

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»

Кафедра комп'ютерної інженерії

Методичні вказівки до практичних занять
та виконання індивідуального завдання
з дисципліни "Комп'ютерна логіка"
для студентів освітнього ступеню "бакалавр"
спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія

Луцьк – 2022

Методичні вказівки до практичних занять та виконання індивідуального завдання з дисципліни "Комп'ютерна логіка" (для студентів освітнього ступеню "бакалавр" спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія)/ Укладачі: Ковальов С.О., Шамаєв В.В. – Луцьк: ДонНТУ, 2022. – 74 с.

Дисципліна «Комп'ютерна логіка» є нормативною і входить в цикл професійної і практичної підготовки бакалавра. Метою виконання робіт є отримання практичних навичок з використанням стандартних базових мікросхем та врахуванням їх схеми технічних особливостей.

Укладачі: Ковальов Сергій Олександрович, к.т.н., доцент,
завідувач кафедри комп'ютерної інженерії;
Шамаєв Віталій Віталійович, к.т.н., доцент,
доцент кафедри комп'ютерної інженерії

Рецензент: к.т.н., доц., доц. каф. ПІ Назарова І.А.

Відповідальний за випуск: Ковальов С. О., к.т.н., доцент, зав. кафедри комп'ютерної інженерії

Затверджено навчально-методичним відділом ДонНТУ
Протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р.

Розглянуто на засіданні кафедри комп'ютерної інженерії
Протокол № ____ від « ____ » _____ 20 ____ р.

©Донецький національний
технічний університет, 2022

Зміст

ВСТУП.....	5
Практичне заняття 1 – Представлення та перетворення чисел у різних системах числення.....	6
1.1 Загальні вказівки.....	6
1.2 Приклад.....	7
1.3 Варіанти завдання.....	9
1.4 Результати виконаного завдання.....	9
1.5 Контрольні питання.....	9
Практичне заняття 2 – Закони булевої алгебри та перетворення ФАЛ.....	10
2.1 Загальні вказівки.....	10
2.2 Приклад.....	12
2.3 Варіанти завдання.....	13
2.4 Результати виконаного завдання.....	14
2.5 Контрольні питання.....	14
Практичне заняття 3 - «Представлення функцій алгебри логіки».....	15
3.1 Загальні вказівки.....	15
3.2. Приклад.....	18
3.3. Варіанти завдання.....	20
3.4. Результати виконаного завдання.....	20
3.5. Контрольні питання.....	21
Практичне заняття 4 – Мінімізація ФАЛ за допомогою карт Карно.....	22
4.1 Загальні вказівки.....	22
4.2 Приклад.....	24
4.3 Варіанти завдання.....	29
4.4. Результати виконаного завдання.....	29
4.5. Контрольні питання.....	30
Практичне заняття 5 – Синтез комбінаційних логічних схем в заданому базисі	31
4.2 Приклад.....	37
5.3 Варіанти завдання.....	42
5.4. Результати виконаного завдання.....	42
5.5. Контрольні питання.....	42
Практичне заняття 6 – Синтез КЛС на дешифраторах.....	43
6.1. Загальні вказівки.....	43
6.2. Приклад.....	44
6.3. Варіанти завдання.....	47
6.4. Результати виконаного завдання.....	47
6.5. Контрольні питання.....	47
Практичне заняття 7 – Синтез КЛС на базі мультиплексорів.	48
7.1. Загальні вказівки.....	48
7.2. Приклад.....	49
7.3..Варіанти завдання.....	52

7.4. Результати виконаного завдання.....	52
7.5. Контрольні питання.....	52
Практичне заняття 8 – Синтез тригерних схем на базі RS-тригера.	53
8.1. Загальні вказівки.....	53
8.2. Приклад.....	59
8.3.Варіанти завдання.....	60
8.4. Результати виконаного завдання.....	60
8.5. Контрольні питання.....	61
9. Індивідуальне домашнє завдання на тему «Синтез комбінаційних логічних схем перетворювача кодів »	62
9.1. Загальні положення	62
9.2. Варіанти завдань	63
9.3. Вміст звіту.....	63
Список рекомендованої літератури.....	64
Додаток А. Приклад виконання ІДЗ.	65

ВСТУП

Методичні вказівки з дисципліни «Комп'ютерна логіка» присвячені розгляду основних методів синтезу комбінаційних логічних схем, аналізу їх базових характеристик, а також містить необхідні зведення для вивчення основ комп'ютерної логіки та прикладної теорії цифрових автоматів. Важливість цих питань у підготовці фахівців в області розробки апаратного і програмного забезпечення засобів обчислювальної техніки - безперечна. Вказівки містять виклад добре відомого матеріалу, який адаптовано для практичного використання студентами, на підставі багаторічного досвіду викладання відповідних дисциплін.

Розглядаються наступні основні питання:

1. Математичні основи цифрових автоматів. В основі методів синтезу й оптимізації комбінаційних схем лежить двійкова арифметика й алгебра логіки. Оскільки книга орієнтована на студентів технічних спеціальностей, то перевага надається прикладні аспекти алгебри логіки.

2. Методи синтезу комбінаційних схем. Розглядаються найбільш застосовні в інженерних роботах методи синтезу комбінаційних схем за допомогою карт Карно. Методи синтезу орієнтовані на функціональний базис І-НІ і АБО-НІ з урахуванням обмежень на параметри вентилів.

Дисципліна «Комп'ютерна логіка» входить до блоку обов'язкових дисциплін підготовки бакалавра із спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія. Метою виконання робіт з цього курсу є отримання практичних навичок галузі синтезу та оптимізації цифрових пристроїв у різних базисах, методів побудови комбінаційних логічних схем з використанням стандартних базових мікросхем та врахуванням їх схемо технічних особливостей.

Практичне заняття 1 – Представлення та перетворення чисел у різних системах числення.

Мета заняття: Розглянути математичні основи комп'ютерної техніки починаючи з обговорення питань представлення чисел у системах числення з основою 2 (двійкової), 10 (десятькової), 8 (вісімкової) та 16 (шістнадцяткової), а також методів їх перетворення з однієї системи в іншу.

1.1 Загальні вказівки

Один з основних принципів організації комп'ютерів – вся інформація, яка обробляється комп'ютером, повинна бути якимось чином закодована – представлена (найчастіше) у вигляді двійкових чисел. Двійкові цифри (які можуть приймати тільки значення 0 або 1) є основою комп'ютерної індустрії. Практично ж люди здійснюють обчислення у десятичній системі обчислення, а восьмерична і шістнадцятрична системи використовуються для більш короткого запису двійкових цифр прямою заміною серії двійкових цифр на одну. Тому представлення чисел у перелічених системах числення та методи їх взаємного перетворення є досить важливим питанням.

1) Процедура перетворення з десятичної системи в систему з основою r .

Якщо число включає цілу і дробову частини, то їх треба розглядати окремо.

Перетворення десятичного цілого числа в систему з основою r виконується діленням числа (націло) до одержання нульового результату з запам'ятовуванням залишків.

Перетворення дробової частини в систему з основою r виконується шляхом множення на основу системи і нагромадження цілих частин для одержання результату.

Помітимо:

- 1) у множенні бере участь тільки дробова частина;
- 2) кількість цифр у дробовій частині результатів множення повинне залишатися фіксованим і рівним вихідному;
- 3) множення припиняється, якщо:
 - отриманий 0 у дробовій частині;
 - отримано період (дробова частина прийняла значення, що було отримано раніше);
 - досягнуто задану точність перетворення.

2) Перетворення числа в системі з основою r в десятичну систему

полягає в обчисленні суми елементів багаточлена кожен елемент якого є добуток цифри числа на ваговий коефіцієнт r^i , де показник ступеня i задає позицію цифри в числі. Наприклад, $(110,101)_2 = 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} = (6,625)_{10}$

3)Перетворення з двійкової у вісімкову легко виконується шляхом розби-
вки двійкового числа на тріади (групи по три двійкові цифри), починаючи з двій-
кової крапки праворуч та ліворуч, з додаванням, при необхідності, незначущих
нулів ліворуч (у цілій частині) і праворуч (у дробовій).

4)Перетворення з двійкової в шістнадцяткову виконується подібним чи-
ном, тільки беруться тетради (групи по чотири двійкові цифри).

5)Перетворення з вісімкової або шістнадцяткової в двійкову
є зворотнім, наведеному вище. Кожна вісімкова цифра замінюється трьома двій-
ковими. А кожна шістнадцяткова – на чотири двійкових.

1.2 Приклад

Завдання 2. Виконати перетворення десяти чисел, що представлені у різних
системах числення, в системи з основою 10,2,8,16. Перетворення дробових чисел
(приклади в рядках 3,4,6 та 8) виконати з поясненнями.

Для варіанту 20 початкові числа для перетворення формуються згідно з фор-
мулами з розділу 1.3 та наведені в таблиці 1.1 жирним шрифтом. Результати пере-
творення також представлені в таблиці 1.1.

Таблиця перетворення початкових чисел для варіанту N=20 - Таблиця 1.1

Номер при- кладу	Формула для роз- рахунку початко- вих чисел	Система числення			
		10	2	8	16
1	$(20)_{10}$	20	10100	24	14
2	$(354+20)_{10}$	374	101 110 110	566	176
3	$(0,20 \cdot 20)_{10}$	0,202	0,001100111	0,147	0,34
4	$(10 \cdot 20,20)_{10}$	200,2	11001000,00110011	310,146	D8,34
5	$10110000_2 + (20)_2$	388	11 000 100	304	D4
6	$(20)_2, (20)_2$	20,625	10100,10100	24,5	14,A
7	$(20)_8 \cdot (20)_8$	1280	010 100 010 100	2424	514
8	$(20)_8, (20)_8$	20,3125	010 100,010 100	24,24	14,5
9	$(20+16)_{16}$	54	00110110	66	36
10	$(20)_{16} \cdot (3)_{16}$	515	0010 0000 0011	1003	203

В прикладі 3 для перетворення дробового числа десяткового числа 0,202 до
двійкової системи числення використовуємо правило 1. Для перетворення дро-
бової частини виконується множення на основу системи **r**.

Перетворення десяткового числа $(0,202)_{10}$ до системи з основою 2:

$$0,202 \cdot 2 = \mathbf{0}, 404 \cdot 2 = \mathbf{0}, 808 \cdot 2 = \mathbf{1}, 616; 0,616 \cdot 2 = \mathbf{1}, 232; 0,232 \cdot 2 = \mathbf{0}, 464 \cdot 2 = \mathbf{0}, 928;$$

$0,928 \cdot 2 = 1,856$; $0,856 \cdot 2 = 1,712$; $0,712 \cdot 2 = 1,424$. **Відповідь:** $(0,001100111)_2$

Перетворення до системи з основою 8:

$0,202 \cdot 8 = 1,616$; $0,616 \cdot 8 = 4,928$; $0,928 \cdot 8 = 7,424$ **Відповідь:** $(0,147)_8$

Перетворення до системи з основою 16:

$0,202 \cdot 16 = 3,232$; $0,232 \cdot 16 = 3,712 \approx 4$ **Відповідь:** $(0,34)_{16}$

Маючи двійкове представлення числа та розділивши його на тріади (тетради), легко отримати його представлення в системі з основою 8 чи 16 згідно з правилами 3 та 4:

$(0,001100111)_2 = (0,001\ 100\ 111)_2 = (0,147)_8$;

$(0,001100111)_2 = (0,0011\ 0011\ 1000)_2 = (0,338)_{16} \approx (0,34)_{16}$

В прикладі 4 дробова частина числа $(200,2)_{10}$ дорівнює 0,2. Виконаємо перетворення до 16-кової системи числення:

$0,2 \cdot 16 = 3,2$; $0,2 \cdot 16 = 3,2$; $0,2 \cdot 16 = 3,2$. Результат: $(0,2)_{10} = (0,333)_{16}$

Тоді $(0,2)_{10} = (0,333)_{16} = (0,0011\ 0011\ 0011)_2 = (0,001\ 100\ 110)_2 = (0,146)_8$

Цілу частину числа 200 утворюємо шляхом ділення на відповідну основу. Спочатку десяткове число перетворюємо 16-кове, а далі $16 \rightarrow 2$ -кове $\rightarrow 8$ -кове:

$200/16 = 12(D)$ залишок – 8.

Тоді $(200)_{10} = (D8)_{16} = (1100\ 1000)_2 = (011\ 001\ 000)_2 = (310)_8$

Таким чином, маємо **відповідь:**

$(200,2)_{10} = (D8,33)_{16} = (11001000,00110011)_2 = (310,146)_8$

В прикладі 6 для перетворення дробового числа $(10100,10100)_2$ до десяткової системи використовуємо правило 2:

$(10100,10100)_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = (20,625)_{10}$

Розбивка на тріади - $(010\ 100,101\ 000)_2 = (24,5)_8$

Розбивка на тетради - $(0001\ 0100,1010\ 0000)_2 = (14,A)_{16}$

Відповідь: $(10100,10100)_2 = (20,625)_{10} = (24,5)_8 = (14,A)_{16}$

В прикладі 8 для перетворення дробового числа $(24,24)_8$ до десяткової системи використовуємо правило 2:

$(24,24)_8 = 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 2/8 + 4/64 = (20,3125)_{10}$

Для двійкового представлення змінюємо восьмеричні цифри на двійкові тріади: $(24,24)_8 = (010\ 100,010\ 100)_2$

Тоді для 16-ічної системи маємо: $(24,24)_8 = (0001\ 0100,0101\ 00)_2 = (14,5)_{16}$

Відповідь: $(24,24)_8 = (20,3125)_{10} = (010\ 100,010\ 100)_2 = (14,5)_{16}$

1.3 Варіанти завдання

Завдання 1. Виконати перетворення десяти чисел, що представлені у різних системах числення, в системи з основами 10,2,8,16. Перетворення дробових чисел (приклади в рядках 3,4,6 та 8) виконати з поясненнями.

Початкові числа формуються згідно з формулами в таблиці 1.2 на базі номера варіанту N, а результати записуються в ту ж саму таблицю.

Таблиця з формулами для формування початкових чисел - Таблиця 1.2.

Номер прикладу	Формула для розрахунку чисел	Система числення			
		10	2	8	16
1	$(N)_{10}$	N			
2	$(354+N)_{10}$	$354+N$			
3	$(0,N \cdot N)_{10}$	$0,N \cdot N$			
4	$(10 \cdot N, N)_{10}$	$10 \cdot N, N$			
5	$10110000_2 + (N)_2$		$10110000 + (N)_2$		
6	$(N)_2, (N)_2$		$(N)_2, (N)_2$		
7	$(N)_8 \cdot (N)_8$			$(N)_8 \cdot (N)_8$	
8	$(N)_8, (N)_8$			$(N)_8, (N)_8$	
9	$(N+16)_{16}$				$(N+16)_{16}$
10	$(N)_{16} \cdot (3)_{16}$				$(N)_{16} \cdot (3)_{16}$

Для формування чисел в рядках 3,8,10 використовується операція конкатенації (приєднання), яка позначається символом $(\cdot)$. Наприклад, для варіанту 4 ($N=4$) число для перетворення з рядка 3 буде $(0,N \cdot N)_{10} = 0,44$.

1.4 Результати виконаного завдання

1. Таблиця з початковими та перетвореними іншу систему числами.
2. Пояснення для прикладів в рядках 3,4,6 та 8.

1.5 Контрольні питання

1. Яким чином здійснюється перетворення з двійкової системи числення в шістнадцяткову?
2. Під час перетворення дробової частини числа з 10-кової системи в систему з основою r як припиняється цей процес?
3. Які варіанти перетворень можна використати для перекладу чисел з десятикової в двійкову систему числення?
4. Яка арифметична операція використовується під час перетворення цілого числа з 10-кової системи в систему з основою r ?

Література: [1,2,3,5,8]

Практичне заняття 2 – Закони булевої алгебри та перетворення ФАЛ.

Мета заняття: Вивчення основних теорем булевої алгебри та використання цих теорем для перетворення та спрощення аналітичного представлення функцій алгебри логіки (ФАЛ).

2.1 Загальні вказівки

Щоб визначити значення функції алгебри логіки (ФАЛ) L змінних на будь-якому наборі досить знати яким чином визначаються значення функції двох змінних. Будь-яка булева функція може бути представлена як композиція функцій двох змінних.

З точки зору прикладних аспектів булевої алгебри, має сенс розглянути тільки функції, яким відповідають логічні елементи (ЛЕ або вентилі), що застосовані на практиці. Такі функції відображені в таблиці 2.1 і називаються базовими. В таблиці приведена назва функції, її таблиця істинності, позначення функції і графічне зображення відповідного їй вентиля. Таблиця істинності відображає значення функції для кожного вхідного набору.

Функція y_1 називається інверсія, заперечення або функція НІ. Кажуть, що " y_1 дорівнює НЕ x_1 ". Функція y_1 реалізується логічним елементом, названим інвертором.

Функція y_2 називається кон'юнкція, логічне множення або функція І. Кажуть, що " y_2 дорівнює x_1 і x_2 ". Функція реалізується спеціальним логічним елементом – кон'юнктором або елементом І. Ця функція аналогічна звичайному множенню і значення функції дорівнює мінімальному із значень аргументів конкретного набору – $y_2 = \min(x_1, x_2)$. Таким чином, функція дорівнює одиниці, якщо і тільки якщо всі аргументи набору дорівнюють одиниці.

Це правило справедливе для будь-якого числа аргументів, наприклад, функція 5 аргументів $F_5(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$

$$F_5 = \bigwedge_{l=1}^5 x_l$$

дорівнює одиниці, якщо і тільки якщо $x_l = 1 (l=1, \dots, 5)$.

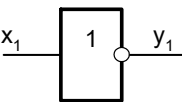
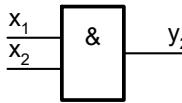
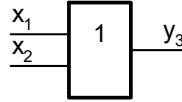
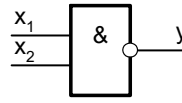
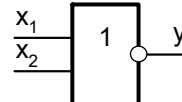
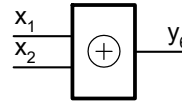
Функція y_3 називається диз'юнкція, логічне додавання, функція АБО. Говорять, що " y_3 дорівнює x_1 або x_2 ". Функція y_3 реалізується елементом АБО (диз'юнктором). Відмінність від звичайного додавання полягає в тому, що $y_3 = \max(x_1, x_2)$, тобто при $x_1 = x_2 = 1$ функція $y_3 = 1$. Функція y_3 дорівнює нулеві тільки для нульового набору, що справедливо, наприклад, і для функції 4 аргументів Φ_4

$$\Phi_4 = \bigvee_{l=1}^4 x_l,$$

яка дорівнює нулеві, якщо і тільки якщо $x_l = 0 (l=1, \dots, 4)$.

Як правило, елементи І та АБО мають тільки теоретичне значення, тому що вони практично не застосовуються. Це пояснюється тим, що в основі вентилів знаходяться транзистори, що мають внутрішню інверсію. Таким чином, для одержання схеми І потрібно два послідовно включених транзистори, що збільшує вартість

Таблиця 2.1 - Базові функції булевої алгебри

№ п/п	Назва	Таблиця істинності	Формула	Вентиль
1.	Інверсія, заперечення, НІ, NOT	$\begin{array}{c c} x_1 & y_1 \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$	$y_1 = \overline{x_1} = nx_1$	
2.	Логічне множення, кон'юнкція, І, AND	$\begin{array}{cc c} x_1 & x_2 & y_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$	$y_2 = x_1 x_2 = x_1 \cdot x_2 = x_1 \& x_2 = x_1 \wedge x_2$	
3.	Логічне додавання, диз'юнкція, АБО, OR	$\begin{array}{cc c} x_1 & x_2 & y_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$	$y_3 = x_1 + x_2 = x_1 \vee x_2$	
4.	Заперечення кон'юнкції, функція Шеффера, І-НІ, NAND	$\begin{array}{cc c} x_1 & x_2 & y_4 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y_4 = \overline{x_1 x_2}$ $= \overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1 \& x_2}$ $= \overline{x_1 \wedge x_2} = x_1 x_2$	
5.	Заперечення диз'юнкції, функція Пірса, АБО-НІ, NOR	$\begin{array}{cc c} x_1 & x_2 & y_5 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y_5 = \overline{x_1 + x_2}$ $= \overline{x_1 \vee x_2} = x_1 \downarrow x_2$	
6.	Виключне АБО, сума по модулю 2, EXOR	$\begin{array}{cc c} x_1 & x_2 & y_6 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y_6 = x_1 \oplus x_2 = \overline{x_1} x_2 \vee x_1 \overline{x_2}$	

схеми і зменшує її швидкодію. Тому на практиці використовуються вентиля, що відповідають функціям y_4 і y_5 .

Функція y_4 (інверсія функції y_2) називається заперечення кон'юнкції, функція Шеффера або функція І-НІ. Для її реалізації використовується елемент І-НІ.

Функція y_5 інверсна функції y_3 і називається заперечення диз'юнкції, функція Пірса, функція АБО-НІ. Для її реалізації використовується ЛЕ АБО-НІ.

Функція y_6 називається АБО, що виключає; сума по модулю два. Функція y_6 дорівнює одиниці при розбіжності аргументів, тому іноді вона називається нерівнозначність. Функція y_6 може бути застосовна до будь-якого числа аргументів, при цьому функція

$$y_6 = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_L$$

дорівнює одиниці, якщо число одиничних аргументів непарне.

Теореми булевої алгебри (таблиця 2.2) дозволяють виконувати перетворення формул аналітично представлених ФАЛ з метою їх спрощення та представлення у необхідному вигляді.

Таблиця 2.2 - Основні теореми булевої алгебри

№	Теорема	Назва
T ₁ T ₂	$x + 0 = x,$ $x \cdot 1 = x.$	Ідентичність Identities
T ₃ T ₄	$x + 1 = 1,$ $x \cdot 0 = 0.$	Наявність нульових елементів Null elements
T ₅ T ₆	$x + x = x,$ $x \cdot x = x.$	Ідемпотентність Idempotency
T ₇	$\overline{\overline{x}} = x.$	Еволюція; Involution
T ₈ T ₉	$x + \overline{x} = 1,$ $x \cdot \overline{x} = 0.$	Доповнюваність Complements
T ₁₀ T ₁₁	$(a + b) + c = a + (b + c),$ $(ab)c = a(bc).$	Асоціативність Associative
T ₁₂ T ₁₃	$a + b = b + a,$ $a \cdot b = b \cdot a.$	Комутативність Commutative
T ₁₄ T ₁₅	$ab + ac = a(b + c),$ $(a + b)(a + c) = a + bc.$	Дистрибутивність Distributive
T ₁₆ T ₁₇	$a + ab = a,$ $a(a + b) = a.$	Поглинання Absorption
T ₁₈ T ₁₉	$ab + a\overline{b} = a,$ $(a + b)(a + \overline{b}) = a.$	Склеювання Expansion
T ₂₀ T ₂₁	$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b},$ $\overline{a \cdot b} = \overline{a} \vee \overline{b}.$ $a + b = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}},$ $ab = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}.$	Теореми Де Моргана De Morgan's theorems

В таблиці 2.2 усі формули справедливі не тільки для двійкових змінних, а й для будь яких двійкових виразів.

2.2 Приклад

Завдання 1а. Спростити задану ФАЛ із зазначенням використаних теорем. Згідно із варіантом 33 початкова формула, що описує ФАЛ має вигляд:

—

$$bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (a \oplus b)$$

Представимо усі функції в формулі в булевому базисі (див. табл.2.2):

$$bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (\bar{a}\bar{b} \vee ab)$$

Тоді після розкриття дужок (дистрибутивний закон T_{15}) та застосування теорем T_9 , T_6 , T_1 , T_5 (таблиця 2.2) маємо:

$$\begin{aligned} bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (a \oplus b) &= bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (\bar{a}\bar{b} \vee ab) = \\ &= bcde \& (abab \vee \bar{a}\bar{b}ab \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}ab \vee \bar{b}\bar{c}ab \vee abab \vee \bar{a}\bar{b}ab \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}ab \vee \bar{b}\bar{c}ab) [T_{15}] = \\ &= bcde \& (0 \vee 0 \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}ab \vee 0 \vee 0 \vee 0 \vee 0 \vee \bar{b}\bar{c}ab) [T_9] = \\ &= bcde \& (\bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}) [T_6, T_1] = bcde \& \bar{c} \& (\bar{a}\bar{b} \vee ab) [T_{14}] = 0 [T_9] \end{aligned}$$

Завдання 16. Перетворити вираз для заданої функції в базис І-НІ із зазначенням використаних теорем.

