = U_m \sin 2\pi ft.$$



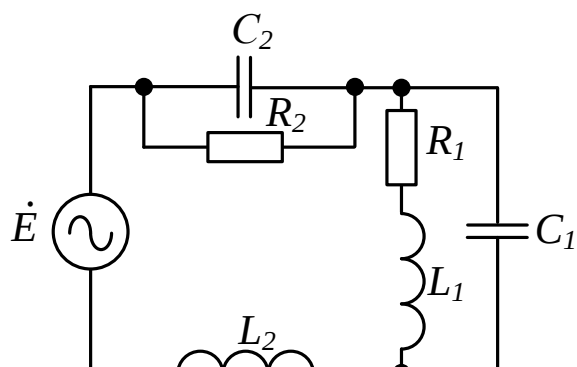
а) Схема № 1



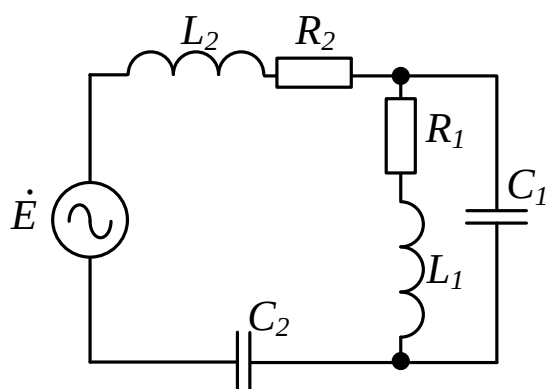
б) Схема № 2



в) Схема № 3



г) Схема № 4



д) Схема № 5

Рисунок 1.7 – Схеми для розрахунку електричних кіл змінного струму

Сутність комплексного методу розрахунку електричних кіл змінного струму полягає в тому, що під час використання комплексної форми запису напруг джерел і опорів ділянок електричного кола всі методи розрахунку кіл постійного струму застосовуються для кіл змінного струму. Тому на першому етапі виконання необхідно записати напругу джерела та опору ділянок кола в комплексній формі. Якщо напругу джерела задано без початкової фази, то доцільно вектор цієї напруги направити за дійсною віссю комплексної площини:

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = U.$$

Рекомендується під час розрахунку електричних кіл з синусоїдальними напругами та струмами використовувати діючі значення напруг і струмів. Опори ділянок електричного кола в комплексній формі розраховуються за такими формулами:

$$\begin{aligned} \underline{X}_L &= j\omega L; & R + \underline{X}_L &= R + j\omega L; \\ Z_1 &= \sqrt{R^2 + X_L^2}; & \varphi_1 &= \arctan \frac{\omega L}{R}; \\ \underline{X}_C &= \frac{1}{j\omega C}; & R + \underline{X}_C &= R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}; \\ Z_2 &= \sqrt{R^2 + X_C^2}; & \varphi_2 &= -\arctan \frac{1}{\omega RC}. \end{aligned}$$

Під час виконання операцій з комплексними числами додавання та віднімання зручно проводити в алгебраїчній формі запису, а множення та ділення — в показовій. Усі одержані величини в комплексній формі рекомендується записувати відразу як в показовою, так і в алгебраїчній формах запису.

$$I_{заг} = \frac{U}{Z_{заг}(j\omega)} = I \cdot e^{j\varphi} = I \cdot \cos \varphi + j \cdot I \cdot \sin \varphi.$$

Струми в двох паралельно включених гілках з опорами Z_1 та Z_2 знаходяться за формулами розкиду:

$$I_1 = I \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}; \quad I_2 = I \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}.$$

Падання напруги на елементах кола знаходяться за законом Ома:

$$U_i = I_i \cdot Z_i(j\omega).$$

Потужності на окремих ділянках кола, що представляють або активні, або реактивні опору, розраховуються за формулами:

$$P_i = I_i^2 \cdot R_i; \quad Q_i = I_i^2 \cdot X_i,$$

причому реактивна потужність на індуктивних елементах позитивна, на ємнісних – негативна. Повна потужність, що віддається джерелом, визначається за формулою:

$$S = U \cdot I_{заг}^*,$$

де $I_{заг}^*$ – спряжений комплекс струму $I_{заг}$.

$$S = P + jQ = \operatorname{Re}(S) + j\operatorname{Im}(S),$$

підтвердженням правильності розрахунків виступає виконання умови балансу активних і реактивних потужностей:

$$Q = \sum_i Q_i.$$

Для побудови векторних діаграм (див. рис. 1.8) спочатку на комплексній площині будують вектора всіх струмів і напруг, що розраховано вище. Потім геометричною побудовою перевіряється виконання першого закону Кірхгофа для вузлів схеми і другого закону Кірхгофа для незалежних контурів.