Згідно із варіантом 33 початкова формула, що описує ФАЛ, має вигляд:

$$bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (a \oplus b) =$$

Представимо усі функції в формулі в булевому базисі:

$$= bcde \& (ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (\bar{a}\bar{b} \vee ab) =$$

Перетворимо усі функції АБО в формулі в функції І та І-НІ за допомогою теореми де Моргана (T_{21})

$$= bcde \& (\overline{\bar{a}\bar{b} \& \bar{a}\bar{b} \& \bar{a}\bar{b}\bar{c} \& \bar{b}\bar{c}}) \& (\overline{\bar{a}\bar{b} \& ab}) =$$

Маємо формулу із 4 двійковими змінними - bcde та 2 двійковими виразами, які поєднані між собою функцією І. При цьому оба вирази мають усі внутрішні функції І-НІ. Для перетворення кон'юнкції (функція І) до функції І-НІ згідно завдання, скористуємося теоремою подвійної інверсії T_7 (еволюції).

Для змінних m та n маємо наступний приклад перетворення кон'юнкції (спочатку 4 варіанти запису функції І): $m \& n = mn = m \cdot n = m \times n = m / n = \overline{\overline{m} \& \overline{n}}$, а для перетвореного виразу – наступне:

$$= bcde \& (\overline{\overline{\bar{a}\bar{b} \& \bar{a}\bar{b} \& \bar{a}\bar{b}\bar{c} \& \bar{b}\bar{c}}}) \& (\overline{\bar{a}\bar{b} \& ab}) =$$

Функція І-НІ інакше називається функцією Шеффера та має свій символ для запису: $\overline{a \& b} = (a|b)$. Реалізація інверсії за допомогою функцією Шеффера записується наступним чином: $\overline{a} = \overline{a \& 1} = (a|1)$

Тоді формула в базисі Шеффера буде мати вигляд:

$$= (b|c|d|e) ((a|b)|((a|1)|(b|1))|((a|(b|1)|(c|1))|((b|1)|(c|1)))) | ((a|1)|b)|(a|(b|1)))|1$$

Остання одиниця з'являється в формулі, тому що $\overline{\overline{a \& b \& c}} = a \& b \& c \& 1 = ((a|b|c)|1)$

2.3 Варіанти завдання

Завдання 2а. Спростити задану ФАЛ із зазначенням використаних теорем.

Завдання 2б. Перетворити вираз для заданої ФАЛ в базис І-НІ із зазначенням використаних теорем

Функція алгебри логіки обирається з списку згідно з номером варіанту.

1. $(a \oplus b) \& (adcbd \vee abc) \& (abcd \vee bcd) \& bc$
2. $abcde \bar{} \vee (ab \vee abcd) \vee abcde \bar{}$
3. $abcde \bar{} \vee (a\bar{b} \vee abcd) \vee abcde \bar{} \vee ab$
4. $\bar{cd} \vee (\bar{abcd} \vee abcd) \& (c \oplus d)$
5. $(ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (a \oplus b) \& bcde$
6. $(ab \vee \bar{b}\bar{c} \vee \bar{c}a) \& (\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}\bar{d}) \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$
7. $(\bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}\bar{c}) \& (\bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \& \bar{a}\bar{b}$
8. $(\bar{a}\bar{b} \vee ab) \& (cde \vee ab\bar{c} \vee \bar{c}de) \& (a\bar{b} \vee \bar{a}b)$
9. $(dc \vee \bar{b}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \& (ab \vee \bar{a}\bar{b}) \& \bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee abc$
10. $(bc \vee \bar{a}bc) \& (\bar{b}\bar{c}\bar{d} \vee \bar{b}\bar{c}\bar{d}) \vee ba \vee \bar{a}\bar{b} \vee \bar{a}$

2.4 Результати виконаного завдання

1. Формули перетворення та спрощеної ФАЛ з метою із зазначенням використаних теорем.
2. Формули перетворення та ФАЛ в необхідному базисі із зазначенням використаних теорем.

2.5 Контрольні питання

- 1 Яка ФАЛ має назву нерівнозначність?
- 2 Поясніть принцип запису інверсії в базисі Шеффера.
- 3 Який теорема булевої алгебри найчастіше використовуються для спрощення виразів?
- 4 За допомогою якої функції можна представити будь-яку іншу ФАЛ?
- 5 Які функції належать до булевого базису?

Література: [1,2,3,8]

Практичне заняття 3 - «Представлення функцій алгебри логіки»

Мета заняття: Вивчення основних способів представлення функцій алгебри логіки (ФАЛ).

3.1 Загальні вказівки

Найчастіше на практиці використовуються чисельне, табличне й аналітичне представлення булевих функцій (або ФАЛ). Для мінімізації функцій зручно представити ФАЛ у вигляді карти Карно, а для практичного застосування – як логічну схему.

Чисельне представлення булевих функцій дозволяє достатньо к задати одиничні (або нульові) значення ФАЛ шляхом використання множини десяткових чисел, що відповідають двійковим наборам аргументів, де функція має значення 1 (або 0). Наприклад, якщо треба задати функція у 3 аргументів, що має одиничні значення на наборах 010, 011, 110, можна записати $y_2 = 1 \{2, 3, 6\}$.

Табличне представлення булевих функцій виконується за допомогою таблиці істинності, що містить 2^L рядка і $L+1$ стовпець, де L – кількість аргументів функції. Рядки таблиці містять двійкові вхідні набори з номерами від 0 до 2^L-1 , а в останньому стовпці задається значення функції на кожному наборі. Приклади таблиць істинності базових функцій булевої алгебри наведено в таблиці 2.1

Табличне і чисельне представлення функцій є початковими формами, по яких формуються аналітичні вираження, що є основою для синтезу логічної схеми.

Аналітичне представлення булевих функцій найбільш часто використовує 2 форми запису - диз'юнктивну та кон'юнктивну нормальні форми.

Диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ) формується як диз'юнкція елементарних кон'юнкцій, називаних мінтермами. Мінтермом F_h називається булева функція, що приймає одиничні значення тільки на наборі з номером h , де $h=0, \dots, 2^L-1$, L – число вхідних змінних. Для формування мінтерма F_h необхідно записати кон'юнкцію $x_1 x_2 \dots x_i$ і поставити знак заперечення над перемінними, які приймають нульове значення в h -м наборі.

ДНФ довільної булевої функції формується в такий спосіб:

1. Виписуються мінтерми, що відповідають наборам, на яких функція дорівнює одиниці.
2. Отримані мінтерми поєднуються знаком диз'юнкції. Наприклад, для функції y_2 маємо:

$$y_2 = F_2 \vee F_3 \vee F_6 = \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3}.$$

Рангом кон'юнкції назвемо число букв що вона містить. Якщо всі терми ДНФ функції L перемінних мають ранг L , то це **досконала ДНФ** (ДДНФ). Таким чином, розглянуто методи формування ДДНФ по таблицях істинності (аналогічно вони формуються і по картам Карно).

Кон'юнктивна нормальна форма (КНФ) булевої функції формується як кон'юнкція елементарних диз'юнкцій, називаних макстермами.

Макстермом Φ_h називається булева функція, рівна нулеві тільки на наборі з номером h , де $h=0, \dots, 2^L-1$, L – число вхідних перемінних.

Отже, для формування макстерма Φ_h необхідно записати диз'юнкцію вхідних перемінних, причому, якщо перемінна x_i дорівнює 1(0) на h -м наборі, то в макстерм Φ_h входить її інверсне (пряме) значення.

Таким чином, для побудови КНФ довільної булевої функції застосовна наступна процедура:

1. Виписати макстерми, що відповідають наборам, на яких функція дорівнює нулеві.
2. Отримані макстерми поєднуються знаком кон'юнкції.

Приклад КНФ для функції $y_1 = 1 \{0,3,4,6\}$ (єдиничні набори – 000, 011, 100, 110) наведений нижче:

$$y_1 = \Phi_0 \Phi_3 \Phi_4 \Phi_6 = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3).$$

За аналогією з ДДНФ, КНФ називається досконалою, якщо всі її макстерми мають ранг L , де L – кількість змінних, від яких залежить функція.

Представлення ФАЛ за допомогою карти Карно, яка для функції L булевих змінних містить 2^L кліток, кожна з яких відповідає одному з наборів вхідних змінних. При цьому набори для сусідніх кліток відрізняються тільки значенням однієї із змінних. Це дає можливість застосувати

На рис. 3.1 представлені карти Карно для 0,1 та 2 змінних.

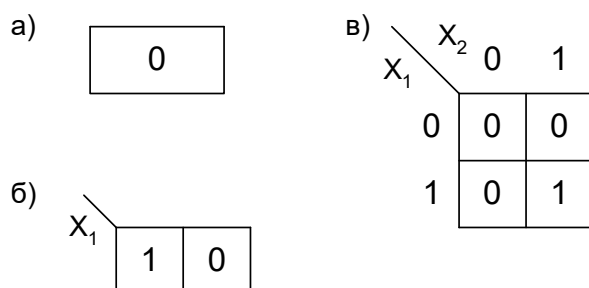


Рис. 3.1. Представлення булевих функцій картами Карно

Карта Карно для функції 3 аргументів $y_2=1 \{2,3,6\}$ представлена на рис. 3.2,а.

Карта Карно для функції 4 аргументів $y_4=1 \{0,1,2,3,7,11,15\}$ представлена на

рис. 3.2,б

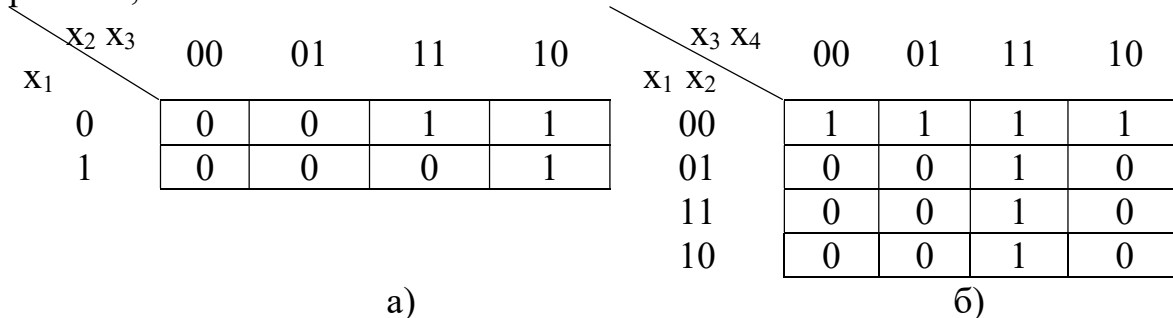


Рис. 3.2. Представлення булевих функцій картами Карно

Представлення ФАЛ у вигляді логічних схем. Будь-якому аналітичному виразу булевої функції відповідає логічна схема, побудована з елементів НІ, І та АБО та ін. Тому логічна схема є ще однією формою завдання булевої функції.

Наприклад, функції $f_1 = abc \vee abc\bar{c} \vee ade \vee a\bar{d}e = F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4$ відповідає логічна схема (рис. 3.3), що побудована з використанням умовних графічних зображень (УГЗ) відповідних елементів (таблиця 2.1).

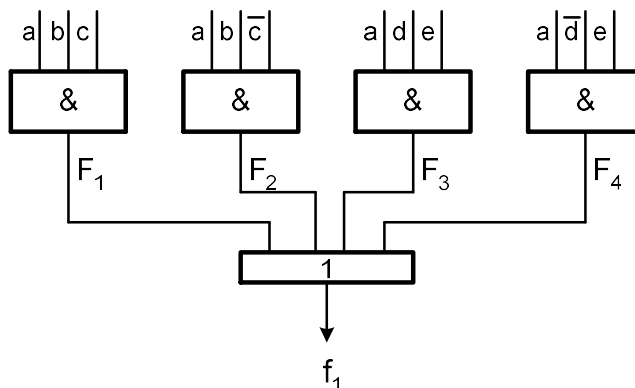


Рис. 3.3. Реалізація функції f_1 на логічних елементах

У цій схемі кожному терму F_h ($h = \overline{1, 4}$) відповідає елемент І з числом входів L_h , рівному числу букв (рангові) у термі F_h . Виходи схем І подаються на входи елемента АБО.

Спрощення виразу для f_1 можливо, якщо застосувати закон склеювання до термів F_1 , і F_2 та F_3 , і F_4 . Тоді $f_{1,1} = ab \vee ae$, після застосування асоціативного закону маємо $f_{1,2} = a(b \vee e)$. Відповідні схеми зображені на рис. 3.4.

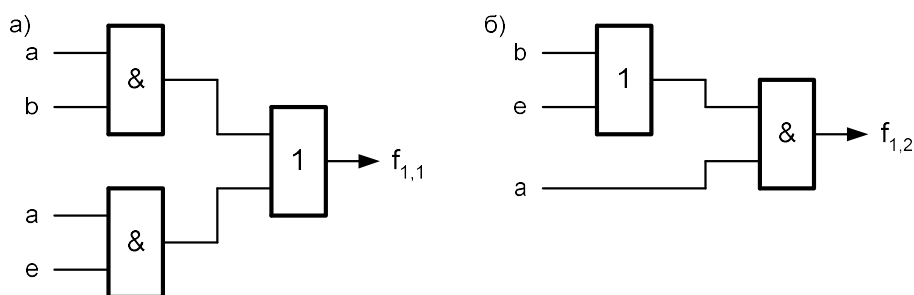


Рис. 3.4. Реалізація функції f_1 після застосування законів склеювання (а) і асоціативності (б)

Аналіз отриманих схем показав, що застосування законів булевої алгебри дозволило зменшити вартість схеми на рис. 3.4 порівнюючи з схемою на рис. 3.3 приблизно в чотири рази.

Усі розглянуті форми представлення булевих функцій є взаємо-однозначними, тобто по кожній з цих форм можуть бути отримані всі інші.

3.2. Приклад

Завдання 3. Представити ФАЛ, що задана в цифровому вигляді, з використанням таблиці істинності, карту Карно, аналітично (ДНФ та КНФ), за допомогою УГЗ як логічну схему. Спростити формулу та побудувати логічну схему.

1. Для побудови таблиці істинності сформуємо множину десятикових чисел із таблиці завдань, як об'єднання множин M_1 та M_2 . Для варіанту 15 (наприклад) об'єднуємо $M_1=\{12,13,14,15\}$ та $M_2=\{3,7,11,15\}$, тоді можна записати, що функція у дорівнює 1 на двійкових наборах, які відповідають цифрам 3,7,11,12,13,14,15. Це записується у вигляді **чисельного представлення ФАЛ** наступним чином:

$y=1 \{3,7,11,12,13,14,15\}$. Тоді **таблиця істинності для функції у з 4 аргументами** має вигляд:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>y</i>
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

2. **Карта Карно** для функції 4 змінних має 16 клітин в які записуються значення функції для кожного набору:

a b/c d	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

3. Аналітичне представлення функції у вигляді ДНФ формується як диз'юнкція (АБО) кон'юнктивних термів. Ці терми включають кон'юнкцію (функція І) змінних або їх інверсій для комбінацій, де функція має єдиничне значення. У нашому випадку це комбінації: 0011, 0111, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111. Якщо змінна в наборі має значення 0, то вона включається до терму з інверсією. Якщо значення – 1, то без інверсії.

Для спрощення набору формул означимо інверсію літерою n .

Наприклад, $\bar{a} = na$, $\bar{\bar{a}} = n(na)$. Тоді ДНФ для функції y буде мати вигляд:

$$y = nanbcd \vee nabcd \vee anbcd \vee abncnd \vee abncd \vee abcnd \vee abcd \quad (1)$$

Усі терми мають ранг 4, що дорівнює кількості аргументів функції. Тому така форма називається досконалою (ДДНФ). Для спрощення формули 1 виносимо змінні за дужки та спрощуємо вираз згідно до законів алгебри логіки. Вираз $acd(bn \vee b)$ отриманий для термів $anbcd$ та $abcd$ з формули 1.

$$\begin{aligned} y &= nacd(nb \vee b) \vee acd(bn \vee b) \vee abnc(nd \vee d) \vee abc(nd \vee d) = \\ &= nacd \vee acd \vee abnc \vee abc = cd(ba \vee a) \vee ab(nc \vee c) = cd \vee ab \end{aligned}$$

Таким чином, $y = ab \vee cd \quad (2)$

Спрощений вираз являє собою ДНФ функції, яка надалі не спрощується і має мінімальну кількість змінних. Така ДНФ називається **мінімальною** (МДНФ). На початку другої строки перетворень наведений приклад звичайної ДНФ. Проміжні вирази із дужками спеціальної назви не мають.

КНФ (кон'юнктивна нормальна форма) функції формується як кон'юнкція (функція І) диз'юнктивних термів. Ці терми включають диз'юнкцію (функція АБО) змінних або їх інверсій для комбінацій, де функція має нульове значення. Згідно із таблицею істинності це комбінації: 0000, 0001, 0010, 0100, 0101, 0110, 1000, 1001, 1010. Якщо змінна в наборі має значення 1, то вона включається до терму з інверсією. Якщо значення – 0, то без інверсії. Тоді КНФ функції y має вигляд:

$$\begin{aligned} y &= (a \vee b \vee c \vee d) (a \vee b \vee c \vee nd) (a \vee b \vee nc \vee d) (a \vee nb \vee c \vee d) (a \vee nb \vee c \vee nd) \& \\ & (a \vee nb \vee nc \vee d) (na \vee b \vee c \vee d) (na \vee b \vee c \vee nd) (na \vee b \vee nc \vee d) \end{aligned} \quad (3)$$

Кон'юнктивна нормальна форма (КНФ) має 9 диз'юнктивних термів, які об'єднуються операціями кон'юнкції. Усі диз'юнктивні терми мають ранг 4, що дорівнює кількості аргументів функції. Тому така форма називається досконалою (ДКНФ).

4. Для представлення функції у вигляді логічної схеми скористуємось умовними графічними елементами для ФАЛ АБО, інверсії та І (таблиця 2.1).

Для найбільш простої схеми, що відповідає формулі 2, це буде 2 двохвходових елемента І та один двохвходовий елемент АБО (рис.3.5).

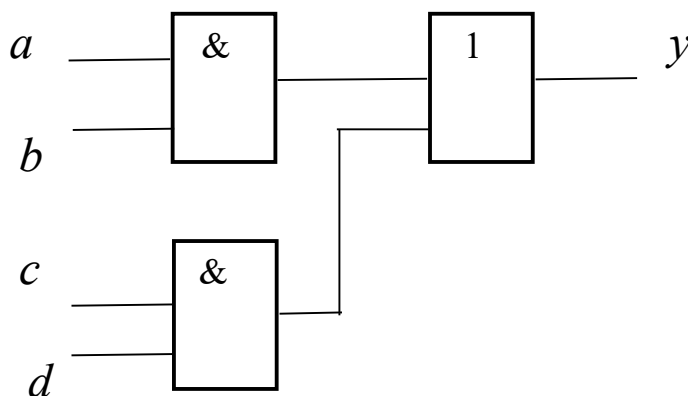


Рис.3.5. Логічна схема для функції у.

Слід відзначити, що логічні схеми можливо побудувати для формул 1 та 3, але отримані схеми будуть значно складніші. Для ДДНФ функції у схема включає сім 4-входових елементи І виходи яких під'єднуються до 7-ми входового елемента АБО. Для ДКНФ функції у схема включає дев'ять 4-входових елементи АБО виходи яких під'єднуються до 9-ти входового елемента І.

3.3. Варіанти завдання

Завдання 3. Представити ФАЛ, що задана в цифровому вигляді, з використанням таблиці істинності, карти Карно, аналітично (ДНФ та КНФ), за допомогою УГЗ як логічну схему. Спростити формулу та побудувати логічну схему.

$M1 / M2$	0,4,8,12	1,5,9,13	2,6,10,14	3,7,11,15
0,1,2,3	1	11	3	8
4,5,6,7	6	9	16	12
8,9,10,11	14	2	7	4
12,13,14,15	10	5	13	15

Номер варіанта

ФАЛ в чисельній формі формується як $y = 1 \{M1 \cup M2\}$

Наприклад, для варіанта 15 об'єднання множин $M1=\{12,13,14,15\}$ та $M2=\{3,7,11,15\}$ дає наступне чисельне представлення ФАЛ:

$$y_{15} = 1 \{3,7,11,12,13,14,15\}$$

3.4. Результати виконаного завдання

1. Карта Карно для заданої функції 4 аргументів.
2. Формули аналітичного представлення функції у вигляді ДНФ (ДДНФ) та КНФ (ДКНФ).
3. Аналітичне спрощення виразу для ДНФ або КНФ.

4. Логічна схема для заданої функції.

3.5. Контрольні питання

1. Які розміри таблиці істинності для ФАЛ з 5 аргументами?
2. Яку форму має карта Карно для ФАЛ з 6 аргументами?
3. Чому дорівнює ранг кон'юнкції в досконалої ДНФ?
4. Які закони булевої алгебри найчастіше використовуються при спрощенні двійкових виразів?
5. Чи впливає початковий спосіб представлення ФАЛ на кінцевий аналітичний вигляд?

Література: [1,2,8,10]

Практичне заняття 4 – Мінімізація ФАЛ за допомогою карт Карно.

Мета заняття: Вивчення основних способів мінімізації функцій алгебри логіки (ФАЛ) з використанням карт Карно.

4.1 Загальні вказівки

Під час створення логічних схем складність останніх залежить від складності формул, що описують відповідні логічні функції. На рис. 3.3 та рис. 3.4 наведено приклади схем для реалізації функції f_1 . Показано, що за рахунок аналітичних перетворень направлених на спрощення формул складність (а відповідно і вартість) схем на рис. 3.4 зменшена приблизно в 4 рази порівняно із схемою на рис. 3.3. Таким чином, правильне застосування законів булевої алгебри дозволяє зменшити вартість схем, якщо це можливо.

Мета спрощення булевих функцій – одержання схеми з мінімальною ціною по Квайну, що відповідає аналітичному вираженню з мінімальним числом букв. Назвемо ДНФ із мінімальним числом букв мінімальною ДНФ (МДНФ), а процес побудови МДНФ по ДДНФ – мінімізацією булевої функції.

Для мінімізації ФАЛ з кількістю аргументів до 6 зручно використовувати карти Карно, які дозволяють графічно застосувати закон склеювання.

$$na \cdot nb \cdot nc \vee na \cdot b \cdot nc = na \cdot nc$$

a \ b c	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

$$(na \cdot b \cdot c \vee a \cdot b \cdot c) \vee (na \cdot b \cdot nc \vee a \cdot b \cdot nc) = b \cdot c \vee b \cdot nc = b$$

Рис.4.1 Карта Карно для функції u_3

На рис. 4.1 в якості прикладу наведено карту Карно для функції u_3 трьох аргументів, яка має 5 одиничних значень. Кожній одиниці відповідає терм рангом 3. Карта Карно побудована таким чином, що об'єднання в групу «сусідніх» клітинок (еквівалентно функції АБО) спрощує вираз. На рис.4.1 показано приклад для груп з 2 та 4 клітинок. Група з 2 клітинок є «сусідніми» з точки зору кодування – коди відрізняються тільки в 1 біті – 000 та 010. Для коректної «роботи» закону склеювання група повинна включати кількість клітинок кратну ступеню 2 та мати прямокутну або квадратну форму. Зауважимо, що чим більше одиниць в групі тим простіше мінімізований вираз: для 2 клітинок мінімізований терм включає 2 змінні, а для об'єднаних 4 клітинок одну.

Для отримання мінімальної ДНФ (МДНФ) функції за допомогою карт Карно треба виконати наступні дії:

1) Відмічаємо на карті Карно групи клітинок з **одиницями** (кількість клітинок кратна ступню 2, покриття прямокутної або квадратної форми). В групу можна

об'єднувати клітки по краях карти. Мета – покриття усіх кліток з одиницями максимальними групами.

2) Для кожної групи формується кон'юнктивний терм наступним чином: в терми включаються змінні, які в групі не змінюються, якщо змінна дорівнює 1, то вона включається до терму без інверсії, а якщо змінна дорівнює 0, то з інверсією. Терми об'єднуються функцією АБО для отримання МДНФ.

На карті Карно з рис.4.1 одиниці можна об'єднати в 2 групи – 4 клітини та 2 клітки через лівий та правий край карти, як показано на рис.4.2.

a \ b c	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

Рис.4.2 Відмічена карта Карно для функції y_3

МДНФ в нашому випадку матиме 2 терми (2 групи) 'В групі 1 – не змінюється b і дорівнює 1, в групі 2 – $a=0$, $c=0$, b - змінюється. Тоді можна записати МДНФ функції (як і раніше для відображення інверсного значення використовуємо n - інверсія a буде na):

$$y_3 = b \vee na \& nc \quad (4.1)$$

Для отримання мінімальної МДНФ інверсного значення функції змінимо одиниці на нулі, а нуля – на одиниці (рис.4.3).

a \ b c	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0

Рис.4.3. Карта Карно для інверсії функції y_3 (ny_3)

Формування функції ny_3 виконуємо аналогічно – відмітка груп одиниць (2 групи), включення до термів змінних, які в групі є постійними, формування МДНФ.

Тоді МДНФ інверсного значення функції буде мати вигляд:

$$ny_3 = nb \& c \vee a \& nb \quad (4.2)$$

Слід відзначити, що для отримання без y_3 інверсії, достатньо проінвертувати обидві частини рівняння 4.2. Тоді:

$$y_3 = n(ny_3) = n(nb \& c \vee a \& nb) \quad (4.3)$$

Для отримання мінімальної КНФ (МКНФ) функції за допомогою карт Карно треба виконати наступні дії:

1) Відмічаємо на карті Карно групи кліток з нулями (кількість кліток кратна ступню 2, покриття прямокутної або квадратної форми). В групу можна

об'єднувати клітки по краях карти. Мета – покриття усіх кліток з нулями максимальними групами.

2) Для кожної групи формується диз'юнктивний терм наступним чином: в термі включаються змінні, які в групі не змінюються, якщо змінна дорівнює 1, то вона включається до терму з інверсією, а якщо змінна дорівнює 0, то без інверсії. Терми об'єднуються функцією І для отримання МКНФ.

Приклад формування МКНФ для функції y_3 зображено на рис.4.4. В цьому випадку кажуть про «склеювання по нулях».

a \ b c	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

Рис.4.4. Карта Карно для отримання МКНФ функції y_3

Тоді мінімальна КНФ функції y_3 буде мати вигляд:

$$y_3 = (b \vee nc) \& (na \vee b)$$

МКНФ також можна отримати, якщо до виразу для інвертованого значення інверсії функції (в нашому випадку 4.3) двічі застосувати закон де Моргана.

4.2 Приклад

Завдання 4. Для ФАЛ 3,4,5 аргументів провести мінімізацію за допомогою карт Карно та записати мінімальну ДНФ для функції, мінімальну ДНФ для її інверсії та мінімальну КНФ. Привести карти Карно (9 шт.) із покриттями.

Згідно із завданням для варіанта 15 сформуємо ФАЛ з 5,4 та 3 аргументів (відповідно y_5 , y_4 , y_3) в чисельному вигляді.

ФАЛ з 5 аргументами (із завдання в розділі 4.3):

$$y_5 = 1 \{2,1,13,15,29\} \\ * \{7,3,5,9,10,18,31\}$$

ФАЛ з 4 аргументами (із практичного завдання №3):

$$y_4 = 1 \{3,7,11,12,13,14,15\}.$$

ФАЛ з 3 аргументами (із завдання в розділі 4.3):

$$M1 = \{6,7\}; M2 = \{0,2,3\}. M1 \cup M2 = \{0,2,3,6,7\} \\ y_3 = 1 \{0,2,3,6,7\}$$

1) Мінімізація ФАЛ з 3 аргументами за допомогою карти Карно.

Побудуємо карту Карно для функції y_3 (рис.4.5):

a \ b c	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

Рис.4.5. Карта Карно для функції y_3

Для отримання **мінімальної ДНФ (МДНФ) функції** об'єднаємо в групи **одиниці** з кількістю кратною ступню 2. Група має бути квадратної чи прямокутної форми. В групу можна об'єднувати клітки по краях карти. Тоді одиниці можна об'єднати в 2 групи – 4 клітини та 2 клітки через лівий та правий край карти, як показано на рис.4.5.

В групі 1 – не змінюється b і дорівнює 1, в групі 2 – $a=0$, $c=0$, b - змінюється. Тоді можна записати МДНФ функції (як і раніше для відображення інверсного значення використовуємо n - **інверсія** a буде na):

$$y_3 = b \vee na \& nc$$

Для отримання **мінімальної ДНФ (МДНФ) інверсного значення функції** змінимо одиниці на нулі та навпаки (рис.4.6).

a \ b c	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0

Рис.4.6 Карта Карно для інверсії функції y_3 (ny_3)

Формування функції ny_3 виконуємо аналогічно – відмітка груп одиниць (2 групи), включення до термів змінних, які в групі є постійними, формування МДНФ.

Тоді МДНФ інверсного значення функції буде мати вигляд:

$$ny_3 = nb \& c \vee a \& nb$$

Слід відзначити, що для отримання без y_3 інверсії, достатньо проінвертувати обидві частини рівняння. Тоді:

$$n(ny_3) = n(nb \& c \vee a \& nb) = y_3$$

Для отримання **мінімальної КНФ (МКНФ) функції** об'єднаємо в групи квадратної чи прямокутної форми **нулі** з кількістю кратною ступню 2. В нашому випадку нулі можна об'єднати в 2 групи по 2 клітки, як показано на рис.4.7.

Далі формуємо КНФ. У прикладі вона матиме 2 терми (2 групи). В диз'юнктивні терми увійдуть змінні, які в групі постійні. Якщо змінна дорівнює 0, то вона включається до терму без інверсії, а якщо змінна дорівнює 1, то з інверсією.

a \ b c	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1

Рис.4.7 Карта Карно для отримання МКНФ функції y_3

Тоді мінімальна КНФ функції y_3 буде мати вигляд:

$$y_3 = (b \vee nc) \& (na \vee b)$$

2) Функція 4 аргументів задана в числовому вигляді наступним чином:
 $y_4 = 1 \{3, 7, 11, 12, 13, 14, 15\}$.

Побудуємо карти Карно та за їх допомогою проведемо мінімізацію y_4 для отримання її МДНФ, МДНФ інверсії та МКНФ.

a b \ c d	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

Рис.4.8 Карта Карно для функції y_4

Усі одиниці покриваються двома групами і тоді МДНФ функції має вигляд:

$$y_4 = a \& b \vee c \& d$$

a b \ c d	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

Рис.4.9 Карта Карно для інверсії функції y_4

Для отримання МДНФ інверсії функції проінвертуємо її значення на карті та виконаємо мінімізацію. Покриття усіх одиниць можна здійснити 4 групами (рис.4.9). Тоді МДНФ інверсії y_4 має вигляд:

$$ny_4 = na \& nc \vee na \& nd \vee nb \& nc \vee nb \& nd$$

Аналогічно попередньому будуються групи нулів в карті Карно (рис.4.10) та записується мінімальна КНФ:

$$y_4 = (a \vee c) \& (a \vee d) \& (b \vee c) \& (b \vee d)$$

Такий же результат можна отримати, якщо двічі виконати перетворення функції y_4 за законом де Моргана.

Відзначаємо, що терм 4 було сформовано, як об'єднання чотирьох кутових клітин карти Карно.

a b \ c d	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

Рис.4.10 Карта Карно для отримання МКНФ функції y_4

3) Функція 5 аргументів задана в числовому вигляді наступним чином:

$$y_5 = 1 \quad \{2, 1, 13, 15, 29\} \\ * \quad \{7, 3, 5, 9, 10, 18, 31\}$$

Для двійкових наборів:

$$y_5 = 1 \quad \{00010, 00001, 01101, 01111, 11101\} \\ * \quad \{00111, 00011, 00101, 01001, 01010, 10010, 11111\}$$

Тут вказані набори не тільки з одиничними значеннями функції, а з наборами для яких значення функції невизначене (в карті Карно або в таблиці істинності відзначається як *). Під час мінімізації зірочку (астериск) можна замінити на 0 або 1 – як вигідно, що сприяє спрощенню виразу. Таким чином, **при формуванні покриттів треба покрити усі одиниці, але в покриття можуть входити і астериски (тоді вони замінюються на 1). Якщо астериски в покриття не увійшли, то вони замінюються на 0.**

Карта Карно з покриттями для отримання МДНФ наведена на рис.4.11.

a b \ c d e	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	*	1	0	*	*	0
01	0	*	0	*	0	1	1	0
11	0	0	0	0	0	*	1	0
10	0	0	0	*	0	0	0	0

Рис.4.11. Карта Карно для функції y_5

Маємо 3 покриття. Покриття 1 включає 4 клітини, покриття 2 – теж 4 клітини, але це покриття – з розривом і симетричне відносно центральної осі. Покриття 3 включає 2 клітини. 3 зірочки не входять в покриття та замінюються на 0. Тоді МДНФ функції має вигляд:

$$y_5 = b \& c \& d \vee na \& nd \& e \vee na \& nc \& d \& ne$$

Карта Карно з покриттями для отримання МДНФ інверсії функції y_5 наведена на рис.4.12. Для покриття усіх одиниць достатньо 5 груп по 8 клітинок. Покриття 4 є розривним через край карти, а покриття 5 об'єднує два стовпчика правої частини карти.

Тоді для МДНФ інверсії функції можна записати:

$$ny_5 = b \& nc \vee a \& nc \vee a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne$$

a b \ c d e	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	*	0	1	*	*	1
01	1	*	1	*	1	0	0	1
11	1	1	1	1	1	*	0	1
10	1	1	1	*	1	1	1	1

Рис.4.12. Карта Карно для отримання МДНФ інверсії функції y_5

Аналогічно виконуємо мінімізацію для отримання МКНФ функції, тільки покриття формуємо по нулях (рис.4.13).

a b \ c d e	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	*	1	0	*	*	0
01	0	*	0	*	0	1	1	0
11	0	0	0	0	0	*	1	0
10	0	0	0	*	0	0	0	0

Рис.4.13. Карта Карно для отримання МКНФ функції y_5

Далі записуємо МКНФ функції, причому в диз'юнктивних термах постійні змінні записуються з інверсією, якщо змінна дорівнює 1, та без інверсії, якщо вона має нульове значення.

$$y_5 = (nb \vee c) \& (na \vee c) \& (na \vee b) \& (d \vee e) \& (nc \vee e)$$

4.3 Варіанти завдання

Завдання 4. Для ФАЛ 3,4,5 аргументів провести мінімізацію за допомогою карт Карно та записати мінімальну ДНФ для функції, мінімальну ДНФ для інверсії цієї функції та мінімальну КНФ. Привести карти Карно (9 шт.) із покриттями.

ФАЛ 5 аргументів задається чисельно:

- | | | |
|--|---|--|
| 1) $Y=1 \{0,1,6,14,30\}$
* $\{2,3,5,9,10,22\}$ | 2) $Y=1 \{7,9,6,13,18,25\}$
* $\{2,8,5,29,10,21\}$ | 3) $Y=1 \{0,2,6,12,13,28\}$
* $\{1,3,5,7,8,10,29\}$ |
| 4) $Y=1 \{0,1,4,13,16,17\}$
* $\{2,3,5,7,9,10,20\}$ | 5) $Y=1 \{0,7,11,14,18\}$
* $\{3,5,9,10,22,23\}$ | 6) $Y=1 \{0,1,7,11,12,16\}$
* $\{3,5,9,10,15,17\}$ |
| 7) $Y=1 \{2,1,13,15,29\}$
* $\{7,3,5,9,10,18,31\}$ | 8) $Y=1 \{8,6,12,14,30\}$
* $\{2,3,5,7,9,10,28\}$ | 9) $Y=1 \{4,5,6,12,28\}$
* $\{0,1,2,20,22\}$ |
| 10) $Y=1 \{2,1,8,11,12\}$
* $\{0,12,14,15\}$ | 11) $Y=1 \{2,5,6,13,15,21\}$
* $\{0,1,7,8,14,23\}$ | 12) $Y=1 \{5,7,8,12,13,16\}$
* $\{0,1,4,14,17\}$ |

ФАЛ 4 аргументів береться із завдання 3.

ФАЛ 3 аргументів задається аналогічно завданню 3:

Номер варіанту

$M1 \setminus M2$	0,1,2	0,1,3	1,2,3	0,2,3
4,5	1	11	3	8
4,6	6	9	16	12
5,7	14	2	7	4
6,7	10	5	13	15

Чисельне завдання ФАЛ: $y = 1 \{M1 \cup M2\}$

Наприклад для варіанта 15, $y_3 = 1 \{0,2,3,6,7\}$

4.4. Результати виконаного завдання

1. Вирази для чисельного завдання ФАЛ 3,4,5 аргументів.
2. Карти Карно з відміткою покриттів та формули для МДНФ функції 3 аргументів, МДНФ її інверсії, МКНФ цієї функції.
3. Карти Карно з відміткою покриттів та формули для МДНФ функції 4 аргументів, МДНФ її інверсії, МКНФ цієї функції.
4. Карти Карно з відміткою покриттів та формули для МДНФ функції 5 аргументів, МДНФ її інверсії, МКНФ цієї функції.

4.5. Контрольні питання

1. Якщо покриття в карті Карно з 32 кліточками має 8 кліточок, який ранг відповідного терму буде в мінімальній формі?
 2. Поясніть принцип побудови варти Карно.
 3. Яку максимальну кількість термів може містити МДНФ 4 аргументів?
 4. Скільки «сусідніх» наборів має кліточка з набором 0001? Перелічити їх.
- Література: [1,2,6,8]

Практичне заняття 5 – Синтез комбінаційних логічних схем в заданому базисі .

Мета роботи: вивчення основних методів та способів перетворення функцій алгебри логіки до заданого базису для побудови комбінаційних логічних схем (КЛС) з використанням інтегральних схем малого ступеню інтеграції (МІС).

5.1 Загальні вказівки

Під комбінаційною схемою розуміється мережа логічних елементів, що не має зворотних зв'язків. Комбінаційна схема (КС) задається системою булевих функцій $Y=F(X)$, де $Y=\{y_1, \dots, y_n\}$, $X=\{x_1, \dots, x_n\}$, $y_n=f_n(x_1, \dots, x_n)$ ($n=1, \dots, N$).

В обчислювальній техніці для синтезу КС використовується кінцева множина логічних елементів, називана елементним базисом. Це поняття зв'язане з поняттям функціонального базису, під яким розуміється кінцеве число елементарних булевих функцій, достатніх для аналітичного представлення довільної булевої функції

Під час синтезу комбінаційних схем розроблювач може скористатися наступними критеріями:

- мінімізація числа елементів схеми і, отже, її вартості в грошовому еквіваленті;
- мінімізація часу переключення КС (збільшення швидкодії).

Для оцінки складності реалізації j -го аналітичного виразу функції f_j використовують ціну схеми по Квайну $C(f_j)$, дорівнює сумарному числу входів всіх елементів логічної схеми, що реалізує функцію f_j .

Кожен логічний елемент має деякий кінцевий час $t_{\text{ле}}$, що проходить від зміни сигналів на входах до зміни сигналів на виході. Назвемо $t_{\text{ле}}$ часом переключення логічного елементу. Комбінаційна схема в цілому також має час переключення $t_{\text{КС}}$, що знаходиться як сума часів переключення логічних елементів, що знаходяться на самому довгому ланцюжку від входу до виходу.

Будь-яка функція може бути представлена у вигляді ДНФ чи КНФ, тому для представлення булевих функцій досить елементарних функцій І, АБО, НІ. Базис {І, АБО, НІ} одержав назву булевого базису. Таким чином, для реалізації будь-якої КС досить елементів І, АБО і НІ.

Використовуючи закони Де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \quad \text{або} \quad A \vee B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}; \quad (5.1)$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} \vee \overline{B} \quad \text{або} \quad A \cdot B = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} \quad (5.2)$$

будь-яку ДНФ чи КНФ можна виразити за допомогою операцій І-НІ чи АБО-НІ. Таким чином, **базис І-НІ** та **базис АБО-НІ** є достатнім для реалізації довільної

функції і на практиці найбільше часто використовується логічні елементи І-НІ та АБО-НІ.

1. Реалізація елементарної кон'юнкції в базисі І-НІ.

Реалізація схеми ґрунтується на законі подвійної інверсії $\overline{\overline{A}} = A$. Наприклад, функція $F_3 = abc$ перетворюється до виду $F_3 = \overline{\overline{abc}}$, чому відповідає схема (рис. 5.1).

Схема має два рівні, причому другий рівень реалізує функцію інверсії за допомогою очевидного співвідношення

$$\overline{\overline{AA}} = \overline{A} \quad (5.3)$$

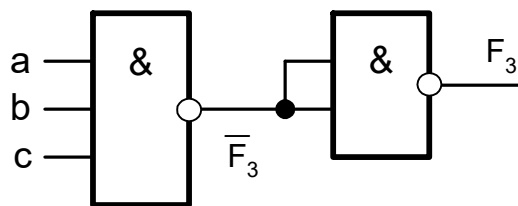


Рис. 5.1. Реалізація елементарної кон'юнкції в базисі І-НІ

Відзначимо, що для реалізації інвертора також може бути використане правило

$$\overline{A \cdot 1} = \overline{A} \quad (5.4)$$

2. Реалізація елементарної диз'юнкції в базисі І-НІ.

Реалізація схеми заснована на використанні подвійного заперечення і закону Де Моргана (5.1). Наприклад, функція $\Phi_3 = a \vee b \vee c$ перетворюється в такий спосіб $\Phi_3 = \overline{\overline{a \vee b \vee c}} = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}}$. Якщо джерело вхідних змінних формує як прямі, так і інверсні значення змінних a, b, c , то схема для Φ_3 має один рівень (рис. 5.2,а). Якщо джерело вхідних сигналів формує тільки прямі значення змінних a, b, c , то схема має два рівні (рис. 5.2,б).

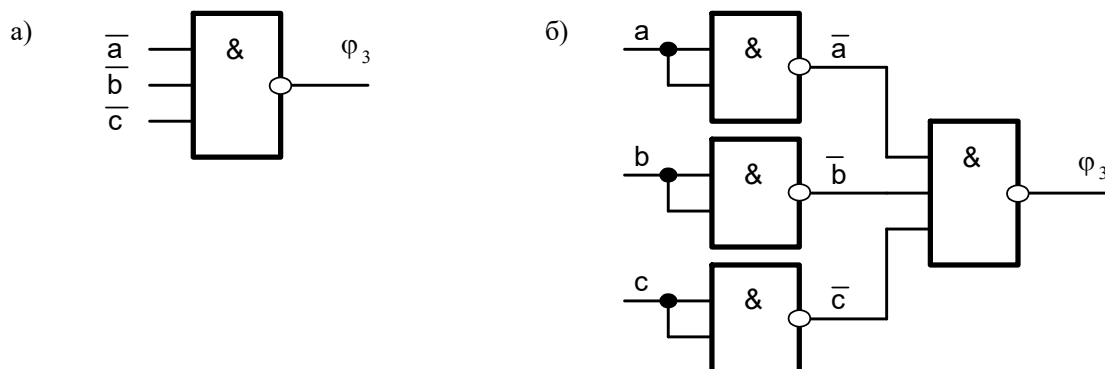


Рис. 5.2. Реалізація елементарної диз'юнкції в базисі І-НІ

Відзначимо, що друга ситуація є найбільш розповсюдженої на практиці.

3. Реалізація ДНФ у базисі І-НІ.

Реалізація схеми заснована на застосуванні закону подвійної інверсії і закону Де Моргана (5.1). Наприклад, для функції $y_1 = ab \vee cd = F_1 \vee F_2$ маємо: $y_1 = \overline{\overline{F_1 \vee F_2}} = \overline{\overline{F_1} \cdot \overline{F_2}} = \overline{\overline{ab} \cdot \overline{cd}}$, що відповідає схемі на рис. 5.3.

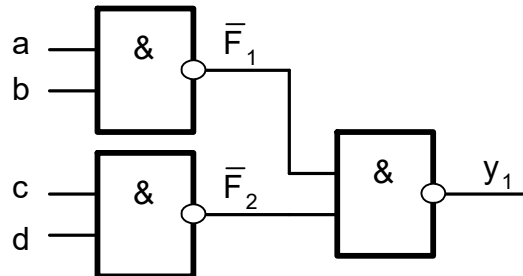


Рис. 5.3. Реалізація ДНФ у базисі І-НІ

4. Реалізація КНФ у базисі І-НІ.

Так як термами КНФ є елементарні диз'юнкції, то кожна з них повинна бути перетворена за правилами, розглянутим у п.2, а до КНФ у цілому застосовується закон подвійної інверсії. Наприклад, для функції $y_2 = (a \vee b)(c \vee d)$ маємо $y_2 = \Phi_1 \cdot \Phi_2 = \overline{\overline{\Phi_1 \cdot \Phi_2}} = \overline{\overline{\Phi_1} \cdot \overline{\Phi_2}} = \overline{\overline{a \cdot b} \cdot \overline{c \cdot d}}$, що відповідає схемі на рис. 5.4.

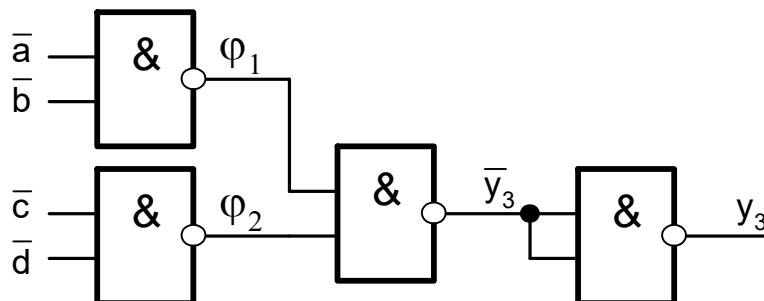


Рис. 5.4. Реалізація КНФ у базисі І-НІ

Так, для КС функції y_1 маємо $t_{kc}=2$, а для $y_2 - t_{kc}=3$. Таким чином, схема в базисі І-НІ, побудована по ДНФ, у 1,5 рази швидше, ніж схема, побудована по КНФ.

У випадку використання критерію мінімізації часу переключення КС реалізація КНФ у базисі І-НІ не використовується. Однак може використовуватися реалізація схеми по КНФ зворотної функції. Наприклад, для функції y_3 (рис. 2.5) може бути отримана КНФ зворотної функції $\overline{y_3}$, що використовує мінтерми, що відповідають одиницям карти Карно.

$$\overline{y_3} = (a \vee c)(\overline{a} \vee \overline{c} \vee \overline{d})$$

Очевидно, для одержання прямої функції досить взяти інверсію функції $\overline{y_3}$, а для реалізації термів у базисі І-НІ необхідно використовувати подвійну інверсію

і закон Де Моргана: $y_3 = \overline{\overline{a \vee c} \cdot \overline{a \vee c \vee d}} = \overline{\overline{a \cdot c} \cdot \overline{acd}}$, що приводить до схеми з двома рівнями (рис. 5.5).