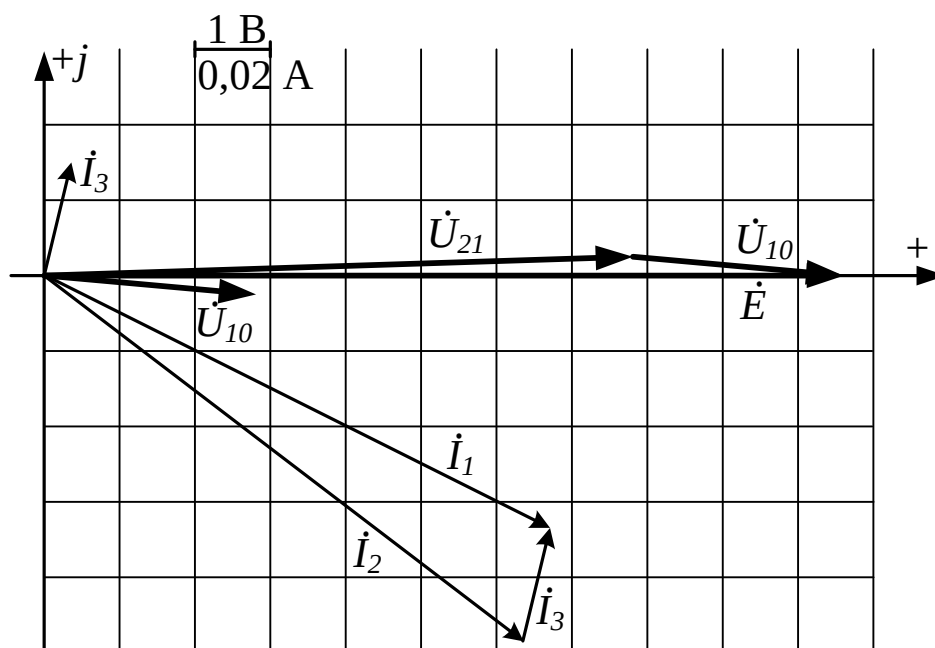


Рисунок 1.8 – Векторна діаграма струмів і напруг електричної схеми,
яку наведено на рис. 1.2, *a*

Умовою виникнення резонансу в розгалужених колах змінного струму є рівність нулю уявної частини загального опору $Z_{\text{заг}}(j\omega)$. Залежно від знака уявної частини опору $Z_{\text{заг}}(j\omega)$ визначається зміною якого елемента (L_2 або C_2) досягається виконання умови резонансу. Якщо уявна частина $Z_{\text{заг}}(j\omega)$ негативна та виконується умова:

$$\text{Im}[Z_{3a2}(j\omega)] \leq \frac{1}{\omega \cdot C_2},$$

то резонанс у колі досягається завдяки збільшенню ємності конденсатора C_2 , в іншому випадку необхідно зменшити індуктивність L_2 так, щоб $\text{Im}[Z_{\text{заг}}(j\omega)] = 0$.

Якщо $\text{Im}[Z_{\text{заг}}(j\omega)] > 0$, то під час виконання умови:

$$\text{Im}[Z_{\text{заг}}(j\omega)] \leq \omega \cdot L_2,$$

резонансу можна досягти під час зменшення L_2 , в іншому випадку – збільшенням ємності конденсатора C_2 до такої величини, щоб $\text{Im}[Z_{\text{заг}}(j\omega)] = 0$.

2 РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ З ДЖЕРЕЛОМ НЕСИНУСОЇДАЛЬНОЇ Е.Р.С.

Для заданої у таблиці 2 варіантів схеми (див. рис. 2.1) та форми е.р.с. джерела напруги (див. рис. 2.2) розрахувати струм у колі джерела (I) та напругу U_{10} між двома вузлами схеми. Записати ці величини як функції часу та побудувати залежності $I(t)$ та $U_{10}(t)$. Параметри схеми задано в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Варіант даних для розрахунку електричних кіл з джерелом несинусоїдальної е.р.с.

Варіант даних	U_m , В	T , мс	R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , Гн	C , мкФ
1	20	20	30	50	0,15	50
2	15	10	50	30	0,10	30
3	30	20	40	25	0,10	40
4	25	10	25	40	0,05	60
5	15	20	35	20	0,15	20

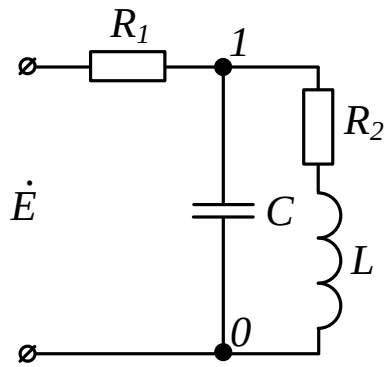
Згідно з теоремою Фур'є несинусоїдальну періодичну функцію $u(t)$ можна представити рядом, що містить постійну та гармонійні складові з частотами, які кратні основній частоті заданої функції:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} : \quad \omega, 2\omega, 3\omega, \dots, n\omega,$$