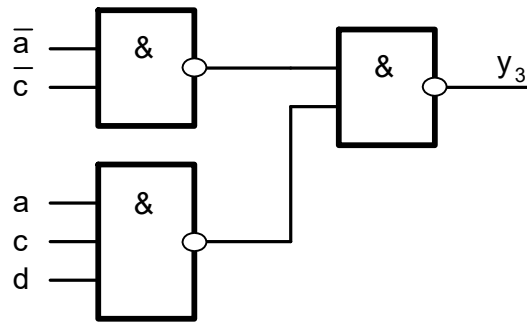


Рис. 5.5. Реалізація КНФ зворотної функції в базисі І-НІ
Ця схема має такий же час переключення, як і схема, реалізована по ДНФ.

5. Реалізація елементарної кон'юнкції в базисі АБО-НІ.

Для синтезу схеми необхідно використовувати закони подвійної інверсії і Де Моргана. Наприклад, для виразу $F_3 = \overline{abc}$ маємо $F_3 = \overline{abc} = \overline{a \vee b \vee c}$ що породжує схему (рис. 5.6).

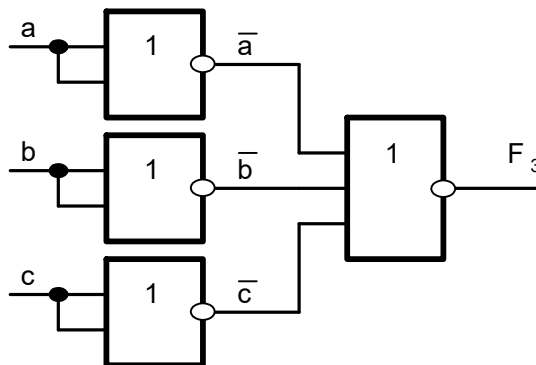


Рис. 5.6. Реалізація елементарної кон'юнкції в базисі АБО-НІ

У цій схемі для реалізації інверторів використане правило $\overline{\overline{a \vee a}} = \overline{a}$.

6. Реалізація елементарної диз'юнкції в базисі АБО-НІ.

Для реалізації терму необхідно використовувати правило подвійної інверсії. Так, для виразу $\varphi_3 = a \vee b \vee c$ маємо $\varphi_3 = \overline{\overline{a \vee b \vee c}}$, що породжує схему (рис. 5.7).

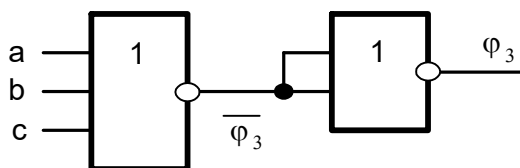


Рис. 5.7. Реалізація елементарної диз'юнкції в базисі АБО-НІ

7. Реалізація ДНФ у базисі АБО-НІ.

Застосовуваний підхід аналогічний методу реалізації КНФ у базисі І-НІ: над кожним термом і над формулою в цілому береться подвійна інверсія, а потім внутрішня інверсія для кожного терма перетвориться за законом Де Моргана. Так, для функції $y_1 = ab \vee cd$ маємо: $y_1 = \overline{\overline{ab \vee cd}} = \overline{\overline{ab} \cdot \overline{cd}} = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}}$, що породжує схему (рис. 5.8).

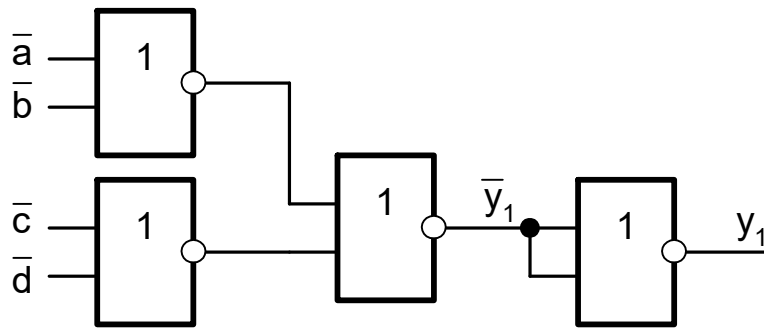


Рис. 5.8. Реалізація ДНФ у базисі АБО-НІ

8. Реалізація КНФ у базисі АБО-НІ.

Реалізація заснована на застосуванні законів подвійного заперечення і Де Моргана. Так, для функції $y_2 = (a \vee b)(c \vee d) = \Phi_1 \cdot \Phi_2$ маємо:

$y_2 = \overline{\overline{\Phi_1 \cdot \Phi_2}} = \overline{\overline{\Phi_1} \cdot \overline{\Phi_2}} = \overline{\overline{a \vee b} \cdot \overline{c \vee d}} = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}}$, схема зображена на рис. 5.9)

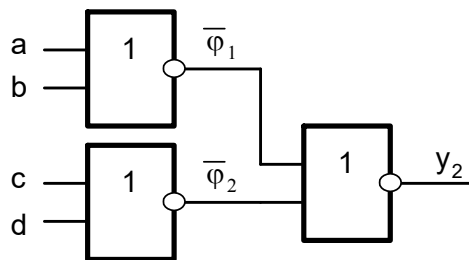


Рис. 5.9. Реалізація КНФ у базисі АБО-НІ

Отримані результати зведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

№	Функція	Базис	Реалізація
1.	$F=ab$	І-НІ	$F = \overline{\overline{ab}}$
		АБО-НІ	$F = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}$
2.	$\Phi=a \vee b$	І-НІ	$\Phi = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b}}$
		АБО-НІ	$\Phi = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}$

3.	$y=ab\vee cd$	ДНФ	I-НІ	$y = \overline{\overline{ab}} \cdot \overline{\overline{cd}}$
			АБО-НІ	$y = \overline{\overline{\overline{a} \vee \overline{b}} \vee \overline{\overline{c} \vee \overline{d}}}$
4.	$y=(a\vee b) \cdot (c\vee d)$	КНФ	I-НІ	$y = \overline{\overline{\overline{a} \cdot \overline{b}} \cdot \overline{\overline{c} \cdot \overline{d}}}$
			АБО-НІ	$y = \overline{\overline{\overline{a} \vee \overline{b}} \vee \overline{\overline{c} \vee \overline{d}}}$

9. Синтез комбінаційних логічних схем в базисі І-АБО-НІ.

В реальних серіях малих інтегральних схем існують елементи, які реалізують інверсію ДНФ (базис І-АБО-НІ). Розширення функціональних можливостей за рахунок використання багатомітерних транзисторів не приводить до суттєвого подорожчання елемента. В порівнянні із елементом І-НІ (АБО-НІ) такий елемент коштує всього на 10-15% більше.

На рис.5.10 приведена внутрішня структура (а) та умовне графічне зображення (б) елемента 2І-2І-4І-АБО -НІ (іноді записують як 2І-2І-4І-3АБО -НІ).

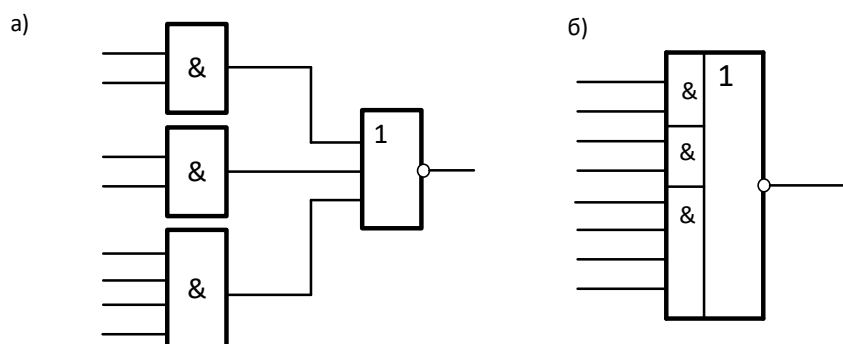


Рис.5.10. Внутрішня структура (а) та умовне графічне зображення (б) елемента 2І-2І-4І-АБО -НІ

Якщо на входи такого елемента подати різні змінні, то отримуємо схему для реалізації інверсії ДНФ для 3 термів рангу 2,2,4 (рис.5.11,а): $y = ab\vee cd\vef efg h$. Це означає, що **для побудови схем в базисі І-АБО-НІ зручно використовувати ДНФ інверсного значення функції**.

Комбінуючи повторення змінних та значення 1 та 0, можна отримати елемент 4І-НІ $y_1=0*0\vee 0*0\vef abcd = \overline{abcd}$ (рис.5.11,б); елемент 3АБО-НІ $y_2 = aa\vee bb\vef cccc = a\vee b\vef c$ (рис.5.11,в) або $y_2=a*1\vee b*1\vef c*1*1*1 = a\vee b\vef c$. Слід зауважити, що ціна усіх цих схем по Квайну буде дорівнювати 8 (не 4 або 3)!

Таким чином, перетворення формул у базис І-АБО-НІ зводиться до зменшення кількості та/або рангу термів за допомогою в першу чергу закону

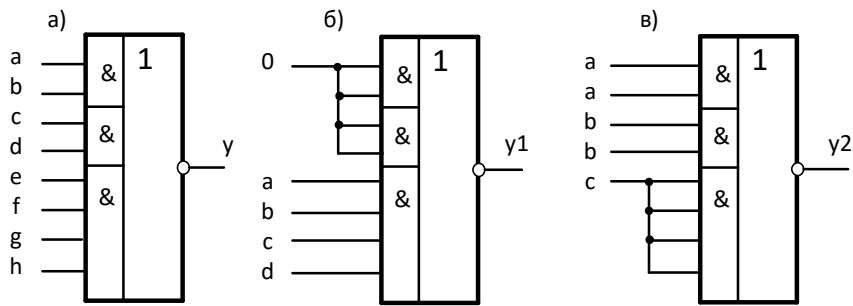


Рис.5.11. Реалізація функцій в базисі І-АБО-НІ:

а)2І-2І-4І-3АБО-НІ; б)4І-НІ; в)3АБО-НІ

подвійної інверсії, закону де Моргана, дистрибутивного закону.

Розглянемо приклади реалізації ФАЛ в базисі 2І-2І-4І-3АБО-НІ. Припустимо, що після мінімізації отримана наступна формула: $y = ab \vee acdef \vee mrt \vee xz$.

Варіант1: Виносимо а за дужки та застосовуємо закон де Моргана:

$$y = a(b \vee cdef) \vee mrt \vee xz = \overline{a} \vee \overline{b \vee cdef \vee mrt \vee xz}$$

Варіант2: Використовуємо закон подвійної інверсії для зменшення кількості змінних в термі з 5 до 4 та кількості термів з 4 до 3:

$$y = \overline{\overline{ab \vee acdef \vee mrt \vee xz}}$$

Схема для варіанта 1 з урахуванням інвертора потребує 4 елементи І-АБО-НІ (ціна по Квайну - 32), а схема для варіанта 2 - 5 елементів (ціна по Квайну - 40). Час затримки схем – однаковий і складає $3 \cdot t_{\text{ле}}$. Схема для варіанту 1 зображена на рис.5.12

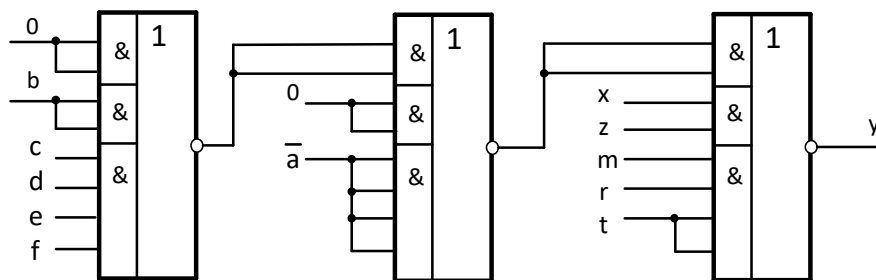


Рис.5,12. Логічна схема (варіант 1) для ФАЛ у.

4.2 Приклад

Завдання 5. Розробити 6 комбінаційних логічних схем в заданих базисах для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 4. Базис 1 та базис 2 згідно таблиці для варіанту 15: 3АБО-НІ, 2І-2І-4І-АБО-НІ.

Для вибору найбільш зручних формул, які згодом перетворюються до необхідного базису, запишемо усі формули після мінімізації з практичного заняття №4.

МДНФ для y_3 : $y_3 = b \vee \neg a \wedge \neg c$
 МДНФ для $\neg y_3$: $\neg y_3 = \neg b \wedge c \vee a \wedge b$
 МКНФ для y_3 : $y_3 = (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee b)$

МДНФ для y_4 : $y_4 = a \wedge b \vee c \wedge d$
 МДНФ для $\neg y_4$: $\neg y_4 = \neg a \wedge \neg c \vee \neg a \wedge \neg d \vee \neg b \wedge \neg c \vee \neg b \wedge \neg d$
 МКНФ для y_4 : $y_4 = (a \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee c) \wedge (b \vee d)$

МДНФ для y_5 : $y_5 = b \wedge c \wedge d \vee \neg a \wedge \neg d \wedge e \vee \neg a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg e$
 МДНФ для $\neg y_5$: $\neg y_5 = \neg b \wedge \neg c \vee a \wedge \neg c \vee a \wedge \neg b \vee \neg d \wedge \neg e \vee c \wedge \neg e$
 МКНФ для y_5 : $y_5 = (\neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee c) \wedge (\neg a \vee b) \wedge (d \vee e) \wedge (\neg c \vee e)$

1) Перетворення до базису ЗАБО-НІ.

Перетворення МДНФ функції y_3 до базису ЗАБО-НІ - $y_3 = b \vee \neg a \wedge \neg c = b \vee \neg(a \vee c) = \neg(\neg(b \vee \neg(a \vee c)))$. Подвійна інверсія в останньому перетворенні необхідна для уникнення функції АБО у виразі. Маємо схему з 3 елементів ЗАБО-НІ

Для функції y_3 це є одним з трьох однакових рішень та може бути використане для реалізації КЛС. Схема зображена на рис.5.13.

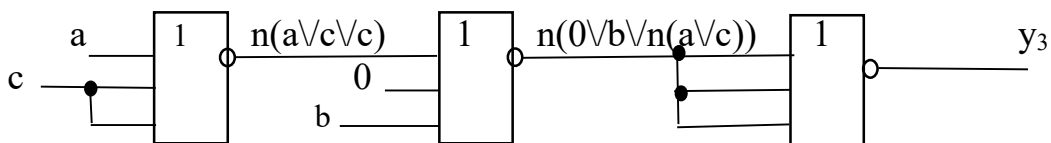


Рис.5.13. КЛС функції y_3 на елементах ЗАБО-НІ

Схема має ціну по Квайну – 9 (сумарна кількість входів усіх елементів). Час спрацювання схеми - $3t_e$. (3 елементи - послідовно).

Якщо по закону де Моргана перевести до базису АБО-НІ формулу для МКНФ, маємо:

$$y_3 = (b \vee \neg c) \wedge (\neg a \vee b) = \neg(\neg(b \vee \neg c) \vee \neg(\neg a \vee b))$$

Схема також має 3 елементи ЗАБО-НІ (ціна по Квайну - 9). Час спрацювання схеми - $2t_e$. без урахування входних інверторів (рис.5.14).

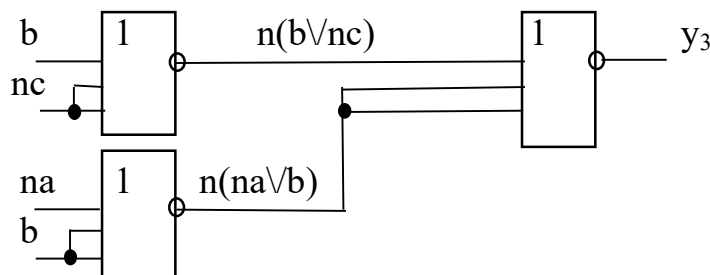


Рис.5.14. КЛС функції y_3 на елементах ЗАБО-НІ на базі МКНФ

Звертаємо увагу, що для отримання інверсій na та nc необхідно ввести в схему ще 2 елементи ЗАБО-НІ. Тоді час спрацювання схеми збільшиться до $3t_{e.}$, а ціна по Квайну – до 15.

Для перетворення функції y_4 до базису ЗАБО-НІ використаємо МДНФ:

$$y_4 = a \& b \vee c \& d = n(na \vee nb) \vee n(nc \vee nd) = n(n(na \vee nb) \vee n(nc \vee nd)) \quad (1)$$

Кроки перетворення – закон де Моргана- перехід до АБО-НІ, закон подвійної інверсії-для уникнення від функції АБО.

Ціна схеми по Квайну – 24 (8 елементів ЗАБО-НІ з урахуванням вхідних інверторів). Логічна схема по формулі 1 наведена на рис.5.15.

Якщо використати МКНФ, маємо:

$$\begin{aligned} y_4 &= (a \vee c) \& (a \vee d) \& (b \vee c) \& (b \vee d) = n(n(a \vee c) \vee n(a \vee d) \vee n(b \vee c) \vee n(b \vee d)) = \\ &= n(n(a \vee c) \vee n(a \vee d) \vee n(n(n(b \vee c) \vee n(b \vee d)))) \end{aligned}$$

Кроки перетворення – закон де Моргана - перехід до АБО-НІ, закон подвійної інверсії-для скорочення рангу терму до 3.

Ціна схеми по Квайну – 21 (7 елементів ЗАБО-НІ).

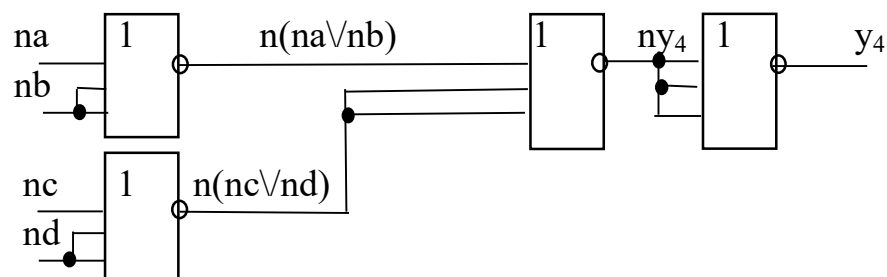


Рис.5.15. КЛС функції y_3 на елементах ЗАБО-НІ на базі МКНФ

Для перетворення функції y_5 до базису ЗАБО-НІ використаємо МДНФ для її інверсного значення: $ny_5 = b \& nc \vee a \& nc \vee a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne$. Виконаємо інверсію правої та лівої частини виразу та перетворимо по закону де Моргана кон'юнкції лівої частини:

$$\begin{aligned} y_5 &= n(b \& nc \vee a \& nc \vee a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne) = \\ &= n(n(nb \vee c) \vee n(na \vee c) \vee n(na \vee b) \vee n(d \vee e) \vee n(nc \vee e)) \end{aligned}$$

Маємо вираз, в якому використано елемент 5АБО-НІ. Для зменшення кількості входів введемо подвійну інверсію для 3 елементів диз'юнкції:

$$y_5 = n(n(nb \vee c) \vee n(na \vee c) \vee n(n(na \vee b) \vee n(d \vee e) \vee n(nc \vee e)))) \quad (2)$$

КЛС з використанням рівняння 2 наведено на рис.5.16.

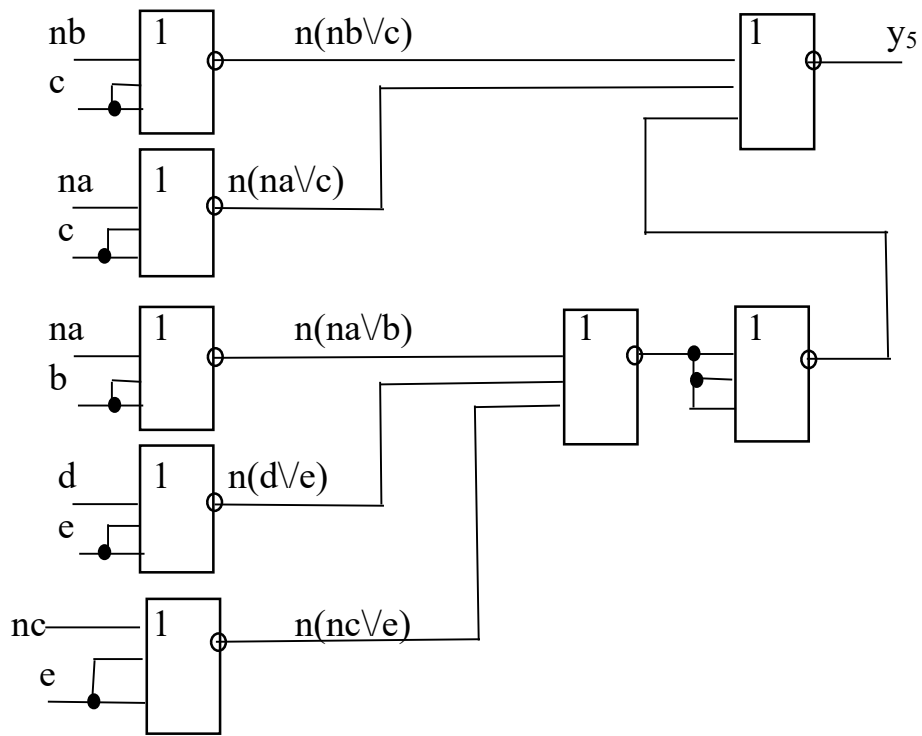


Рис.5.16. КЛС для функції y_5 на елементах 3АБО-НІ

Розроблена схема використовує 8 елементів 3АБО-НІ плюс 3 інвертори. Якщо інвертори вироблені на елементах 3АБО-НІ, то ціна схеми по Квіну дорівнює 33. Час спрацювання схеми - $5t_e$. (5 елементів в найдовшому ланцюгу схеми).

2)Перетворення до базису 2І-2І-4І-АБО-НІ.

Для схеми в базисі І-АБО-НІ зазвичай зручно використовувати МДНФ інверсного значення функції. Для інверсії функції y_3 цей вираз має вигляд: $ny_3 = nb \& c \vee a \& nb$. Тоді $y_3 = n(nb \& c \vee a \& nb)$ і ця формула використана для побудови КЛС (рис.5.17).

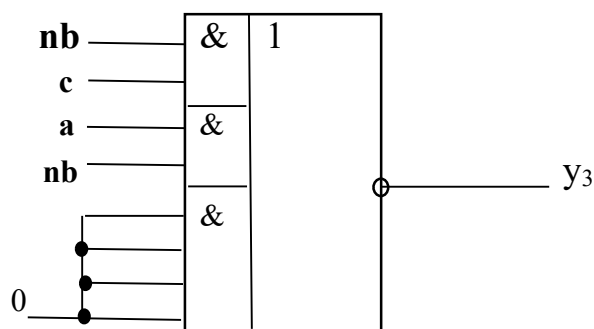


Рис.5.17. КЛС для функції y_3 на елементах 2І-2І-4І-3АБО-НІ

В даному випадку для побудови КЛС достатньо 1 елемента плюс 2 інвертори. Ціна схеми по Квіну без інверторів дорівнює 8, час затримки сигналу в схемі - t_e .

Аналіз формул різних мінімальних форм для функції y_4 показує, що найбільш простий вираз маємо для МДНФ. В цьому випадку для перетворення до базису І-АБО-НІ достатньо подвійної інверсії:

$$y_4 = a \& b \vee c \& d = n(n(a \& b \vee c \& d)) = n(n(a \& b \vee c \& d \vee 0 \& 0 \& 0 \& 0))$$

Схема для функції зображена на рис.5.18.

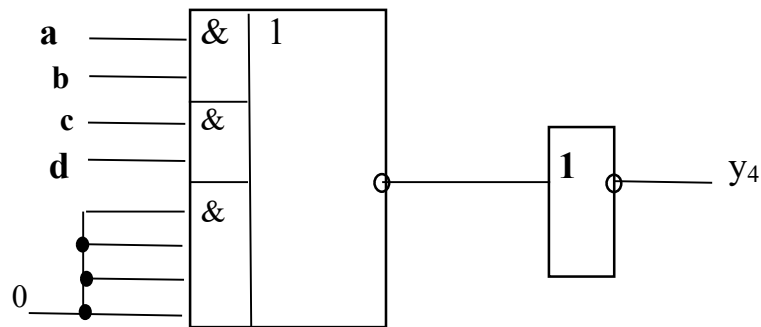


Рис.5.18. КЛС для функції y_4 на елементах 2І-2І-4І-3АБО-НІ

Ціна схеми по Квайну без інверторів дорівнює 9 (залежно від реалізації інвертора), час затримки сигналу в схемі - $2t_c$.