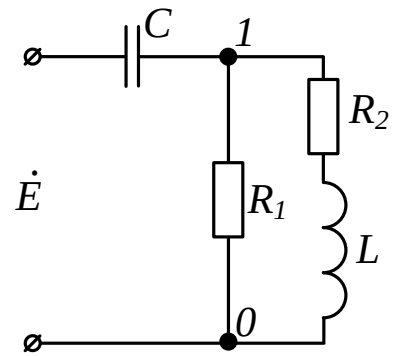
де T – період функції.

Складові з частотою ω називаються першої або основною гармонікою, інші – вищими гармоніками.

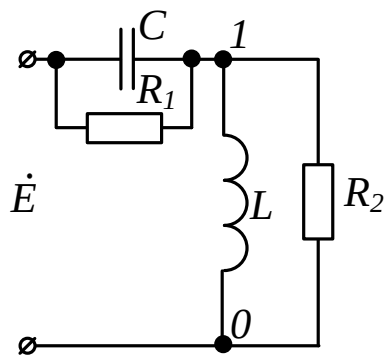
$$u(t) = U_0 + U_{1m}^{(1)} \cdot \sin(\omega t) + U_{1m}^{(2)} \cdot \sin(2\omega t) + \dots + U_{1m}^{(n)} \cdot \sin(n\omega t) + \\ + U_{2m}^{(1)} \cdot \cos(\omega t) + U_{2m}^{(2)} \cdot \cos(2\omega t) + \dots + U_{2m}^{(n)} \cdot \cos(n\omega t).$$



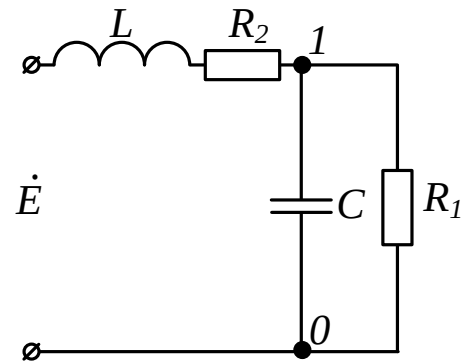
а) Схема № 1



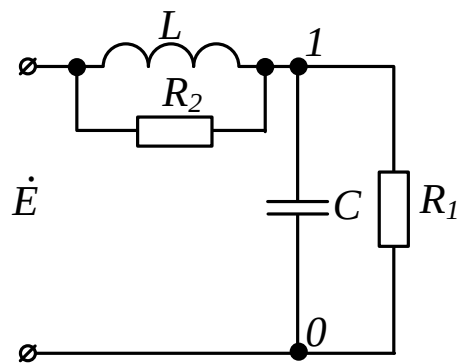
б) Схема № 2



в) Схема № 3



г) Схема № 4



д) Схема № 5

Рисунок 2.1 – Схеми для розрахунку електричних кіл з джерелом несинусоїдальної е.р.с.

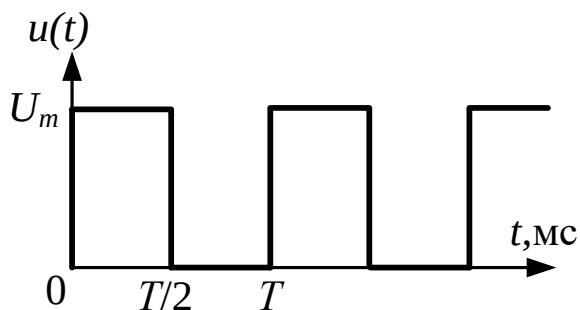
Амплітуди постійної та гармонійних складових визначаються за формулами:

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt;$$

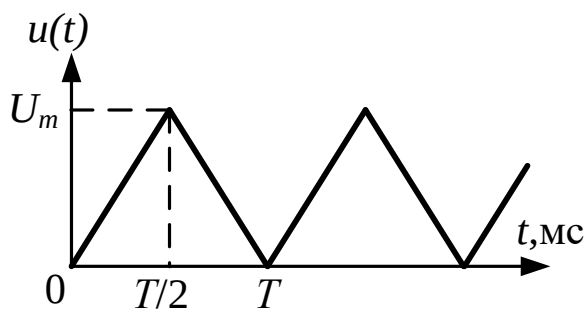
$$U_{1m}^{(n)} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \sin(n\omega t) dt;$$

$$U_{2m}^{(n)} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \cos(n\omega t) dt.$$