Перетворення МДНФ інверсного значення функції y_5 до базису І-АБО-НІ:

$$ny_5 = b \& nc \vee a \& nc \vee a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne$$

Виконаємо інверсію правої та лівої частини виразу та зменшимо ранг диз'юнктивного терму з допомогою подвійної інверсії:

$$y_5 = n(b \& nc \vee a \& nc \vee a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne) = n(b \& nc \vee a \& nc \vee n(n(a \& nb \vee nd \& ne \vee c \& ne)))$$

Логічна схема наведена на рис.5.19 і включає 2 елемента І-АБО-НІ та 4 інвертора.

Ціна схеми по Квайну дорівнює 12 (якщо інвертори мають 1 вхід), час затримки сигналу в схемі - $4t_c$.

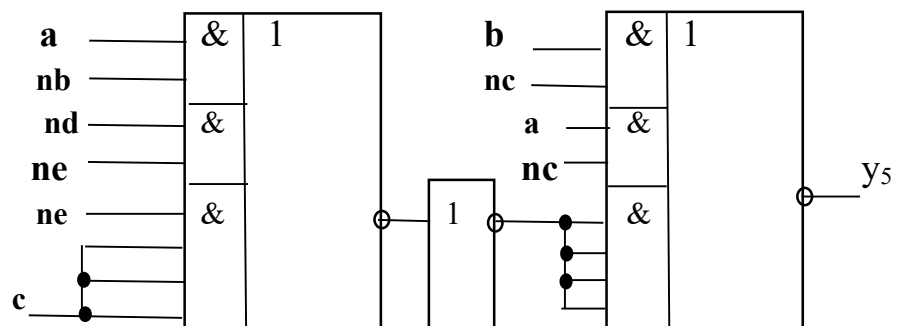


Рис.5.19. КЛС для функції y_5 на елементах 2І-2І-4І-3АБО-НІ

5.3 Варіанти завдання

Завдання 5: Розробити 6 комбінаційних логічних схем в заданих базисах для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 4. Базис 1 та базис 2 береться згідно таблиці варіантів. Для варіанту 15: базис 2 - 2I-2I-4I-АБО-НІ; базис 1 - 3АБО-НІ .

Базис2 Базис1	2I-3I-3I-АБО-НІ	3I-3I-АБО-НІ	2I-4I-АБО-НІ	2I-2I-4I-АБО-НІ-
2I НІ	1	11	3	8
2АБО-НІ	6	9	16	12
3I НІ	14	2	7	4
3АБО-НІ	10	5	13	15

5.4. Результати виконаного завдання

1. Формули для мінімальних форм функцій 3, 4, 5 аргументів із завдання 4 (9 формул).
2. Перетворення обраної формули для ФАЛ 3 аргументів до заданого базису 1 та реалізація відповідної комбінаційної логічної схеми (КЛС).
3. Перетворення обраної формули для ФАЛ 4 аргументів до заданого базису 1 та реалізація відповідної КЛС.
4. Перетворення обраної формули для ФАЛ 5 аргументів до заданого базису 1 та реалізація відповідної КЛС.
5. Перетворення обраної формули для ФАЛ 3 аргументів до заданого базису 2 та реалізація відповідної КЛС.
6. Перетворення обраної формули для ФАЛ 4 аргументів до заданого базису 2 та реалізація відповідної КЛС.
7. Перетворення обраної формули для ФАЛ 5 аргументів до заданого базису 2 та реалізація відповідної КЛС.
8. Порівняння характеристик логічних схем в різних базисах.

5.5. Контрольні питання

1. Які закони алгебри логіки найчастіше використовують для перетворення формул в необхідний базис?
2. В чому полягає перевага використання логічних елементів І-АБО-НІ?
3. Якими способами можлива реалізація інвертора на елементі з декількома входами?
4. Чи залежить складність КЛС від кількості вхідних змінних?
5. Який закон алгебри логіки найчастіше використовують для урахування обмежень на кількість входів елемента?

Література: [4,7,8,9,10]

Практичне заняття 6 – Синтез КЛС на дешифраторах.

Мета заняття: вивчення основних методів побудови комбінаційних логічних схем (КЛС) на дешифраторах з використанням інтегральних схем середньої ступені інтеграції (СІС).

6.1 Загальні вказівки

Дешифратором (DC - decoder) називається комбінаційна схема, що перетворює вхідний S -розрядний позиційний двійковий код в **унітарний** t -розрядний код, де $t=2^S$. Унітарним називається код, який має в слові тільки одну одиницю.

Таблиця істинності дешифратора з 3 входами (Табл. 6.1) містить входи x_1, x_2, x_3 і виходи $y_0, \dots, y_7$. З табл.6.1 випливає, що кожна вихідна функція $y_i (i = \overline{0,7})$ є мінтермом, тобто $y_i = F_i$.

$$y_0 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}; y_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3; y_2 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}; \dots y_7 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3;$$

Таблиця 6.1

Таблиця істинності дешифратора з 3 входами

x_1	x_2	x_3	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Як правило реальні дешифратори мають спеціальний вхід, називаний входом вибірки кристала (CS – Chip Select), керований сигналом y_{CS} . Зазвичай виходи DC і вхід CS при реалізації в базисі І-НІ є інверсними. Якщо $y_{CS}=1$, то на усіх виходах DC встановлюються одиничні рівні. Якщо $y_{CS}=0$, то на виході, що відповідає вхідної комбінації, встановлюється рівень $y_i=0$, а на всіх інших виходах – одиничні рівні. Наявність такого входу надає можливість каскадного з'єднання декількох дешифраторів для збільшення кількості входів. Таблиця істинності для реального DC з інверсним входом CS буде мати вигляд (Табл. 6.2),

Таблиця 6.2

Таблиця істинності DC з 3 входами, інверсними виходами та входом CS

$\overline{y_{CS}}$	x_1	x_2	x_3	$\overline{y_0}$	$\overline{y_1}$	$\overline{y_2}$	$\overline{y_3}$	$\overline{y_4}$	$\overline{y_5}$	$\overline{y_6}$	$\overline{y_7}$
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1

0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	*	*	*	1	1	1	1	1	1	1	1

З цієї таблиці формується наступна система функцій:

$$\overline{y_0} = \overline{y_{CS}} \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}; \quad \overline{y_1} = \overline{y_{CS}} \cdot \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}; \quad \dots \quad \overline{y_7} = \overline{y_{CS}} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3;$$

Отримана система функцій є основою для синтезу схеми ДС (рис.6.1,а), умовну позначку якого наведено на рис.6.1,б. На рис.6.1,а усі вхідні провідники пронумеровані і зведені в загальну **шину**. Такий підхід дозволяє спростувати зображення схеми, тому що замість найменувань змінних вказуються номери відповідних провідників, що робить логічну схему менш громіздкою.

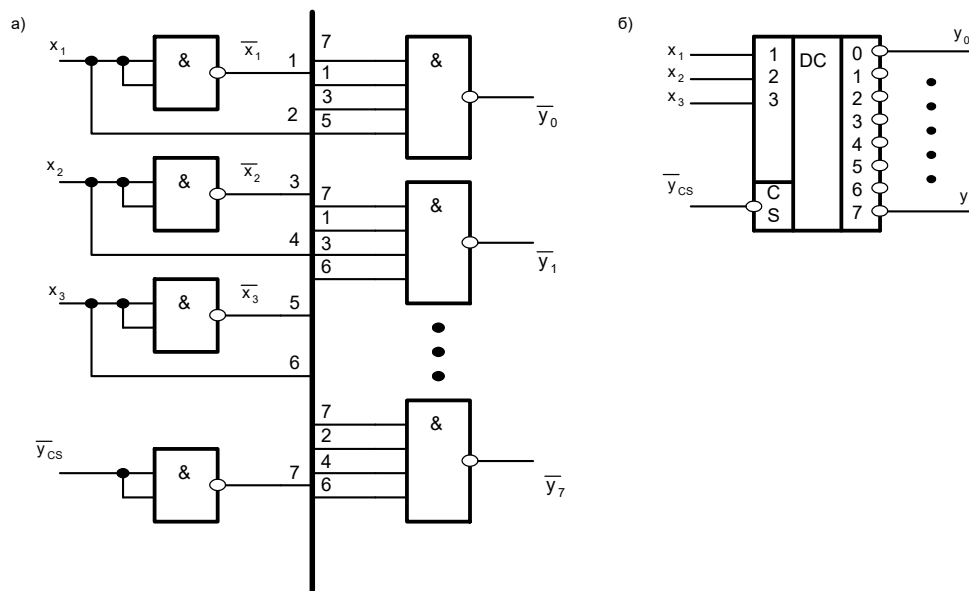


Рис.6.1. Схема (а) і умовні позначки (б) дешифратора з 3 входами, з інверсним входом вибірки CS та інверсними виходами.

Для побудови КЛС на дешифраторі необхідно обрати ДС з числом входів, яке дорівнює кількості аргументів ФАЛ, подати їх на входи ДС та об'єднати функцією АБО такі виходи ДС, що відповідають наборам де функція має одиничні значення. Схеми АБО мають назву **шифратор** і їх можна реалізовувати в будь якому базисі.

6.2 Приклад

Завдання 6. Провести вибір необхідного для побудови логічної схеми дешифратора та виконати з його використанням синтез КЛС для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 3. Схему шифратора реалізувати в базисі 4АБО-НІ.

Для функції 3 аргументів таке числове представлення: $y_3 = 1 \{0, 2, 3, 6, 7\}$. Шифратор у цьому випадку буде об'єднувати 5 виходів дешифратора в диз'юнктивний терм: $y_3 = d_0 \vee d_2 \vee d_3 \vee d_6 \vee d_7$, де змінні d_i – відповідні виходи дешифратора. За допомогою подвійної інверсії перетворюємо вираз до базису 4АБО-НІ:

$$y_3 = d_0 \vee d_2 \vee d_3 \vee d_6 \vee d_7$$

На входи DC подаються змінні a, b, c , причому c – на молодший вхід, на вхід CS подається сигнал, активує роботу дешифратора (обирає DC). На рис.6.2 представлена КЛС, що реалізує функцію y_3 , по схемі «дешифратор-шифратор».

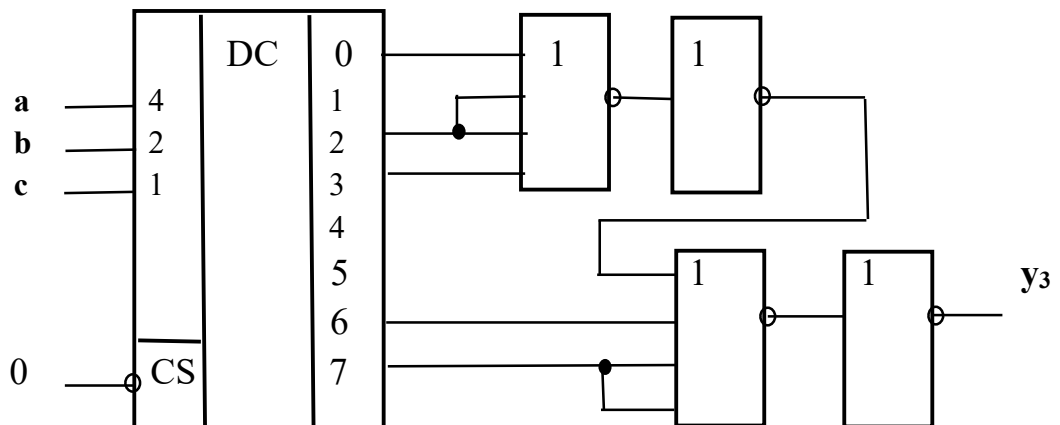


Рис.6.2. Схема КЛС типу «дешифратор - шифратор» для функції y_3
Числове представлення функції 4 аргументів y_4 для варіанту 15 має вигляд:
 $y_4 = 1 \{3, 7, 11, 12, 13, 14, 15\}$.

Для реалізації КЛС цієї функції на базі DC потрібен дешифратор з $4 \rightarrow 16$. Побудуємо такий дешифратор на базі 3-входових DC (рис.6.3).

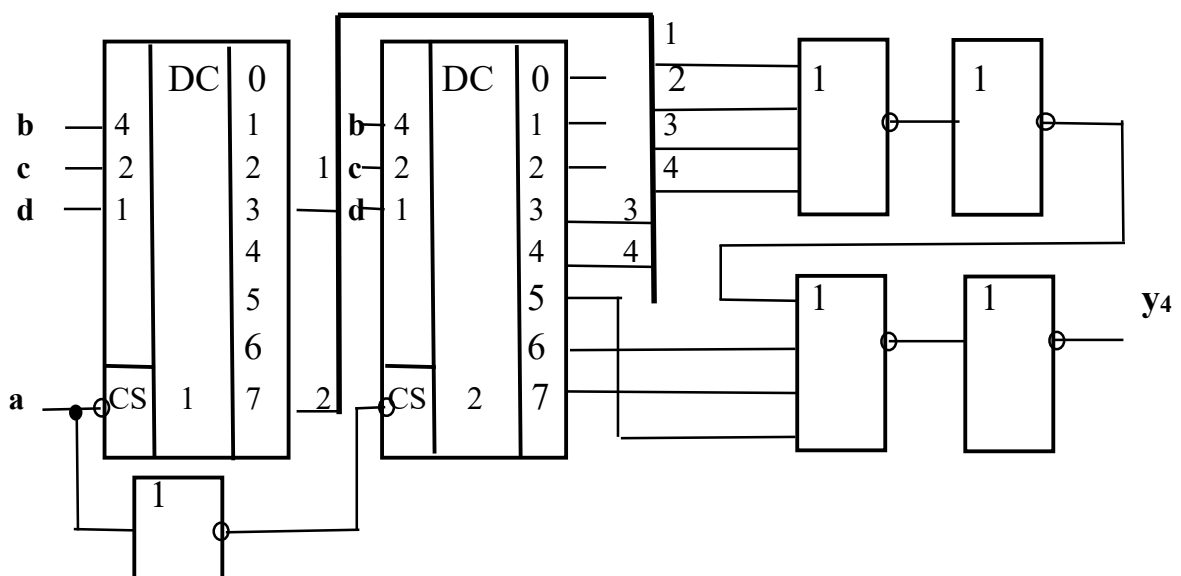


Рис.6.3. Схема КЛС типу «дешифратор - шифратор» для функції y_4

Для організації дешифратора 4→16 (4 входи, 16 виходів) потрібно 2 DC 3→8. Регулювання роботи двох DC виконуються за допомогою сигналу a (старший біт вхідного коду). Цей сигнал подається на другий дешифратор через інвертор. Коли $a = 0$, працює DC1 (DC1 перетворює код в унітарний, а на виходах DC2 – нульові значення), коли $a = 1$, то працює DC2.

Для організації шифратора у цьому випадку схема АБО буде об'єднувати 7 виходів DC в диз'юнктивний терм: $y_4 = d_3 \vee d_7 \vee d_{11} \vee d_{12} \vee d_{13} \vee d_{14} \vee d_{15}$, де змінні d_i – відповідні виходи дешифратора. За допомогою подвійної інверсії перетворюємо вираз до базису 4АБО-НІ:

$$y_4 = d_3 \vee d_7 \vee d_{11} \vee d_{12} \vee d_{13} \vee d_{14} \vee d_{15}$$

Числове представлення одиничних значень функції 5 аргументів y_5 для варіанту 15 має вигляд:

$$y_5 = 1 \quad \{2, 1, 13, 15, 29\}$$

Невизначені значення функції 5 аргументів замінюємо на 0. Обираємо DC з 5 входами та 32 виходами, який можна створити каскадним з'єднанням 4 дешифраторів 3→8. В даному випадку Синтез схеми шифратора в базисі 4АБО-НІ співпадає із синтезом шифратора для функції y_3 , а схема КЛС зображена на рис.6.4.

$$y_3 = d_1 \vee d_2 \vee d_{13} \vee d_{15} \vee d_{29} = d_1 \vee d_2 \vee d_{13} \vee d_{15} \vee d_{29}$$

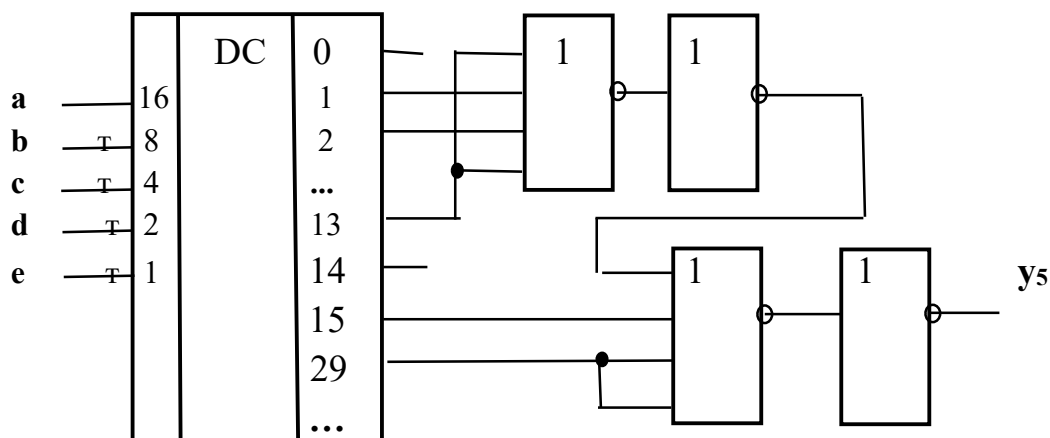


Рис.6.4. Схема КЛС типу «дешифратор - шифратор» для функції y_5

Зауважимо, що нумерація п'яти входів дешифратора проведена із вказівкою вагових коефіцієнтів (на старший вхід подається старша змінна вхідного коду a). Таке представлення досить зручно і дозволяє уникнути помилок при використанні довідкових даних для побудови принципових схем.

6.3 Варіанти завдання

Завдання 6. Провести вибір необхідного для побудови логічної схеми дешифратора та виконати з його використанням синтез КЛС для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 4. Схему шифратора реалізувати в базисі 4АБО-НІ.

6.4. Результати виконаного завдання

1. Числове завдання функції 3 аргументів, вибір необхідного дешифратора, перетворення формули для шифратора до базису 4АБО-НІ, комбінаційна логічна схема по структурі дешифратор-шифратор.
2. Числове завдання функції 4 аргументів, вибір необхідного дешифратора, перетворення формули для шифратора до базису 4АБО-НІ, комбінаційна логічна схема по структурі дешифратор-шифратор.
3. Числове завдання функції 5 аргументів, вибір необхідного дешифратора, перетворення формули для шифратора до базису 4АБО-НІ, комбінаційна логічна схема по структурі дешифратор-шифратор.

6.5. Контрольні питання

1. Яким чином здійснюється сумісна робота кількох дешифраторів?
2. Поясніть принцип роботи входу вибірки ІС дешифратора та його призначення.
3. Яку кількість змінних можна використовувати в схемі на рис. 6.4 змінюючи схему шифратора?
4. Від яких властивостей вхідної ФАЛ залежить складність схеми шифратора?
5. Яку кількість ІС дешифраторів $3 \rightarrow 8$ необхідно задіяти для організації дешифратора $4 \rightarrow 10$.

Література: [1,4,6,7]

Практичне заняття 7 – Синтез КЛС на базі мультиплексорів.

Мета роботи: : вивчення основних методів побудови комбінаційних логічних схем (КЛС) на мультиплексорах з використанням інтегральних схем середньої ступені інтеграції (СІС).

7.1 Загальні вказівки

Мультиплексором називається пристрій, що передає інформацію від декількох джерел до одного приймача. Мультиплексор (MX - multiplexor) має S керуючих (адресних) входів, та $L=2^S$ інформаційних входів, вхід вибірки y_{cs} й один вихід. Таблиця істинності MX з S=2 приведена в табл.7.1.

Таблиця 7.1

Таблиця істинності MX з 4 інформаційними входами

y_{cs}	Z_1	Z_2	Y
0	0	0	x_1
0	0	1	x_2
0	1	0	x_3
0	1	1	x_4
1	*	*	0

Тут Z_1, Z_2 – керуючі входи, y – вихід MX, $x_1, \dots, x_4$ – інформаційні входи. Якщо $y_{cs} = 0$ (мікросхему обрано), то інформація передається з входу, номер якого задається комбінацією керуючих сигналів.

З табл.7.1 маємо:

$$y = \overline{y_{cs}} \cdot \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2} \cdot x_1 \vee \overline{y_{cs}} \cdot \overline{Z_1} \cdot Z_2 \cdot x_2 \vee \overline{y_{cs}} \cdot Z_1 \cdot \overline{Z_2} \cdot x_3 \vee \overline{y_{cs}} \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot x_4, \quad (7.1)$$

що породжує після перетворень до базису І-НІ схему (рис.7.1,а). Умовна позначка такого мультиплексора зображена на рис.7.1,б.

Вираз 7.1 являє собою ДНФ кожен терм якої залежить від x_i . Якщо обрати у якості аргументів функції Z_1 та Z_2 , то за допомогою x_i можна формувати будь яку ФАЛ двох аргументів. Наприклад, якщо $x_2 = x_3 = 1$, а $x_1 = x_4 = 0$ (при $y_{cs} = 0$), то значення y дорівнює $\overline{Z_1} \cdot Z_2 \vee Z_1 \cdot \overline{Z_2}$:

$$y = 1 \cdot \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{Z_1} \cdot Z_2 \cdot 1 \vee 1 \cdot Z_1 \cdot \overline{Z_2} \cdot 1 \vee 1 \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot 0 = \overline{Z_1} \cdot Z_2 \vee Z_1 \cdot \overline{Z_2}$$

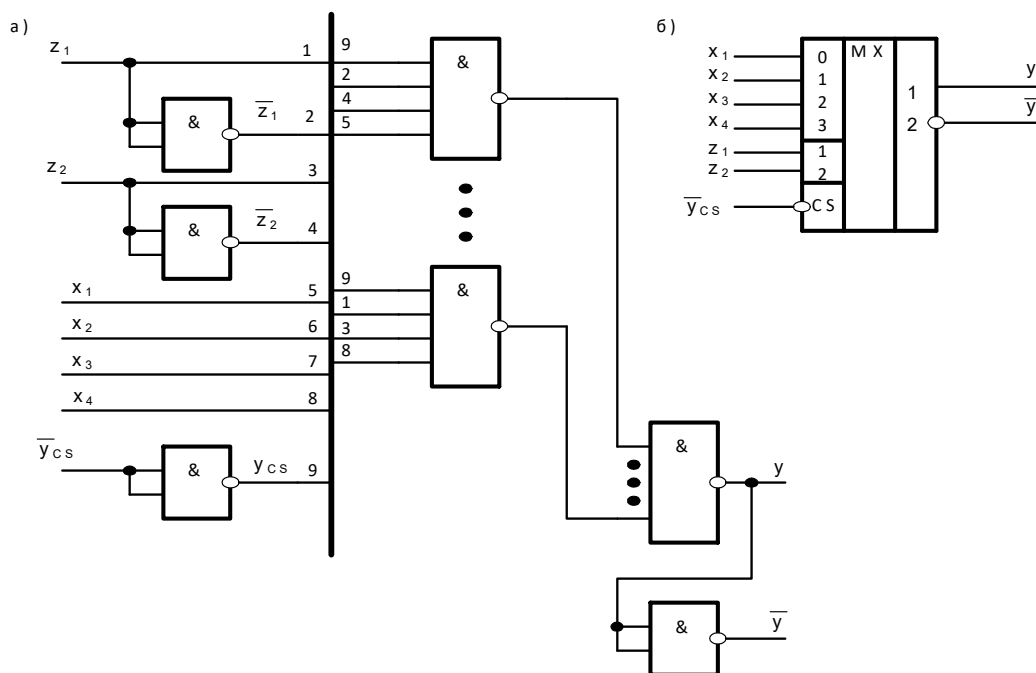


Рис.7.1. Схема (а) і умовна позначка (б) чотирьохвхідного мультиплексора

Таким чином, для побудови комбінаційної логічної схеми (КЛС) на базі мультиплексора треба (варіант 1) обрати МХ з числом керуючих входів, яке дорівнює кількості аргументів ФАЛ, подати останні на ці входи МХ, а на інформаційні входи подати слово, що відповідає одиничним наборам функції в таблиці істинності. Для спрощення схеми можна (варіант 2) старші аргументи функції подати на керуючі входи мультиплексора, а на інформаційні входи подати 0,1, значення молодшої змінної, або її інверсії згідно із таблицею істинності. У випадку 2 обирається МХ з числом з числом керуючих входів - **кількість аргументів ФАЛ мінус 1**, і можна заощадити до 50% витрат обладнання.