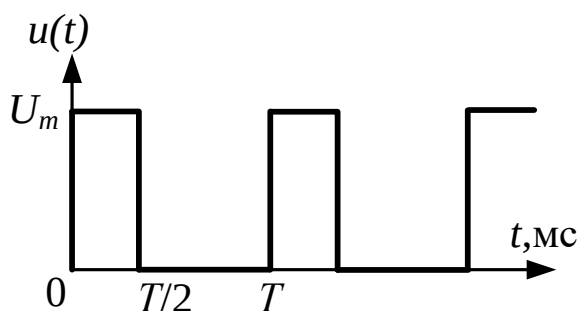
Залежно від особливостей форми несинусоїдної періодичної функції під час розкладання до ряду Фур'є можуть бути відсутніми постійна складова U_0 , парні гармоніки, синусні або косинусні складові.



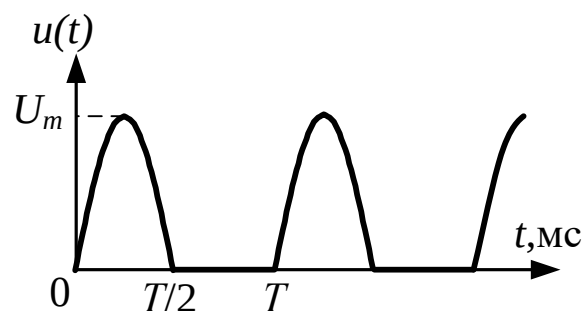
а) Форма № 1



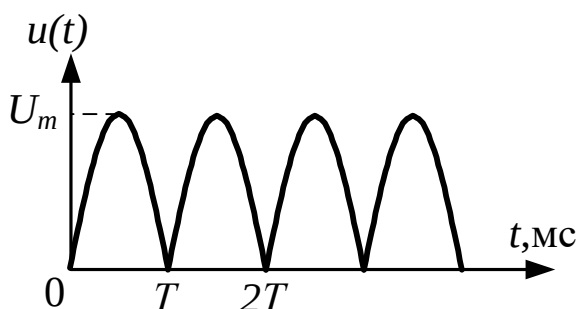
б) Форма № 2



в) Форма № 3



г) Форма № 4



д) Форма № 5

Рисунок 2.2 – Форми е.р.с. джерела напруги

Під час виконання завдання напругу заданої форми (див. рис. 2.2) необхідно представити рядом Фур'є та обмежити його заданим числом членів розкладання. Для цього можна використовувати розкладання в ряд Фур'є для цих форм напруг, що приводиться в довідниковій літературі. Під час

використання стандартного розкладання необхідно шляхом перенесення початку заданої системи координат привести функцію до стандартного вигляду. Також необхідно враховувати, що перенесення початку системи координат за віссю ординат еквівалентно введенню до функції постійної складової, а за віссю абсцис – зсув гармонійних складових за фазою.

Несинусоїдальну е.р.с., яку представлено рядом Фур'є, можна на електричній схемі замінити послідовним з'єднанням джерела постійної напруги U_0 (постійна складова) та декількох джерел змінної напруги (гармонійних складових) з частотами $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots, n\omega$. Під час такого представлення несинусоїдної е.р.с. розрахунок електричного кола виконується методом накладення, тобто розраховуються струми від дії кожної складової ряду Фур'є окремо. При цьому використовуються всі методи та особливості розрахунку кіл постійного та змінного струму.

Під час дії на вході електричного кола постійної складової необхідно врахувати, що індуктивність для постійного струму є коротким замикання ($X_L(0) = 0$), а конденсатор – розрив ($X_C(0) = \infty$).

Розрахунок електричного кола під час дії кожної гармонійної складової окремо виконується комплексним методом, причому для кожної гармоніки початкові фази джерел матимуть свої значення. Опори реактивних елементів залежать від частоти, тому для кожної гармоніки вони визначаються окремо:

$$X_L(jn\omega) = jn\omega L; \quad X_C(jn\omega) = \frac{1}{jn\omega C}.$$

Розрахунок за гармонійними складовим зручно вести в амплітудних значеннях напруг і струмів, тому що під час запису повних значень напруг і струмів як функції часу необхідно використовувати амплітудні значення:

$$i(t) = I_0 + I_m^{(1)} \cdot \sin(\omega t - \phi_1) + I_m^{(2)} \cdot \sin(2\omega t - \phi_2) + \dots + I_m^{(n)} \cdot \sin(n\omega t - \phi_n).$$

$$u_{10}(t) = U_{10} + U_m^{(1)} \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + U_m^{(2)} \cdot \sin(2\omega t - \varphi_2) + \dots + U_m^{(n)} \cdot \sin(n\omega t - \varphi_n).$$

Під час побудови графіків $i(t)$ та $u_{10}(t)$ необхідно спочатку побудувати кожен складову окремо. За віссю абсцис необхідно відкласти відрізок часу, що дорівнює періоду основної гармоніки. Під час побудови графіків можна за віссю абсцис відкладати як час, так і фазу Δt . Якщо відкладається часу за віссю абсцис час, то зручно початкову фазу кожної гармоніки перерахувати:

$$\Delta t_1 = \frac{T \cdot \varphi_1^\circ}{360^\circ}; \quad \Delta t_3 = \frac{T \cdot \varphi_3^\circ}{360^\circ}; \quad \Delta t_5 = \frac{T \cdot \varphi_5^\circ}{360^\circ}.$$

Під час використання фази необхідно пам'ятати, що лінійні розміри фази для другої гармоніки в два рази менше, ніж для першої, для третьої – в три.

Після визначення початкової фази від неї відкладають характерні точки синусоїди (або косинусоїд):

$$\varphi_1 + \frac{\pi}{2}; \quad \varphi_1 + \pi; \quad \varphi_1 + \frac{3\pi}{2}; \quad \varphi_1 + 2\pi,$$

і викреслюють графіки кожної складової окремо. Результуюча крива виходить під час геометричного підсумовування окремих складових (див. рис. 2.3).

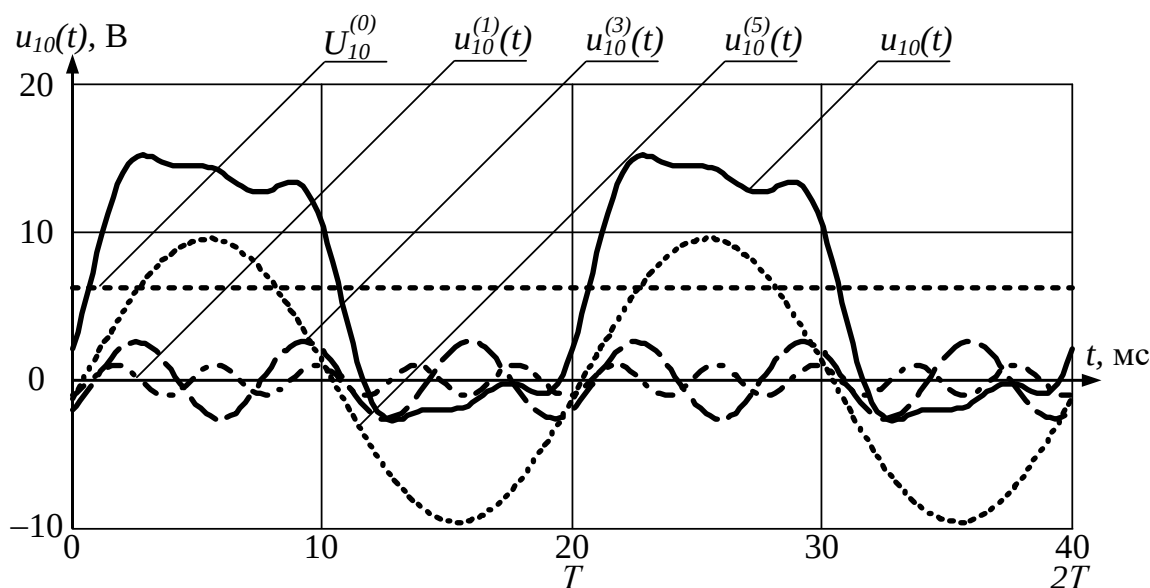


Рисунок 2.3 – Форма падіння напруги $u_{10}(t)$ в колі з урахуванням постійної та трьох гармонійних складових

4 РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Для заданої у таблиці 2 варіантів схеми (див. рис. 3.1) розрахувати струм у колі джерела (i) та напругу u_{10} між двома вузлами схеми під час її підключення до джерела постійної напруги. Записати ці величини як функції часу та побудувати залежності $i(t)$ та $u_{10}(t)$. Параметри схеми задано в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Варіант даних для розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах

Варіант даних	Група «а»					Група «б»				
	U , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , Гн	C , мкФ	U , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , Гн	C , мкФ
1	5	30	50	0,10	50	20	50	30	0,20	30
2	10	100	15	0,10	50	25	150	20	0,20	30
3	15	30	50	0,02	2	15	25	30	0,01	2
4	20	100	15	0,01	1	10	150	20	0,01	2
5	25	300	20	0,01	1	5	100	20	0,05	5