7.2 Приклад

Завдання 7. Провести вибір необхідного для побудови логічної схеми мультиплексора та виконати з його використанням синтез КЛС для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 4.

Для побудови КЛС ФАЛ трьох аргументів на базі мультиплексора по варіанту 1 обираємо МХ з 8 інформаційними входами. На керуючі входи МХ подаються змінні a , b , c , причому c – на молодший вхід, на вхід CS подається сигнал, який активує роботу СІС. Для заданого варіанту маємо для функції 3 аргументів таке числове представлення: $u_3=1 \{0,2,3,6,7\}$, тому на відповідні входи подаються одиниці. На рис.7.2 представлена КЛС, що реалізує функцію u_3 , на базі мультиплексора з 8 входами. На керуючі входи подаються змінні a , b та c , які задають номер інформаційного входу. Якщо на інформаційні входи подається стовпчик з таблиці істинності, то ці дані будуть з'являтися на виході МХ та формувати значення функції.

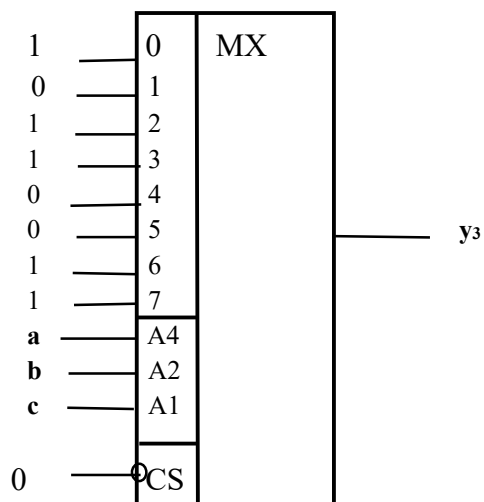


Рис.7.2. Схема КЛС для функції y_3 на базі мультиплексора
Таблиця істинності функції 4 аргументів y_4 для варіанту 15 має вигляд:

a	b	c	d	y_4		a	b	c	d	y_4
0	0	0	0	0		1	0	0	0	0
0	0	0	1	0		1	0	0	1	0
0	0	1	0	0		1	0	1	0	0
0	0	1	1	1		1	0	1	1	1
0	1	0	0	0		1	1	0	0	1
0	1	0	1	0		1	1	0	1	1
0	1	1	0	0		1	1	1	0	1
0	1	1	1	1		1	1	1	1	1

Для побудови КЛС можна застосувати варіант 2 (стор. 48) та обрати МХ з 3 керуючими входами і 8 інформаційними. Відповідна схема зображена на рис.7.3.

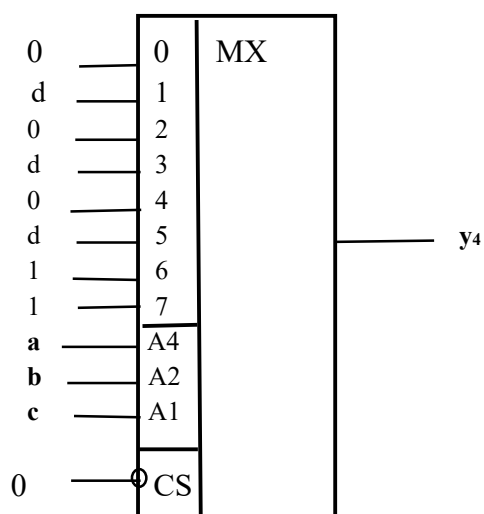


Рис.7.3. Схема КЛС для функції y_4 на базі мультиплексора $8 \rightarrow 1$

Для побудови схеми треба виділити в таблиці істинності по 2 рядка. Тоді можна побачити, що для кожної пари код старших змінних (a, b, c) - постійний, а значення y_4 дорівнює 0,1 або значенню (інверсії) молодшого аргументу d. В прикладі для двох перших рядків $y_4=0$ (abc=000), для наступної пари (abc=001) $y_4=d$ і так далі.

Числове представлення одиничних значень функції 5 аргументів y_5 для варіанту 15 має вигляд: $y_5=1 \{2,1,13,15,29\}$. В випадку даного варіанту невизначені значення функції 5 аргументів замінюємо на 0. Для організації МХ з 4 керуючими входами та 16 інформаційними (16→1) можна об'єднати 2 мультиплексора 8→1 шляхом подачі на вхід CS старшого аргументу та його інверсії (рис.7.4).

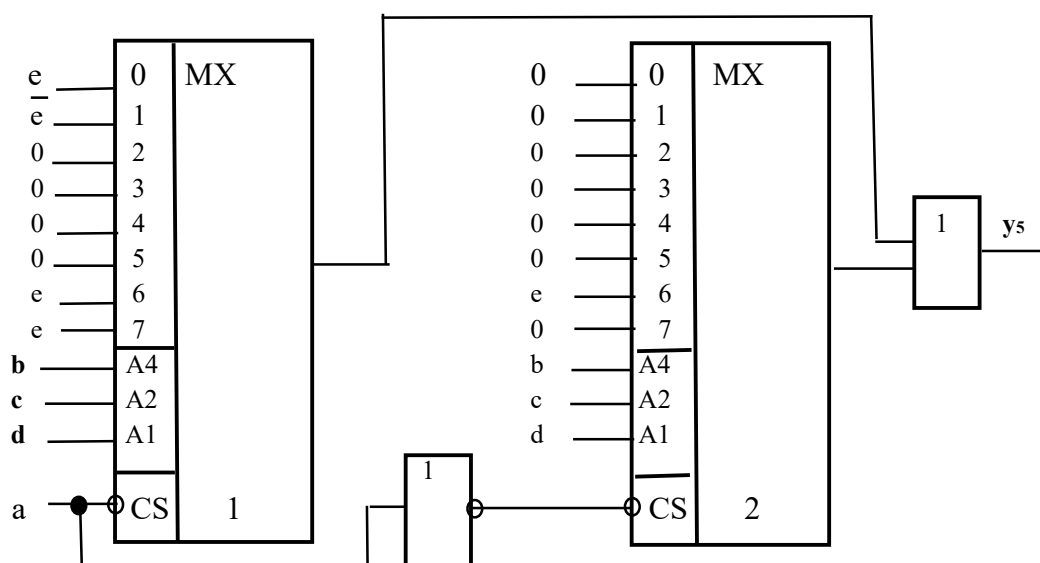


Рис.7.4. Схема КЛС для функції y_5 на базі двох мультиплексорів 8→1

В цьому випадку на керуючий вхід першого МХ сигнал **a** подається без інверсії, на вхід CS другого – з інверсією, а виходи обох мультиплексорів 8→1 об'єднуються функцією АБО. Тоді за першу частину таблиці істинності відповідає МХ№1 (a=0, МХ1 – вибрано, а вихід МХ2=0), за другу частину таблиці істинності відповідає МХ2 (a=1, МХ2 вибрано, вихід МХ1=0).

Адреса abcde = 0000e сприймається схемою так: в МХ1 обрано вхід 0 на який подається змінна **e**. На наборі 00000 на виході буде 0, а на наборі 00001 на виході буде 1. Якщо abcde = 0001 $\bar{e}$ - в МХ1 обрано вхід 1 на який подається змінна $\bar{e}$. Тоді набір abcde = 00010 ініціює вихідний сигнал 1, а при наборі abcde = 00011 сигнал буде 0. Аналогічно формуються одиничні сигнали на наборах 0 110 1, 0 111 1, 1 110 1.

7.3 Варіанти завдання

Завдання 7. Провести вибір необхідного для побудови логічної схеми мультиплексора та виконати з його використанням синтез КЛС для функцій 3,4 та 5 аргументів із завдання 4.

7.4. Результати виконаного завдання

1. Числове завдання функції 3 аргументів, таблиця істинності, вибір (розробка) необхідного мультиплексора, комбінаційна логічна схема для заданої ФАЛ.
2. Числове завдання функції 4 аргументів, таблиця істинності, вибір (розробка) необхідного мультиплексора, комбінаційна логічна схема для заданої ФАЛ.
3. Числове завдання функції 5 аргументів, таблиця істинності, вибір (розробка) необхідного мультиплексора, комбінаційна логічна схема для заданої ФАЛ.

7.5. Контрольні питання

1. Яким чином здійснюється сумісна робота двох мультиплексорів для збільшення кількості інформаційних входів?
2. Поясніть принцип побудови КЛС на базі ІС мультиплексора.
3. Яка кількість ІС мультиплексорів $4 \rightarrow 1$ потрібна для формування КЛС із таблицею істинності з 10 визначеними рядками?
4. КЛС має 4 входи та 4 виходи. Яка кількість ІС мультиплексорів $8 \rightarrow 1$ потрібна для побудови такої КЛС?

Література: [1,2,8,9]

Практичне заняття 8 – Синтез тригерних схем на базі RS-тригера.

Мета заняття: вивчення основних методів побудови тригерних схем (ТС) на основі базових схем RS тригерів з прямим та інверсним керуванням.

8.1 Загальні вказівки

Тригерна схема (тригер) – цифровий пристрій, що виконує прийом та запам'ятовування одного біту інформації. Тригерні схеми відносяться до класу схем з пам'яттю, тобто наступний стан тригеру Q^{t+1} залежить не тільки від вхідних сигналів, але й від попереднього (Q^t) стану тригера $Q^{t+1} = f(Q^t, X)$, де Q – стан тригеру; X – множина вхідних сигналів. Якщо тригерна схема (ТС) має тільки **прямі (інверсні) входи**, то така схема називається **тригером з прямим (інверсним) керуванням**. Якщо тригерна схема має обидва типи входів, то така схема називається **тригером з комбінованим керуванням**. Якщо на вході тригера всі сигнали є неактивними, то тригер знаходиться в стані зберігання поточного стану.

Простіший **RS-тригер з прямим керуванням** має два входи. Один з входів має позначення R (від англійського слова *Reset* – скидання, перемикаання в 0), а другий – S (від англійського слова *Set* – встановлення, перемикаання в 1). Принцип функціонування RS-тригеру впливає з призначення його входів. Якщо сигнали на входах R і S є неактивними, то тригер знаходиться в стані зберігання. Якщо сигнал на вході $S(R)$ є активним, а на вході $R(S)$ – неактивним, то тригер незалежно від попереднього стану перемикається в стан $1(0)$. Якщо **обидва вхідні сигнали є активними**, то реакція тригера залежить від схемної реалізації і така комбінація вхідних сигналів називається **забороненою**.

Згідно опису функціонування RS-тригера, що наведено вище, можливо скласти **таблицю переходів RS-тригера** (табл.8.1). На практиці також використовується скорочена таблиця переходів (табл.8.2).

Табл.8.1 Таблиця переходів RS-тригера з прямим керуванням

S	R	Q^t	Q^{t+1}	Типова операція
0	0	0	0	Зберігання інформації
0	0	1	1	
0	1	0	0	Перемикаання в 0
0	1	1	0	
1	0	0	1	Перемикаання в 1
1	0	1	1	
1	1	0	*	Заборонено
1	1	1	*	

Табл.8.2. Скорочена таблиця переходів RS-тригера з прямим керуванням

S	R	Q^{t+1}	Типова операція
0	0	Q^t	Зберігання інформації
0	1	0	Перемикаання в 0
1	0	1	Перемикаання в 1
1	1	*	Заборонено

Логічна схема асинхронного RS-тригера з прямим керуванням представлена на рис.8.1. Умовне графічне позначення тригера приведено на рис.8.2.

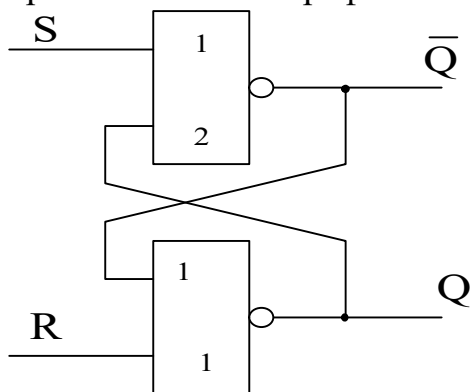


Рис. 8.1 Логічна схема асинхронного RS тригера.

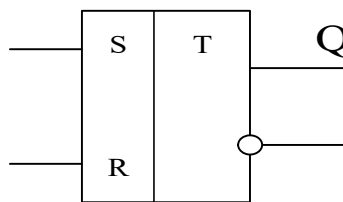


Рис.8.2 Умовне позначення асинхронного RS тригера

При проектуванні цифрових пристроїв, часто виникає необхідність визначити **функції збудження тригера**. Для визначення функцій збудження необхідно за відомими станами тригера в момент часу t і $t+1$ визначити значення сигналів на вході тригера, що викликають перемикання тригера з Q^t в Q^{t+1} (табл.8.3).

Табл.8.3. Таблиця функцій збудження RS-тригера з прямим керуванням

Q^t	Q^{t+1}	S	R
0	0	0	*
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	*	0

Однією з важливих задач аналізу цифрових пристроїв є визначення часових діаграм їх функціонування. Для побудови часових діаграм необхідна наступна інформація:

- опис принципів функціонування пристроїв (схема, УГП, функціональний опис...);
- часові діаграми вхідних сигналів;
- інформація про затримки логічних елементів;
- інформація про початковий стан пристрою (якщо пристрій не є комбінаційним).

Часову діаграму вхідних сигналів необхідно задавати таким чином, щоб забезпечити перевірку виконання всіх типових операцій, що може виконувати пристрій (в нашому випадку - тригер). Для дослідження функціонування пристроїв в статичному (динамічному) режимі використовуються нульові (ненульові) затримки логічних елементів. Часові діаграми RS-тригера з прямим керуванням з нульовими затримками ЛЕ приведені на рис.8.3.

Всю часову діаграму необхідно розбити на такти. **Тактом** будемо називати проміжок часу, за який **вхідні сигнали не змінюються**. Тоді значення виходу у наступному такті Q^{t+1} буде залежати від набору вхідних сигналів та попереднього стану тригера (в такті t). Наприклад, в такті 1 (рис. 8.3) значення вхідних сигналів $R = 0$, $S = 1$ (перемикання до 1) і стан тригера в попередньому такті $Q^0 = 0$. Згідно із

таблицею 8.1 стан тригера в такті 1 буде $Q^1=1$. В такті 2 вхідні сигнали - $S = R = 0$ (комбінація зберігання), а стан тригера $Q^1 = 1$, тому значення Q^2 теж буде 1.

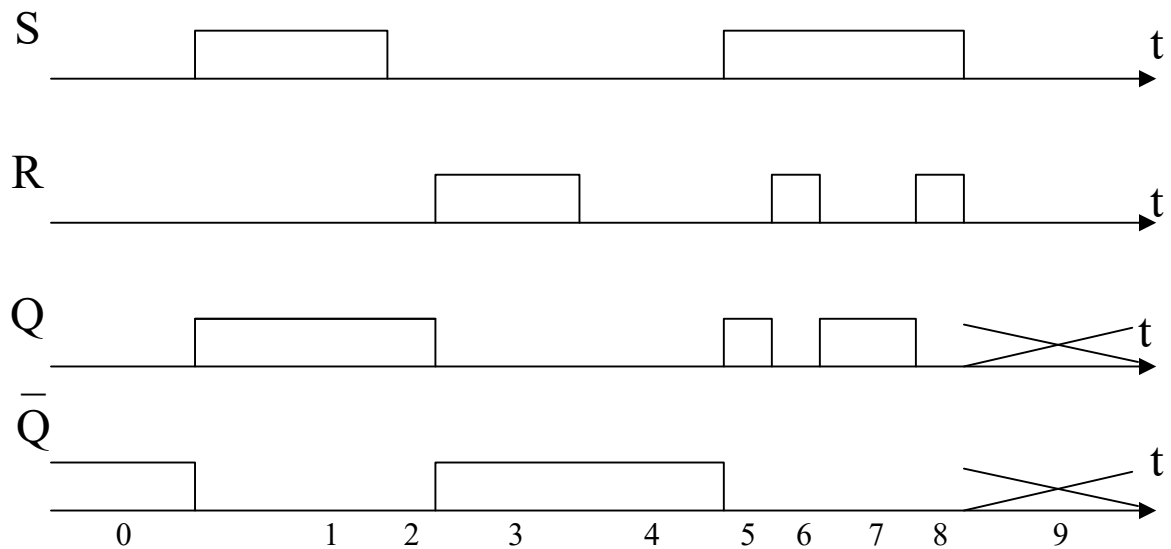


Рис.8.3 Часова діаграма функціонування асинхронного RS тригера з нульовими затримками

т

Аналіз функціонування RS-тригера у восьмому такті показує, що прямий та інверсний виходи тригера мають однакові значення. Це суперечить аксіомам алгебри логіки і не дає відповіді на питання про формування наступного значення стану тригера, якщо вхідні сигнали одночасно перемикаються з забороненої комбінації до комбінації зберігання інформації і у дев'ятому такті передбачити стан тригера неможливо (на часовій діаграмі значення вихідних сигналів перекреслено). Таким чином, в асинхронних RS-тригерах **забороняється перемикавання вхідних сигналів з забороненої комбінації до стану збереження інформації**. При цьому перемикавання вхідних сигналів з забороненої комбінації в установлювальну комбінацію цілком дозволено.

Умовне позначення тригера **RS-тригера з інверсним керуванням** приведена на рис.8.4. Таблиця переходів приведена в табл.8.4. Схеми асинхронного RS-тригера з інверсним керуванням приведені на рис.8.5 і рис.8.6.

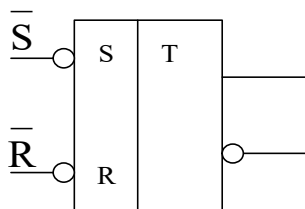


Рис.8.4 Умовне позначення асинхронного RS тригера з інверсним керуванням

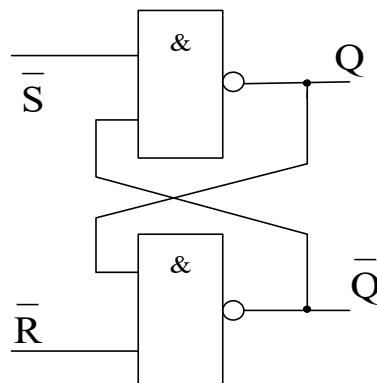


Рис.8.5 Схеми асинхронного RS- тригера з інверсним керування на базі елементів І-НІ.

Табл.8.4. Таблиця переходів RS-тригера з інверсним керуванням

nS	nR	Q^{t+1}
0	0	*
0	1	1
1	0	0
1	1	Q^t

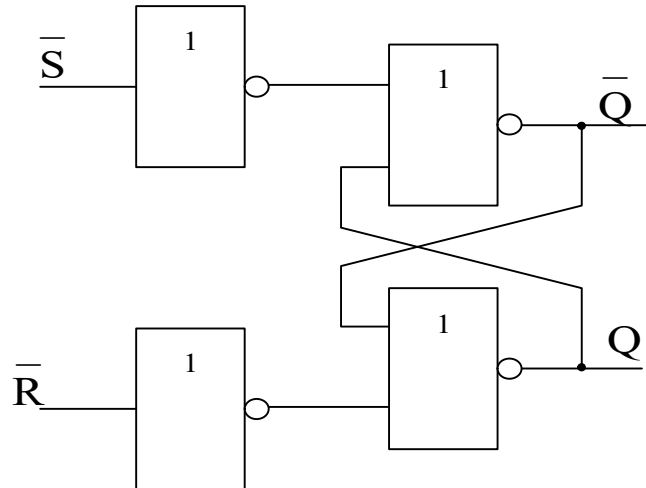


Рис. 8.6 Схема асинхронного RS тригера з інверсним керування на базі елементів АБО-НІ.

При появі на вході тригера забороненої комбінації, на виході тригера з'являється дві одиниці, тобто порушується логіка роботи схеми а при перемиканні вхідних сигналів з забороненої комбінації в комбінацію зберігання стан тригера передбачити неможливо. Таблиця функцій збудження RS-тригера з інверсним керуванням приведено в табл.8.5.

Табл.8.5. Таблиця функцій збудження RS-тригера з інверсним керуванням

Q^t	Q^{t+1}	nS	nR
0	0	1	*
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	*	1

Тригери з комбінованим керуванням мають різні активні рівні вхідних сигналів. Наприклад, УГП одного з таких тригерів ($\bar{R}S$) представлена на рис.8.7. Крім того, у тригерів з комбінованим керуванням може бути кілька входів R та S з різним типом керування.

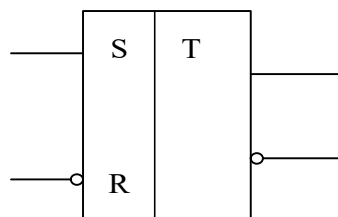


Рис.8.7 Умовне позначення асинхронного $\bar{R}S$ -тригера

Для більшості випадків використовується структурні схеми, що представлені на рис.8.7, де KCS(KCR)–комбінаційні схеми S-груп (R-груп), що формують функції збудження базового тригера.

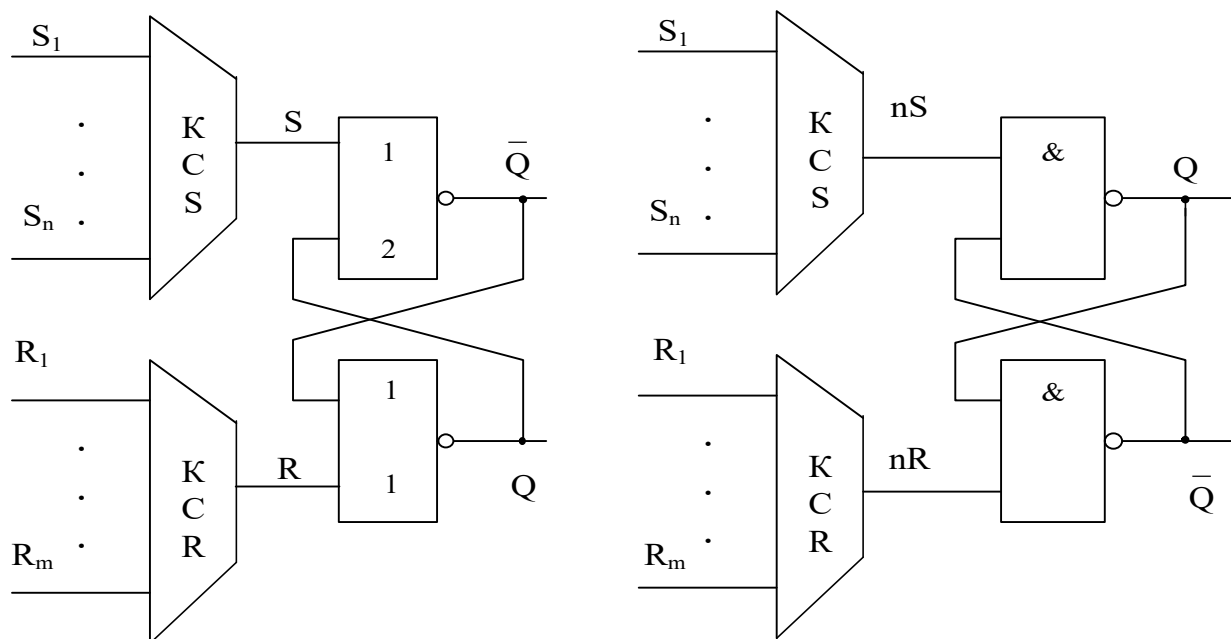


Рис.8.7. Структурні схемм RS-тригера з комбінованим керуванням на базі тригера з прямим керуванням (а) та інверсним керуванням (б)

З рис.8.7 витікає, що тригери з комбінованим керуванням мають дві групи входів: R-група та S-група. За принципом функціонування кожна з цих груп може бути віднесена до наступних:

- кон'юнктивна група;
- диз'юнктивна група.