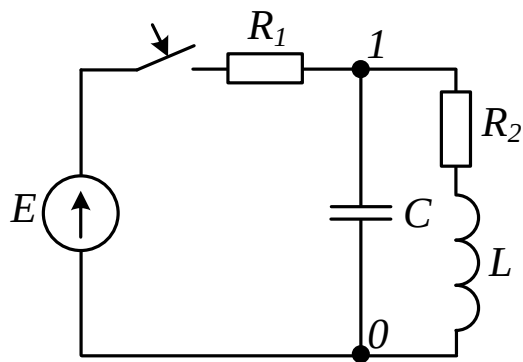
Під час розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах класичним методом повне значення величини, що розраховується, визначається як сума вимушеної та вільної складових:

$$i_{1n}(t) = i_{\text{вим}}(t) + i_{\text{віль}}(t);$$

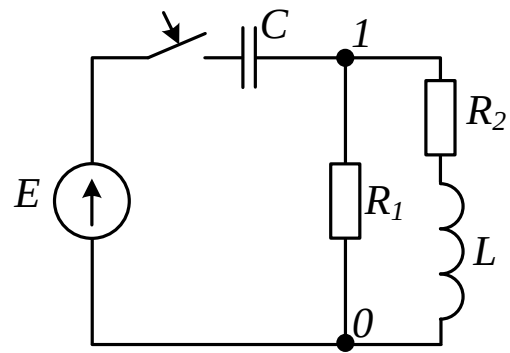
$$u_{10n}(t) = u_{10\text{вим}}(t) + u_{10\text{віль}}(t).$$

Вимушена складова є частинним рішенням диференційного рівняння кола та характеризує режим роботи кола під час закінчення перехідних процесів. У диференційному рівнянні цьому режиму відповідає рівність нулю всіх

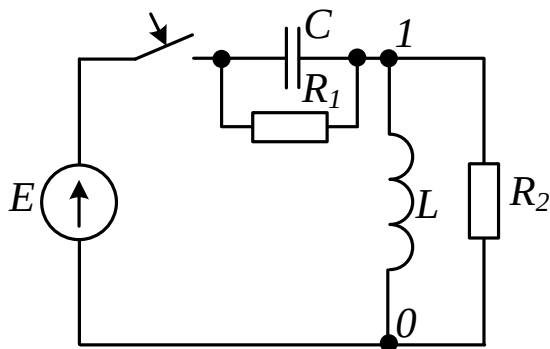
похідних, а в схемному рішенні – у колах постійного струму опори індуктивностей вважають рівними нулю, тобто їх закорочують, а опори конденсаторів – нескінченності, тобто гілки, що містять конденсатори, розмикають. Вільна складова є загальним рішенням диференційного рівняння. Вираз для вільної складової є загальним для всіх величин цього електричного кола та відрізняється лише постійними інтегрування, які залежать від початкових умов.



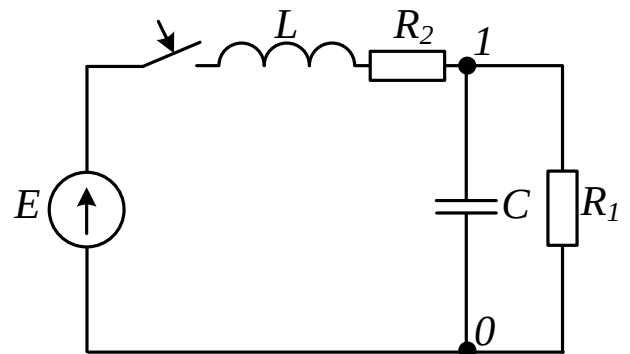
а) Схема № 1



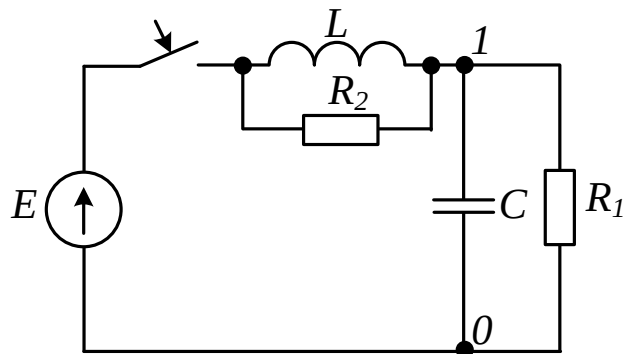
б) Схема № 2



в) Схема № 3



г) Схема № 4



д) Схема № 5

Рисунок 3.1 – Схеми для розрахунку перехідних процесів у лінійних електричних колах

Загальне рішення диференційного рівняння залежить від виду та кількості коренів характеристичного рівняння. Одним із найбільш поширених методів отримання характеристичного рівняння для розгалужених електричних кіл є метод операційного вхідного опору. Суть методу полягає в наступному: опори елементів кола записуються в операторній формі:

$$R(p)=R; \quad X_L(p)=pL; \quad X_C(p)=1/pC.$$

Потім записується вхідний опір схеми в операторній формі та прирівнюється до нуля:

$$Z_{ex}(p)=0. \quad (3.1)$$

Вираз (3.1) є характеристичним рівнянням кола. На основі (3.1) знаходяться корені p_1 та p_2 характеристичного рівняння.