Кон'юнктивна група є активною, якщо на усі входи цієї групи підімкнуті сигнали активного рівня. Такі входи в додатковому полі УГП позначаються символом «&» (рис.8.8,а).

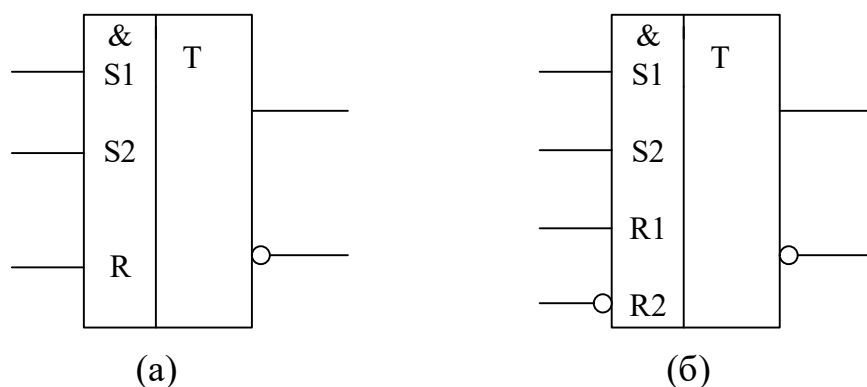


Рис.8.8 Приклади УГП тригерів з комбінованим керуванням

Диз'юнктивна група є активною, якщо хоча б на одному з входів групи присутній активний рівень. На рис.8.8,б входи S1 і S2 утворюють кон'юнктивну групу, а R1 і R2 - диз'юнктивну.

Для синтезу RS -тригера з комбінованим керуванням може бути використана така послідовність дій:

1. Розробка таблиць істинності для R -групи і S -групи входів.
2. Мінімізація логічних функцій R -групи і S -групи.
3. Розробка логічної схеми та аналіз функціонування тригера.

На рис.8.9 та рис.8.10 приведені логічні схеми тригера, УГП якого зображено на (рис.8.8, б).

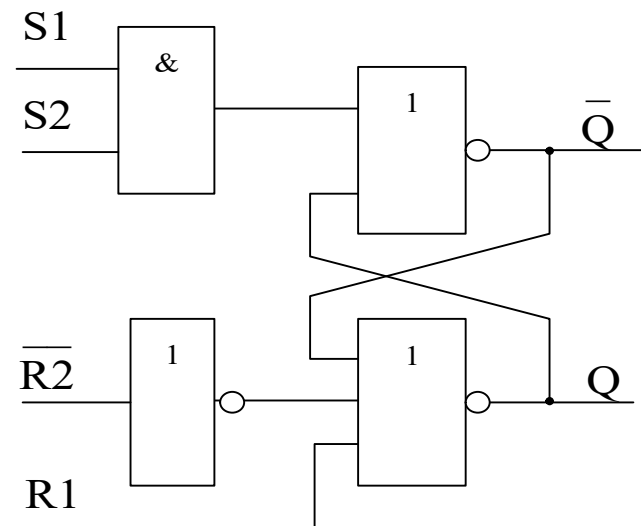


Рис.8.9 Схема RS -тригера з комбінованим керуванням на базі RS -тригера з прямим керуванням

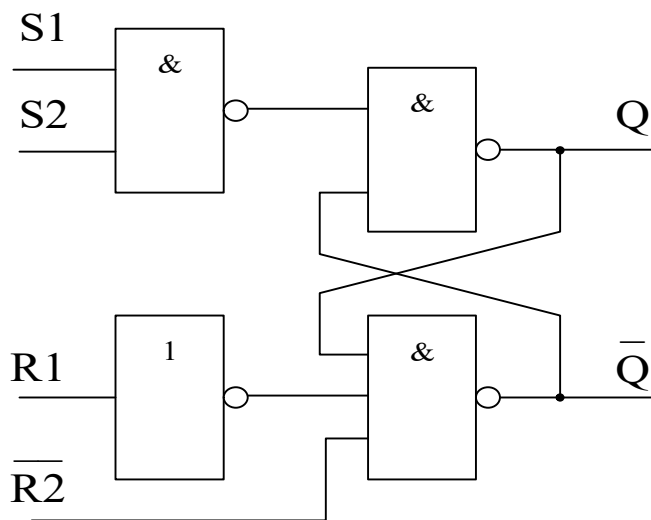


Рис.8.10 Схема RS -тригера з комбінованим керуванням на базі RS -тригера з інверсним керуванням

Взагалі **послідовність дій для синтезу будь-якого тригера на базі заданого наступна.**

1. Формується повна таблиця переходів для тригера, що синтезується.
2. Таблиця доповнюється функціями збудження для базового тригера.

3. Виконується мінімізація функцій для входів базового тригера та перетворення формул в необхідний базис.
4. Будується логічна схема тригера.

8.2 Приклад

Завдання 8. Виконати синтез синхронного RS тригера (RCS) на базі RS тригера з інверсним керуванням (nRnS-тригера) в базисі І-НІ.

Таблиця переходів тригера, що синтезується, доповнюється стовпчиками опису сигналів для входів базового тригера (означимо їх Rneg та Sneg) з використанням табл.8.5.

Таблиця переходів синхронного RS тригера та функції збудження базового тригера Rneg та Sneg представлені в табл.8.6. На зображенні 16 рядків таблиці розбиті на 2 частини з метою економії місця на аркуші

Таблиця 8.6.

Таблиця переходів синхронного RS тригера та функції збудження для базового RS-тригера з інверсним керуванням.

Таблиця переходів					Функції збудження	
C	R	S	Q^t	Q^{t+1}	Rneg	Sneg
0	0	0	0	0	*	1
0	0	0	1	1	1	*
0	0	1	0	0	*	1
0	0	1	1	1	1	*
0	1	0	0	0	*	1
0	1	0	1	1	1	*
0	1	1	0	0	*	1
0	1	1	1	1	1	*

Таблиця переходів					Функції збудження	
C	R	S	Q^t	Q^{t+1}	Rneg	Sneg
1	0	0	0	0	*	1
1	0	0	1	1	1	*
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	*
1	1	0	0	0	*	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	*	*	*
1	1	1	1	*	*	*

Карти Карно для функцій Rneg та Sneg (інверсних входів RS тригера) мають вигляд:

S Qt C R		00	01	11	10
		00	01	11	10
00		*	1	1	*
01		*	1	1	*
11		*	0	*	*
10		*	1	1	*1

Rneg

S Qt C R		00	01	11	10
		00	01	11	10
00		1	*	*	1
01		1	*	*	1
11		1	1*	*	*
10		1	*	*	0

Sneg

Тоді можна записати мінімальну ДНФ функцій R_{neg} та S_{neg} :

$$R_{neg} = nC \vee nR; \quad S_{neg} = nC \vee nS.$$

У даному випадку МДНФ співпадає з МКНФ!

Для переходу в базис І-НІ використовуємо закон де Моргана:

$$R_{neg} = n(C \& R); \quad S_{neg} = n(C \& S)$$

Функціональна логічна схема синхронного RS тригера (RCS-тригера) в базисі І-НІ (а) та його умовне графічне зображення (б) приведені на рисунку 8.11:

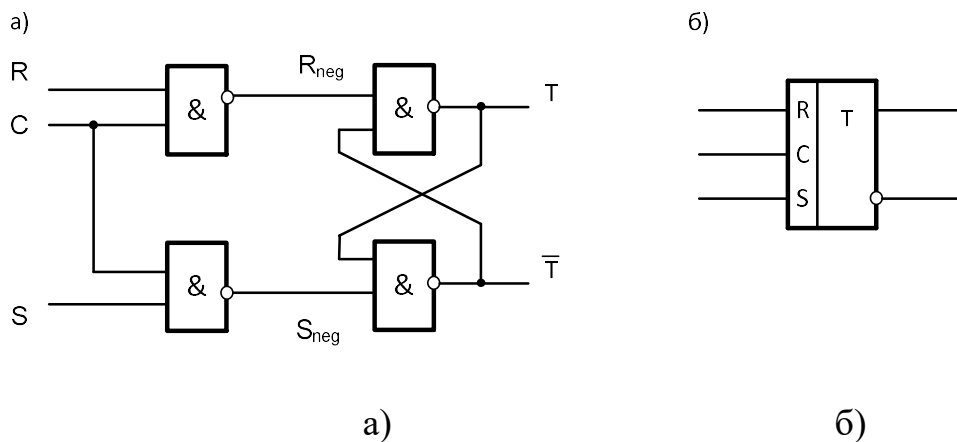


Рис. 8.11. Функціональна схема RCS-тригера в базисі І-НІ (а) та його умовне графічне зображення (б).

8.3 Варіанти завдання

Завдання 8. Виконати синтез тригера необхідного типу на базі заданого RS-тригера та побудувати його схему в заданому базисі. Необхідні дані беруться з наступної таблиці.

Базовий тригер	Потрібний тип тригера					Базис
	DC	R S1S2	&R1R2 S	RCS	nRnCnS	
RS	1	14	7	9	3	АБО-НІ
nRnS	8	10	12	6	5	І-НІ
nRnS	11	2	13	4	15	І,АБО,НІ

Для варіанту 15 завдання буде наступне: виконати синтез $nRnCnS$ тригера на базі заданого $nRnS$ тригера (RS тригера з інверсним керуванням) та побудувати його схему в базисі І,АБО,НІ.

8.4. Результати виконаного завдання

1. Повна таблиця переходів для тригера, що синтезується, з функціями збудження для базового тригера.
2. Мінімізація функцій для входів базового тригера за допомогою карт Карно та перетворення формул до необхідного базису.
3. Логічна схема тригера.

8.5. Контрольні питання

1. Чим відрізняються схеми RS-тригерів з прямим та інверсним керуванням.
2. Як розрахувати час перемикання тригеру?
3. Визначити функції збудження RS-тригерів з інверсним керуванням.
4. Методика синтезу асинхронного RS-тригера з комбінованим керуванням.
5. В якому базисі будуються RS-тригери з прямим керуванням.

Література: [1,2,7,8]

9. Індивідуальне домашнє завдання на тему «Синтез комбінаційних логічних схем перетворювача кодів»

9.1. Загальні положення

Мета роботи: придбання навичок синтезу комбінаційних логічних схем в різних базисах та аналіз характеристик отриманих схем.

Структурна схема перетворювача кодів (ПК) представлена на рис.9.1. Схема ПК, таким чином, описується системою з 3 ФАЛ (b_0, b_1, b_2) кожна з яких має 5 аргументів – y_1, y_2, a_0, a_1, a_2 .

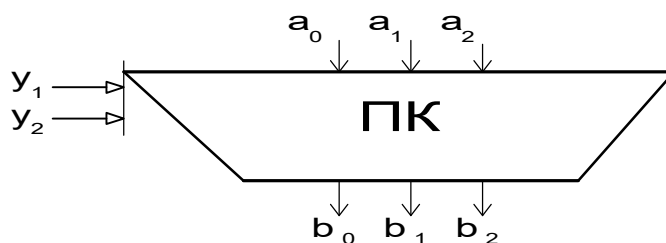


Рис.9.1. Структурна схема перетворювача кодів

Розробка комбінаційної логічної схеми – це процес синтезу та аналізу варіантів логічних схем для отримання оптимальної схеми, яка відповідає заданим критеріям. Зазвичай ці критерії – витрати обладнання та швидкодія схеми. В індивідуальному завданні передбачається розробка трьох КЛС перетворювача коду в різних базисах та наступний аналіз з метою оптимізації схеми.

Витрати обладнання оцінюються за допомогою коефіцієнту, який було уведено Квайном[8]. Він отримав назву - **ціна схеми по Квайну** та обчислюється, як **сумарна кількість входів усіх логічних елементів схеми**. Аналізуючи КЛС ПК, що для розроблених КЛС в прикладі виконання ІДЗ (додаток А), можна покращити ціну схеми по Квайну для функції b_0 в базисі АБО-НІ, якщо поставити подвійну інверсію тільки над диз'юнктивними термами 1,2,3.

Швидкодія логічної схеми обчислюється, як **затримка в найбільш довгому ланцюжку комбінаційної схеми**.

Тому треба мінімізувати довжину усіх ланцюжків, що паралельно розташовані в логічній схемі. Наприклад, аналіз схеми для функції b_0 в базисі І-НІ в прикладі (додаток А) показує, що розміщення подвійної інверсії над кон'юнктивними термами 2 та 3 дозволяє зменшити затримку в схемі до $4t_{\text{ле}}$.

Зазвичай критерії оптимальності по витратам обладнання та швидкодії суперечать один іншому, тому практично обирається один з них. В ІДЗ потрібно

зробити аналіз розроблених схем з метою створення рекомендацій з їх подальшого вибору. Приклад виконання ІДЗ наведено у додатку А.

9.2. Варіанти завдань

Завдання: Розробити функціональну логічну схему перетворювача кодів, що виконує перетворення 3-розрядного коду $A = a_2a_1a_0$ в код $B = b_2b_1b_0$. Перетворення виконується 3 способами в залежності від комбінації управляючих сигналів y_1 та y_2 згідно з таблицею 9.1.

Таблиця 9.1

Список операцій перетворювача кодів

y_1	y_2	Операція	Назва операції
0	0	$B = A$	Пропуск коду A без зміни
0	1	Операція 1	
1	0	Операція 2	
1	1	-	Заборонена комбінація сигналів y

Вибір операцій та елементного базису виконується по варіанту згідно (табл. 9.2.).

Таблиця 9.2

Варіанти завдань

Операція 1	$B=A+1$	$B=A-1$	$B=nA$	$B=nA+1$	Операція 2	Назва операції 2
	1	17	4	9	$b_2b_1b_0=0\ a_2a_1$	Зсув праворуч
	8	3	2	18	$b_2b_1b_0=a_1a_0\ 0$	Зсув ліворуч
	5	7	13	16	$b_2b_1b_0=a_0a_2a_1$	Циклічний зсув праворуч
	14	10	19	11	$b_2b_1b_0=a_1a_0a_2$	Циклічний зсув ліворуч
	12	6	15	20	$b_2b_1b_0=a_2a_2a_1$	Арифмет. зсув праворуч
Базис 3	1	2	3			

Номер варіанту

nA – інверсія коду A

Базис 3: 1 – 2I-4I-2АБО-НІ; 2 – 3I-2I-2I-3АБО-НІ; 3 – 2I-2I-2I-3I-4АБО-НІ

Допускається використовувати умовне позначення інверторів (1 вхід) попередньо вказавши як вони реалізуються у заданому базисі.

9.3. Вміст звіту

1. Завдання.
2. Таблиця істинності ФАЛ перетворювача кодів.
3. Карти Карно та формули для мінімальної ДНФ системи ФАЛ.
4. Функціональна логічна схема перетворювача в базисі 3І-НІ.
5. Карти Карно та формули для мінімальної КНФ системи ФАЛ.
6. Функціональна логічна схема перетворювача в базисі 3АБО-НІ.
7. Карти Карно та формули для мінімальної ДНФ системи інверсних ФАЛ.
8. Функціональна логічна схема перетворювача у базисі 3.
9. Порівняльна характеристика схем по затратах обладнання (ціна по Квайну) та по швидкодії.

Список рекомендованої літератури

1. Комп'ютерна логіка [навчальний посібник] / В.А.Лахно, Б.С. Гусєв, Д.Ю. Касаткін. – К.: вид-во КОМПРІНТ, 2018.– 422с.
2. Кудерметов Р.К., Щербаков А.М., Грушко С.С. Прикладна теорія цифрових автоматів. Навчальний посібник. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2009 - 216 с.
3. Говорущенко Т. О. Комп'ютерна логіка: навчальний посібник. – Хмельницький: Хмельницький національний університет, 2018. 294 с
4. Brock J. LaMeres. Introduction to Logic Ciurcits & Logic Design with VHDL,2nd Edition.- Springer, 2019.- 489 pp.
5. Корнійчук В.І., Тарасенко В.П. Тарасенко,-Клятченко О.В. Основи комп'ютерної арифметики. – К.: Корнійчук, 2007.- 160с.
6. Баркалов О.О., Ковальов С.О., Мальчева Р.В. Проектування операційних пристроїв.- Донецьк, РВА ДонНТУ, 2005.-312 с.
7. Комп'ютерна схемотехніка та логіка [навчальний посібник] / В.В.Лапко,Б.С. Гусєв, Д.Ю. Касаткін, В.В. Смолій, А.І. Блозва, Т.Ю. Осипова, Ю.В. Матус, Я.А. Савицька // – К.: НУБіП України, 2017.– 291с.
8. Баркалов О.О. Синтез операційних пристроїв. – РВА ДонНТУ, 2003. – 306с.
9. Сергиенко А.М. VHDL для проектирования вычислительных устройств. - К.: ЧП “Корнейчук”, ООО “ТИД ДС”, 2003. - 208с.
- 10.Компьютерная логика: Основы.- НТУУ, 2014. Режим доступа:
<https://www.youtube.com/watch?v=CKI9Yb61aWk>

Додаток А. Приклад виконання ІДЗ.
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра Комп'ютерної інженерії

Індивідуальне домашнє завдання

з дисципліни
"Комп'ютерна логіка"

на тему: "Синтез комбінаційних логічних схем перетворювача кодів"

Виконав:
студент гр. _____

Прийняв:
к.т.н., доцент каф. КІ, Ковальов С.О.

Луцьк 2022

Мета роботи: придбання навичок синтезу комбінаційних логічних схем в різних базисах та аналіз характеристик отриманих схем.

Завдання: Розробити функціональну логічну схему перетворювача кодів, що виконує перетворення 3-розрядного коду $A = a_0a_1a_2$ в код $B = b_0b_1b_2$.

Перетворення виконується 3 способами в залежності від комбінації управляючих сигналів y_1 та y_2 згідно з таблицею мікрооперацій. Комбінація сигналів $y_1 = y_2 = 1$ є забороненою.

Таблиця мікрооперацій для варіанту 17.

y_1	y_2	Операція	Назва операції
0	0	$B = A$	Пропуск коду А без змін
0	1	$B = A-1$	Декремент коду А
1	0	$b_0b_1b_2 = 0 \ a_2 \ a_1$	Перетворення коду А
1	1	$B = *$	Заборонена комбінація сигналів у

Елементний базис №1: ЗІ-НІ; №2: ЗАБО-НІ; №3: ЗІ-2І-2І-ЗАБО-НІ

Вміст звіту.

1. Таблиця істинності ФАЛ перетворювача кодів.
2. Карти Карно та формули для мінімальної ДНФ системи ФАЛ.
3. Функціональна логічна схема перетворювача в базисі ЗІ-НІ.
4. Карти Карно та формули для мінімальної КНФ системи ФАЛ.
5. Функціональна логічна схема перетворювача в базисі ЗАБО-НІ.
6. Карти Карно та формули для мінімальної ДНФ системи інверсних ФАЛ.
7. Функціональна логічна схема перетворювача у базисі 3.
8. Порівняльна характеристика схем по затратах обладнання (ціна по Квайну) та по швидкодії.

Синтез комбінаційної логічної схеми перетворювача кодів.

Структурна схема перетворювача кодів (ПК) приведена на рис.1.

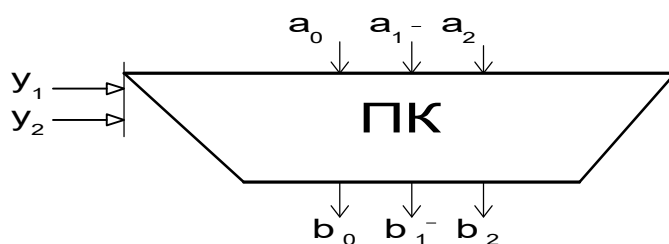


Рис.1. Структурна схема перетворювача кодів

Схема ПК описується системою із 3 ФАЛ (b_0, b_1, b_2) кожна з яких має п'ять аргументів. Будуємо таблицю істинності для всіх ФАЛ перетворювача кодів (табл.1).

Таблиця істинності перетворювача кодів.

Мінімізація функцій b_0, b_1, b_2 за допомогою карт Карно для отримання мінімальних ДНФ представлена на рис. 2.

Рис. 2. Карти Карно для отримання мінімальних ДНФ функцій b_0, b_1, b_2

Отримані в результаті мінімізації формули у вигляді ДНФ мають наступний вигляд:

$$b_0 = F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4$$

$$F_1 = y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \quad F_2 = y_2 a_0 a_1 \quad F_3 = \bar{y}_1 a_0 a_2 \quad F_4 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0$$

$$b_0 = y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \vee y_2 a_0 a_1 \vee \bar{y}_1 a_0 a_2 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0$$

$$b_1 = F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4$$

$$F_1 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_1 \quad F_2 = y_1 a_2 \quad F_3 = a_1 a_2 \quad F_4 = y_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2$$

$$b_1 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_1 \vee y_1 a_2 \vee a_1 a_2 \vee y_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2$$

$$b_2 = F_1 \vee F_2 \vee F_3$$

$$F_1 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_2 \quad F_2 = y_1 a_1 \quad F_3 = y_2 \bar{a}_2$$

$$b_2 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_2 \vee y_1 a_1 \vee y_2 \bar{a}_2$$

Перетворюючи отримані формули з використанням законів де Моргана та подвійної інверсії, виконуємо перетворення виразів до базису ЗІ-НІ:

$$b_0 = \overline{y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \vee y_2 a_0 a_1 \vee \bar{y}_1 a_0 a_2 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0} = \overline{y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2} \& \overline{y_2 a_0 a_1} \& \overline{\bar{y}_1 a_0 a_2} \& \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0} =$$

$$= \overline{\overline{y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2} \& \overline{y_2 a_0 a_1} \& \overline{\bar{y}_1 a_0 a_2} \& \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0}} = \overline{\overline{y_2 \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2} \& \overline{y_2 a_0 a_1} \& \overline{\bar{y}_1 a_0 a_2} \& \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_0}} =$$

$$b_1 = \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_1 \vee y_1 a_2 \vee a_1 a_2 \vee y_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2} = \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_1} \& \overline{y_1 a_2} \& \overline{a_1 a_2} \& \overline{y_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2} =$$

$$= \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_1 \& y_1 a_2 \& a_1 a_2 \& y_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2}$$

$$b_2 = \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_2 \vee y_1 a_1 \vee y_2 \bar{a}_2} = \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 a_2 \& y_1 a_1 \& y_2 \bar{a}_2}$$

Комбінаційна схема для перетворювача кодів згідно з отриманими формулами (базис ЗІ-НІ) представлена на рис.3.

Ефективна реалізація комбінаційної логічної схеми в базисі АБО-НІ передбачає представлення формул, що описують систему ФАЛ для b_0 , b_1 , b_2 , у вигляді мінімальної кон'юнктивної нормальної форми. Для отримання мінімальної КНФ виконаємо склеювання функцій b_0 , b_1 , b_2 по 0. Відповідні карти Карно наведені на рис.4.