Під час отримання дійсних різних коренів p_1 та p_2 характеристичного рівняння (3.1) вільна складова знаходиться в вигляді:

$$i_{in}(t)=A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t},$$

де A_1 та A_2 – постійні інтегрування.

Для знаходження значень A_1 та A_2 необхідно скласти ще одне рівняння:

$$\frac{di_{in}(t)}{dt} = p_1 \cdot A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + p_2 \cdot A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}.$$

Розв'язання отриманої системи рівнянь проводиться для моменту комутації, тоді рівняння набуває вигляду:

$$\begin{cases} i_{\text{eil}}(0) = A_1 + A_2; \\ \frac{di_{\text{eil}}(0)}{dt} = i'_{\text{eil}}(0) p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2. \end{cases}$$

Аналогічну систему рівнянь можна скласти для визначення $u_{10\text{eil}}(t)$:

$$\begin{cases} u_{10\text{eil}}(0) = B_1 + B_2; \\ \frac{du_{10\text{eil}}(0)}{dt} = p_1 \cdot B_1 + p_2 \cdot B_2. \end{cases}$$

Під час отримання комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння $p_{1,2} = \alpha \pm j\omega$ вільна складова знаходиться у вигляді:

$$i_{\text{eil}}(t) = Ae^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.2)$$

де α – дійсна частина кореня; ω – уявна складова; A та φ – постійні інтегрування.

Під час диференціювання виразу (3.2), отримаємо друге рівняння:

$$i'_{\text{eil}}(t) = A\alpha e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) + A\omega e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi).$$

Для моменту $t = 0$ отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} i_{1\text{eil}}(0) = A \cdot \sin \varphi; \\ i'_{1\text{eil}}(0) = A \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + A \cdot \omega \cdot \cos \varphi; \end{cases}$$

Аналогічну систему рівнянь можна скласти для визначення $u_{10\text{eil}}(t)$:

$$\begin{cases} u_{10\text{eil}}(0) = B \cdot \sin \gamma; \\ u'_{10\text{eil}}(0) = B \cdot \alpha \cdot \sin \gamma + B \cdot \omega \cdot \cos \gamma; \end{cases}$$

Визначення величин та їх похідних у момент комутації виконується на підставі початкових умов, законів комутації та законів Ома в диференціальній формі:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_C = C \frac{du_C}{dt}.$$

Також необхідно знати, що закони Ома та Кіргофа виконуються в будь-який момент часу для будь-яких значень складових струмів і напруг: миттєвих, вимушених, вільних і т.д. У колах постійного струму вимушені значення постійні, тому $\frac{di_{вум}}{dt} = 0$, $\frac{du_{вум}}{dt} = 0$, відповідно,

$$i'_{вум}(0) = i'_{вил}(0);$$

$$u'_{10вум}(0) = u'_{10вил}(0).$$

Результатом розв'язання системи рівнянь є визначення постійних інтегрування, після цього записується вираз для повного струму або напруги в вигляді:

$$i(t) = i_{вум} + A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t};$$

$$u_{10}(t) = u_{10вум} + B_1 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t},$$

або

$$i(t) = i_{вум} + A \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin(\omega t + \varphi);$$

$$u_{10}(t) = u_{10вум} + B \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin(\omega t + \gamma).$$

Побудова графіків $i(t)$ та $u_{10}(t)$ здійснюється в такому порядку. Під час отримання дійсних коренів характеристичного рівняння графіки вільних складових представляються у вигляді суми двох експонент з різними

постійними часу. Зазвичай $|p_1| < |p_2|$, тому:

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} > \tau_2 = -\frac{1}{p_2},$$

тривалість перехідного процесу визначається постійною часу, тобто τ_1 :

$$t_{nn} = 5 \cdot \tau_1.$$

На основі цієї величини вибирається масштаб за віссю часу. Побудову експоненти доцільно виконувати за точками, які відповідають $t = n \cdot \tau$. Значення експоненти в залежності від її виду для часів $t = n \cdot \tau$ наведено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2– Значення експоненти в залежності від її виду для часу $t = n \cdot \tau$

t	$e^{-\frac{t}{\tau}}$	$1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$
0	1	0
τ	0,37	0,63
$2 \cdot \tau$	0,135	0,865
$3 \cdot \tau$	0,05	0,95
$4 \cdot \tau$	0,18	0,982
$5 \cdot \tau$	0,08	0,992

У вибраній системі координат будується окремо кожна складова зі своєю постійною часу, а потім геометричним підсумовуванням будується результуюча функція: $i(t)$ або $u_{10}(t)$.