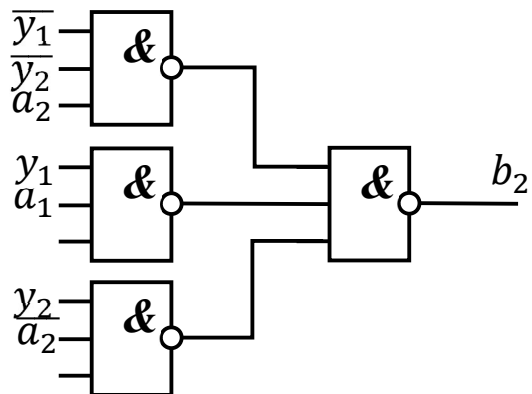
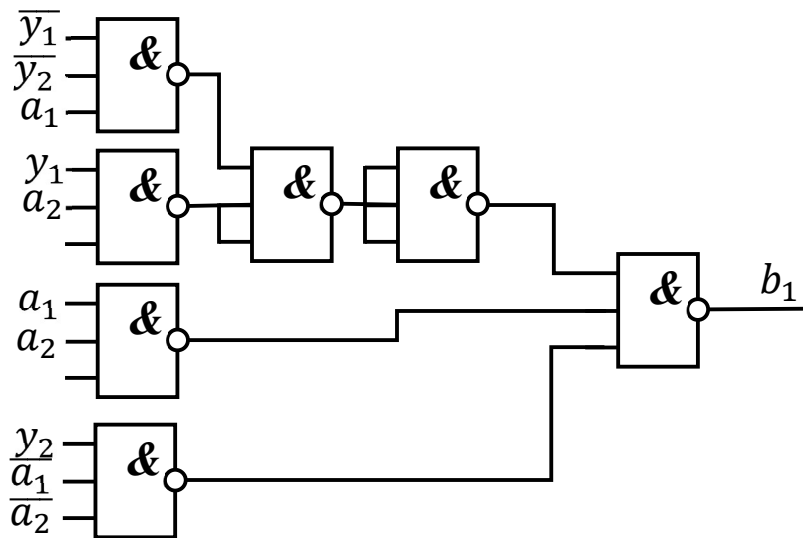
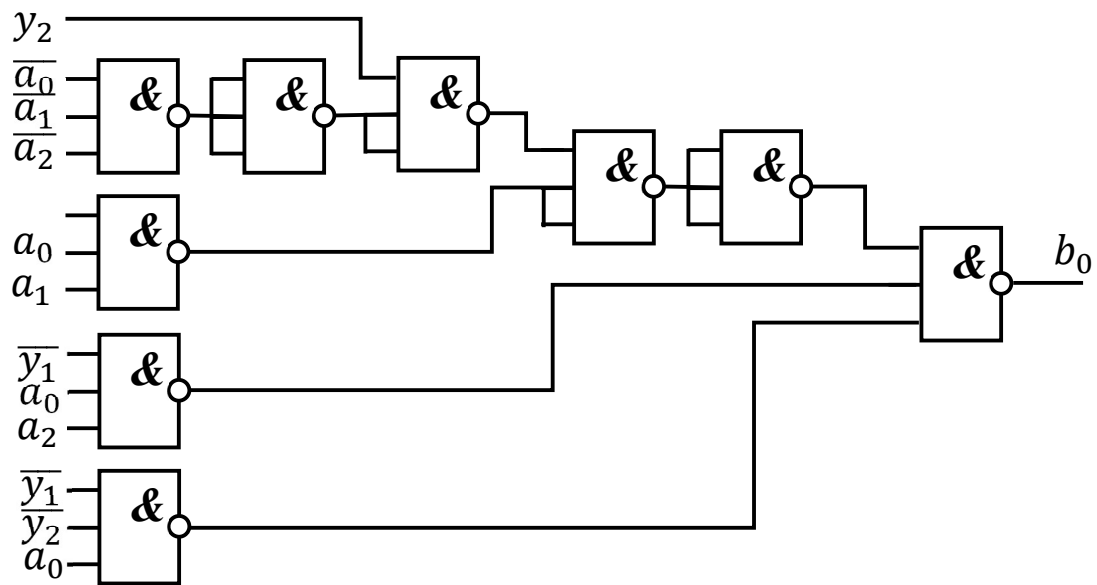


Рис.3. Схема перетворювача кодів в базисі 3І-НІ.

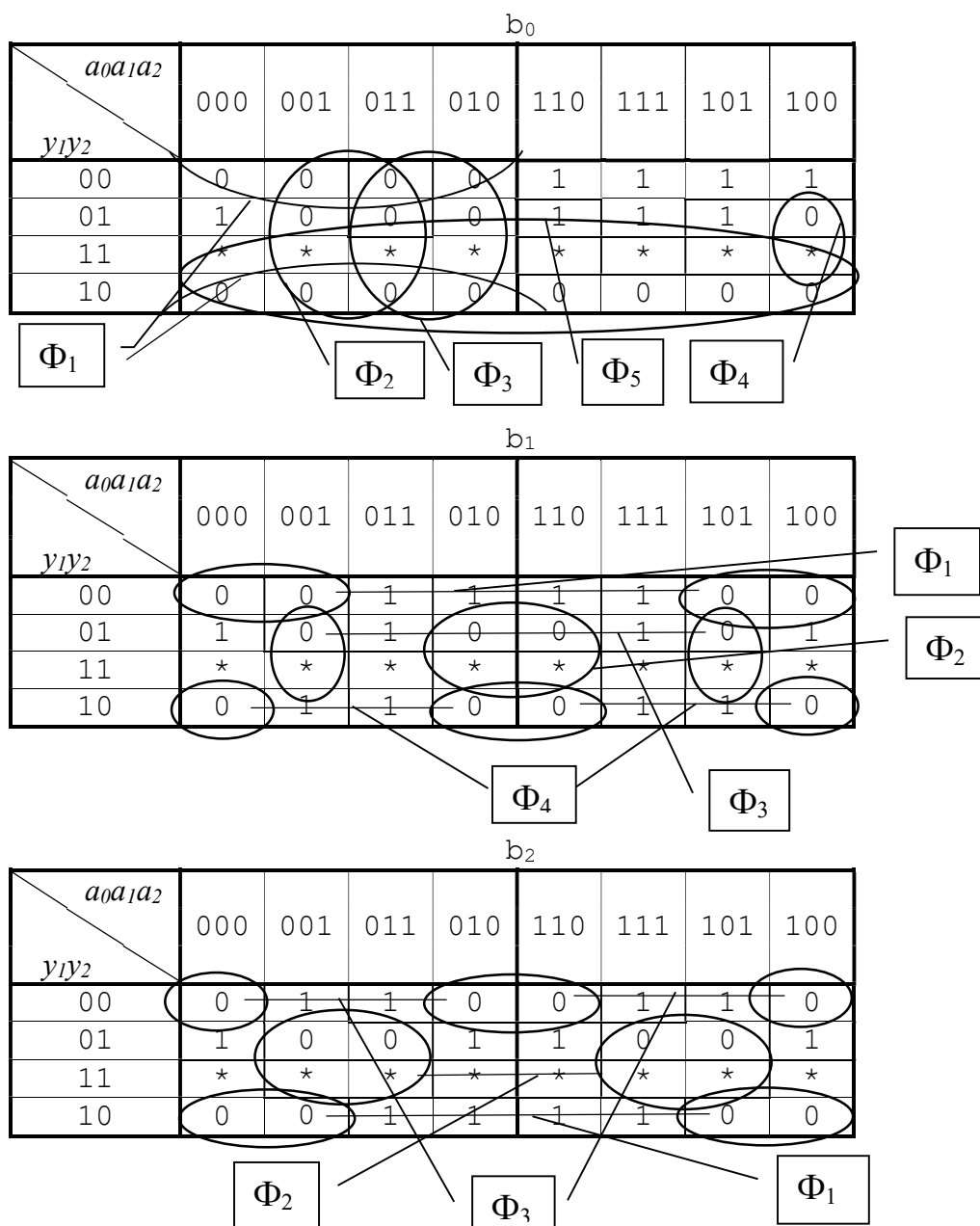


Рис. 4. Карти Карно для отримання мінімальних КНФ функцій b_0 , b_1 , b_2

Формули, що отримані в результаті мінімізації, мають вигляд:

$$b_0 = \Phi_1 \& \Phi_2 \& \Phi_3 \& \Phi_4 \& \Phi_5$$

$$\Phi_1 = y_2 \vee a_0 \quad \Phi_2 = a_0 \vee \bar{a}_2 \quad \Phi_3 = a_0 \vee \bar{a}_1 \quad \Phi_4 = \bar{y}_2 \vee \bar{a}_0 \vee a_1 \vee a_2 \quad \Phi_5 = \bar{y}_1$$

$$b_0 = (y_2 \vee a_0) \& (a_0 \vee \bar{a}_2) \& (a_0 \vee \bar{a}_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_0 \vee a_1 \vee a_2) \& \bar{y}_1$$

$$b_1 = \Phi_1 \& \Phi_2 \& \Phi_3 \& \Phi_4$$

$$\Phi_1 = y_1 \vee y_2 \vee a_1 \quad \Phi_2 = \bar{y}_2 \vee \bar{a}_1 \vee a_2 \quad \Phi_3 = \bar{y}_2 \vee a_1 \vee \bar{a}_2 \quad \Phi_4 = \bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_2$$

$$b_1 = (y_1 \vee y_2 \vee a_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_1 \vee a_2) \& (\bar{y}_2 \vee a_1 \vee \bar{a}_2) \& (\bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_2)$$

$$b_2 = \Phi_1 \& \Phi_2 \& \Phi_3$$

$$\Phi_1 = \bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_1 \quad \Phi_2 = \bar{y}_2 \vee \bar{a}_2 \quad \Phi_3 = y_1 \vee y_2 \vee a_2$$

$$b_2 = (\bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_2) \& (y_1 \vee y_2 \vee a_2)$$

Для отримання виразів в базисі ЗАБО-НІ перетворимо мінімальні КНФ за допомогою закону де Моргана та подвійного заперечення.

$$b_0 = \overline{\overline{(y_2 \vee a_0) \& (a_0 \vee \overline{a_2}) \& (a_0 \vee \overline{a_1}) \& (\overline{y_2} \vee \overline{a_0} \vee a_1 \vee a_2) \& \overline{y_1}}} =$$

$$= \overline{\overline{(y_2 \vee a_0)} \vee \overline{(a_0 \vee \overline{a_2})} \vee \overline{(a_0 \vee \overline{a_1})} \vee \overline{(\overline{y_2} \vee \overline{a_0} \vee a_1 \vee a_2)} \vee \overline{y_1}}$$

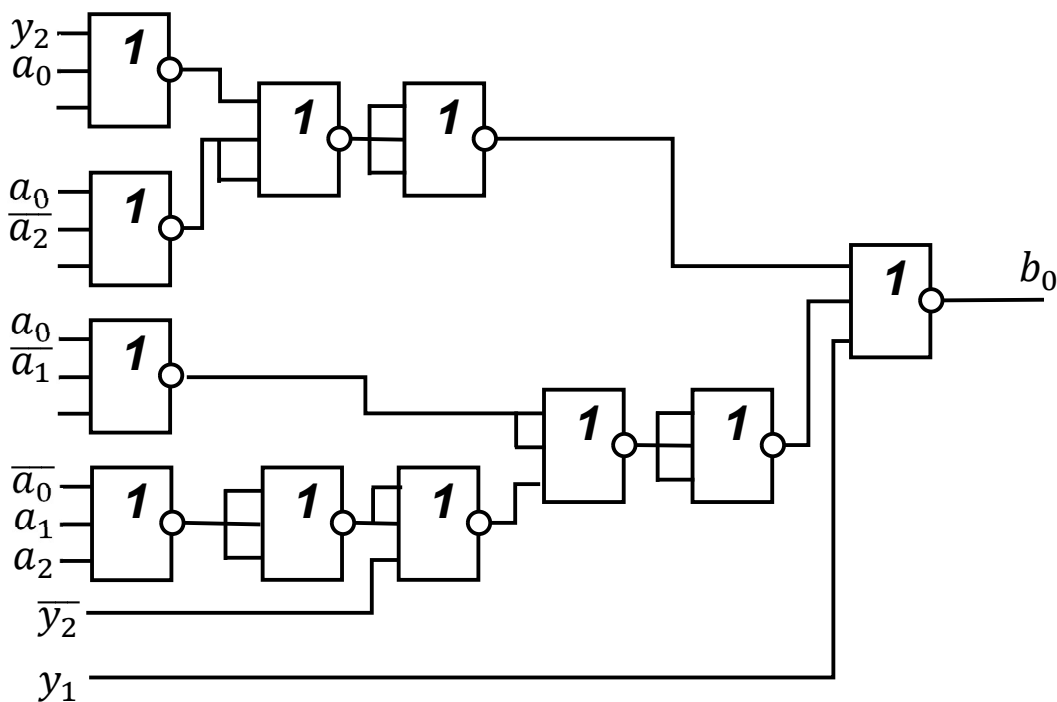
$$b_1 = \overline{\overline{(y_1 \vee y_2 \vee a_1) \& (\overline{y_2} \vee \overline{a_1} \vee a_2) \& (\overline{y_2} \vee a_1 \vee \overline{a_2}) \& (\overline{y_1} \vee y_2 \vee a_2)}} =$$

$$= \overline{\overline{(y_1 \vee y_2 \vee a_1)} \vee \overline{(\overline{y_2} \vee \overline{a_1} \vee a_2)} \vee \overline{(\overline{y_2} \vee a_1 \vee \overline{a_2})} \vee \overline{(\overline{y_1} \vee y_2 \vee a_2)}}$$

$$b_2 = \overline{\overline{(\overline{y_1} \vee y_2 \vee a_1) \& (\overline{y_2} \vee \overline{a_2}) \& (y_1 \vee y_2 \vee a_2)}} =$$

$$= \overline{\overline{(\overline{y_1} \vee y_2 \vee a_1)} \vee \overline{(\overline{y_2} \vee \overline{a_2})} \vee \overline{(y_1 \vee y_2 \vee a_2)}}$$

Відповідно до отриманих формулами будуємо схему перетворювача в базисі ЗАБО-НІ (рис. 5).



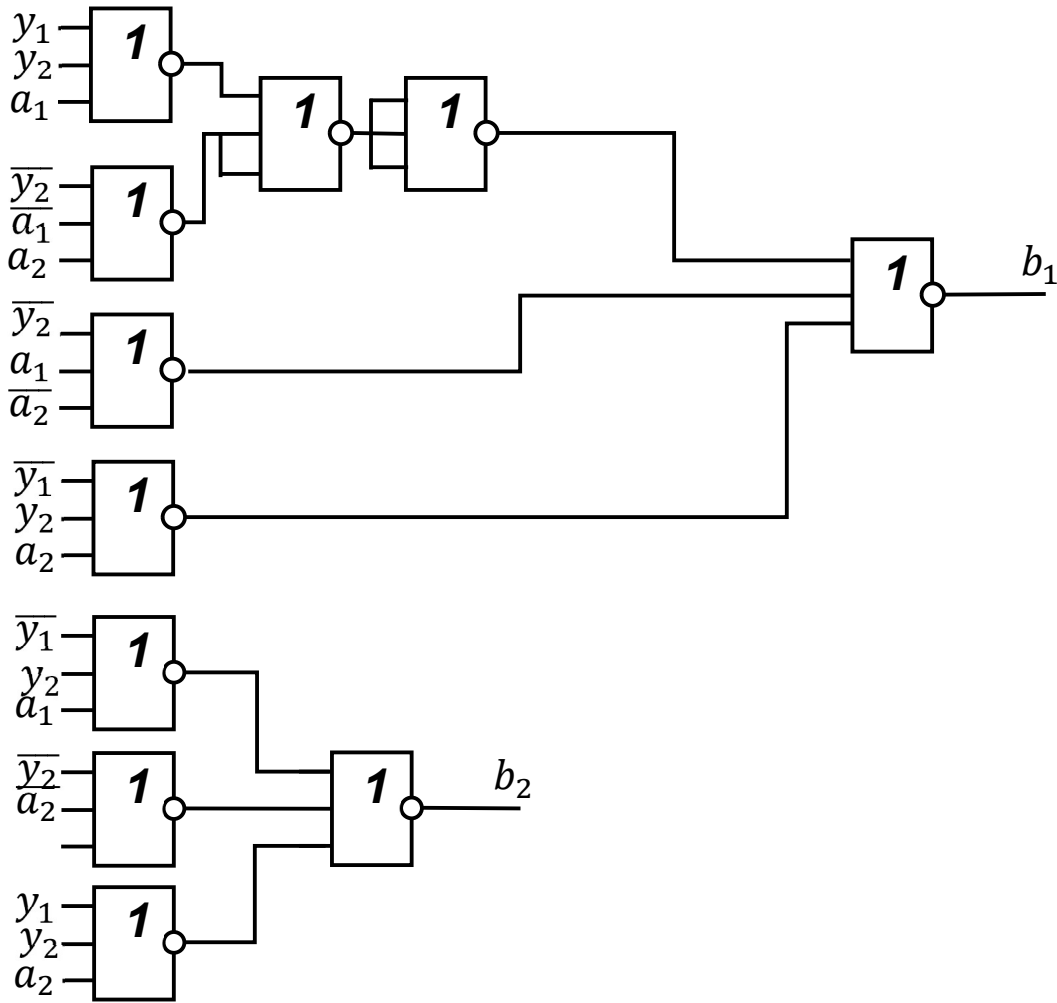


Рис. 5. Схема перетворювача кодів в базисі ЗАБО-НІ.

Для представлення формул в базисі 3I-2I-2I-3АБО-НІ можна провести мінімізацію для отримання мінімальної ДНФ інверсних значень функцій. Також можна скористатися виразами для мінімальної КНФ. При цьому необхідно застосувати закон де Моргана і для диз'юнктивних термів і для кон'юнкція між ними. Для переводу функцій b_0, b_1, b_2 в базис 3 робимо також деякі перетворення, які зменшують кількість змінних в термі та кількість термів в виразі і дозволяють задовольнити обмеженням по входах схеми

3I-2I-2I-3АБО-НІ:

$$b_0 = \overline{(y_2 \vee a_0) \& (a_0 \vee \bar{a}_2) \& (a_0 \vee \bar{a}_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_0 \vee a_1 \vee a_2) \& \bar{y}_1} =$$

$$= \overline{\bar{y}_2 \bar{a}_0 \vee \bar{a}_0 a_2 \vee \bar{a}_0 a_1 \vee y_2 a_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \vee y_1} = \overline{\bar{a}_0 (\bar{y}_2 \vee a_2 \vee a_1) \vee \bar{y}_2 \vee \bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \vee y_1}$$

$$b_1 = \overline{(y_1 \vee y_2 \vee a_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_1 \vee a_2) \& (\bar{y}_2 \vee a_1 \vee \bar{a}_2) \& (\bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_2)} =$$

$$= \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{a}_1 \vee y_2 a_1 \bar{a}_2 \vee y_2 \bar{a}_1 a_2 \vee y_1 \bar{y}_2 \bar{a}_2} = \overline{\bar{y}_1 \bar{y}_2 \vee \bar{a}_1 \vee y_2 (\bar{a}_1 \bar{a}_2 \vee \bar{a}_1 a_2) \vee y_1 \bar{y}_2 \bar{a}_2}$$

$$b_2 = \overline{(\bar{y}_1 \vee y_2 \vee a_1) \& (\bar{y}_2 \vee \bar{a}_2) \& (y_1 \vee y_2 \vee a_2)} = \overline{y_1 \bar{y}_2 \vee \bar{a}_1 \vee y_2 a_2 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{a}_2}$$

За отриманими виразами можна реалізувати схему в базисі 3І-2І-2І-3АБО-НІ (рис. 6).

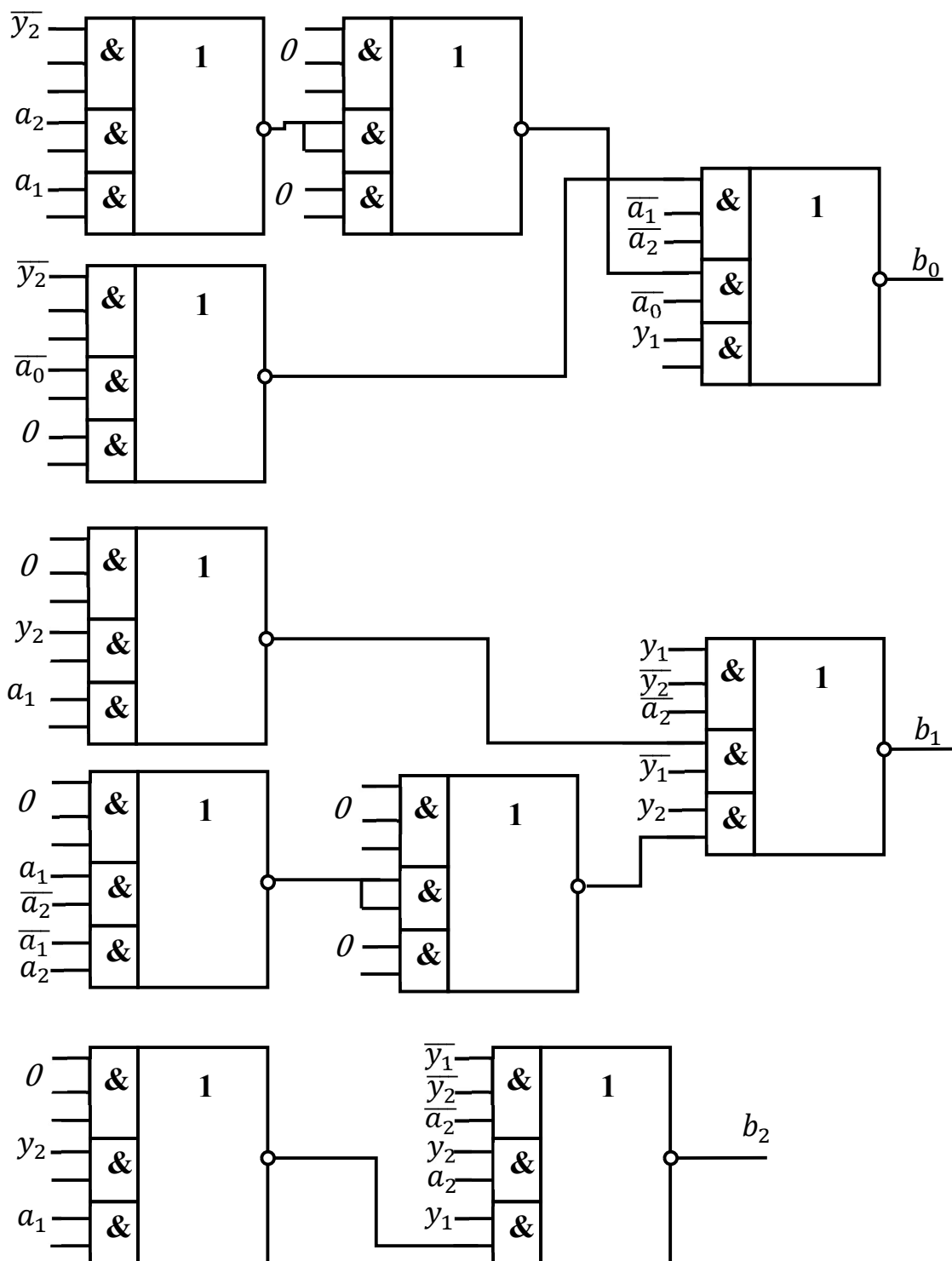


Рис. 6. Схема перетворювача кодів в базисі 3І-2І-2І-3АБО-НІ

В схемі (рис.6) на вільні входи незадіяних схем І треба подати «0». Якщо в схемі І на один із входів подається змінна, то на вільні входи ця змінна дублюється або подається 1.

Порівняльна характеристика отриманих схем за витратами обладнання та швидкодії дозволяє зробити наступні висновки.

Для різних схем ціна по Квайну без урахування вхідних інверторів має наступні показники:

схема 1 - 60; схема 2 - 66; схема 3 - 70.

Таким чином, найбільш економічною є схема в базисі 3I-НІ.

Час спрацювання першої та другої схем становить $6 \cdot t_{\text{ле}}$, а третій - $3 \cdot t_{\text{ле}}$ (без урахування вхідних інверторів). Тому найбільш швидкодіюча є схема перетворювача кодів на елементах 3I-2I-2I-3АБО-НІ.