Під час отримання комплексно-сполучених коренів характеристичного рівняння графіки вільних складових є загасаючими гармонійними коливанням з частотою ω . Амплітуда цих коливань змінюється за законом $A \cdot e^{\alpha \cdot t}$ (або $B \cdot e^{\alpha \cdot t}$)

і, отже, тривалість перехідного процесу визначається постійної часу $\tau = -\frac{1}{\alpha}$ та складає $t_m = 5 \cdot \tau$.

З урахуванням цієї величини вибирається масштаб за віссю часу та будуються дві експоненти $A \cdot e^{\alpha \cdot t}$ та $-A \cdot e^{\alpha \cdot t}$, що визначають закон зміни амплітуди гармонійного коливання. Побудова самого гармонійного коливання починається з визначення періоду коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

а також переведенню початкової фази коливання φ до масштабу часу:

$$\varphi_t = \frac{T \cdot \varphi^\circ}{360^\circ}.$$

Значення φ_t відкладають від початку координат (позитивні значення φ_t відкладаються вліво, а негативні – вправо від початку координат). Від отриманої точки за віссю часу відкладають відрізки з величиною, яка кратна періоду T . Точки, що відповідають $n \cdot T / 2$, є перетинами гармонійної функції з віссю часу. У точках, які відповідають першій чверті періоду, гармонійна функція торкається експоненти $A \cdot e^{\alpha \cdot t}$, а в точках, які відповідають третій чверті періоду – експоненти $-A \cdot e^{\alpha \cdot t}$.

Якщо період коливань T менше або приблизно дорівнює постійній часу $\tau = -\frac{1}{\alpha}$, то цих точок досить для визначення вільної складової перехідного процесу. Якщо період коливань T більше постійної часу $\tau = -\frac{1}{\alpha}$, то для більш точної побудови необхідно розрахувати значення вільної складової в

проміжних значеннях t , наприклад, $\omega t = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$. Якщо у виразі для повного струму або напруги є постійна складова, то вільну складову для полегшення побудови можна будувати під час зміщення за віссю ординат на величину постійної складової.

Правильність побудови отриманих залежностей виконується за значеннями відповідних величин в момент комутації (якщо $t = 0$) та під час закінчення перехідних процесів (якщо $t = \infty$).

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Атабеков, Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи : учеб. пособ. / Г.И. Атабеков. – 7-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2009. – 592 с.
2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – 9-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1996. – 638 с.
3. Бессонов, Л.А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. ; [под ред. Л. А. Бессонова]. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 544 с.
4. Борисов, Ю.М. Электротехника : учеб. для вуз. / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 552 с.
5. Бойко, В.С. Теоретичні основи електротехніки / В.С. Бойко, В.В. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін. – К. : Політехніка, 2004. – 272 с.
6. Зевеке, Г.В. Основы теории цепей : учеб. для вуз. / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил и др. – 5-е изд., перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
7. Коруд, В.І. Електротехніка : підруч. / В.І. Коруд, О.Є. Гамола, С.М. Малинівський. – Львів : Магнолія плюс, 2005. – 447 с.
8. Малинівський, С.М. Загальна електротехніка : навч. посіб. / С.М. Малинівський. – Львів : Львівська політехніка, 2001. – 596 с.
9. Маляр, В.С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола : навч. посіб. / В.С. Маляр. – Львів : Львівська політехніка, 2012. – 309 с.
10. Перхач, В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола : підруч. для студ. електроенергет. спец. навч. заклад. / В.С. Перхач. – К. : Вища шк., 1992. – 439 с.
11. Рибалко, М.П. Теоретичні основи електротехніки. Лінійні електричні кола / М.П. Рибалко, В.О. Есауленко, В.І. Костенко. – Донецьк : Новий світ, 2003. – 513 с.

12. Сенько, В.Ф. Теорія електричних кіл : навч. посіб. / В.Ф. Сенько, О.В. Вовна, І.С. Лактіонов. – Покровськ : ДВНЗ «ДонНТУ», 2017. – 254 с.

13. Сенько, В.Ф. Теорія електричних кіл. Практикум : навч. посіб. / В.Ф. Сенько, О.В. Вовна, І.С. Лактіонов. – Покровськ : ДВНЗ «ДонНТУ», 2018. – 214 с.

14. Теорія електричних і магнітних кіл [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/1234_56789/642/1/Bulashenko_C4.pdf. – Дата доступу : бер. 2019. – Назва з екрана.

15. Теорія електричних і магнітних кіл [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.dut.edu.ua/ua/lib/1/category/1274>. – Дата доступу : бер. 2019. – Назва з екрана.