

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІДОМИХ ЗАДАЧ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ РЕГУЛЯТОРІВ ДЛЯ ОБМЕЖЕНОГО ТА НЕОБМЕЖЕНОГО ІНТЕРВАЛУ ЧАСУ

*Калашніков М.А., магістрант, nikita777.a.k@gmail.com;
Стопакевич А.О., к.т.н., доцент, stopakevich@gmail.com
Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку,
м. Одеса, Україна*

В найбільш загальному випадку процедура комп'ютерного синтезу оптимального регулятора стану може бути сформульована наступним чином. При деяких початкових x_0 при умовах: абсолютно точної моделі, відсутності збурень, відсутності шуму вимірювань і з усіма доступними для вимірювання станах знайти розв'язок задачі:

$$\left[\begin{array}{ll} \min_{x_\infty, u_\infty} & J_\infty(x_\infty, u_\infty) \\ \text{при} & u_k \in U_k \quad k = 0, \dots, \infty \\ & x_k \in X_k \quad k = 1, \dots, \infty \\ & x_{k+1} = f_M(x_k, u_k) \quad k = 0, \dots, \infty \end{array} \right.$$

якщо $U_k \subset \mathbb{R}^{n_u}$ і $X_k \subset \mathbb{R}^{n_x}$ є випуклими

Практично зазначена задача бути розв'язана не може, тому необхідно йти на деякі спрощення задачі.

Перший варіант [1] – залишити нескінченний інтервал часу, але застосувати лише лінійну модель і квадратичний критерій оптимальності. В такому випадку можливо застосувати рівняння Ріккати і отримати лінійно-квадратичний регулятор (LQR). Переваги цього варіанту: наявність одного точного розв'язку, порівняно низькі вимоги для комп'ютерної техніки (в порівнянні майже зі всіма методами сучасної теорії автоматичного керування).

Недоліки: можливе застосування лише лінійної моделі, задача не передбачає обмежень керування, в задачі синтезу використовується лише квадратична вагова функція, хоча задача синтезу з іншими функціями в деяких випадках зводиться до квадратичної, регулятор не адаптивний.

Другий варіант [2] – обмежити інтервал часу і знизити величину горизонту до P точок. В цьому випадку на кожному кроці необхідно розв'язувати оптимізаційну задачу. В якості керуючого впливу брати перше керування з розрахованих для забезпечення зворотного зв'язку. Переваги цього варіанту: можливо застосування як лінійних, так і нелінійних моделей (однак в цьому випадку можуть бути проблеми з випуклістю оптимізаційної функції), можливо застосування різних вагових функцій для оптимізації (при умові того, що вони забезпечують випуклість критерію), адаптивність поведінки регулятора.

Недоліки: в кожній ситуації може бути декілька розв'язків, проблеми з визначенням запасу стійкості та робастністю системи керування, більшість реалізації вимагають стійкої моделі. Таке формулювання використовувалось в багатьох модельно-прогнозуючих (МРС)-регуляторах першого покоління (ДМС та ін.).

Як правило при застосуванні лінійних моделей регулятори першого покоління вважаються застарілими. Однак другий підхід реалізується й для досліджуваних зараз нелінійних МРС (NMPC), які використовують в прогнозуванні нелінійні моделі [3]. Як і в лінійному випадку реалізується ітеративний алгоритм оптимального керування на заданому часовому горизонті. Якщо в лінійному випадку оптимізація проводиться по випуклій функції, то в нелінійному це вже не так, що значно ускладнює задачу оптимізації і пошук стійкого з точки зору керування рішення. Крім того, ускладнюється проблема оцінки станів, оскільки фільтр Калмана в класичному вигляді призначено для лінійних систем. Алгоритми NMPC використовують схеми оптимізації Ньютона за варіантами прямої колокації, прямої одинарної чи багаторазової зйомки. Для спрощення задачі алгоритми проводять пошук коло оптимальної зони, що була отримана на попередньому шагу вирішення. На жаль, для того, щоб досягти високої якості керування й гарантовану стійкість при розробці системи на базі цього регулятора треба проводити синтез на точній моделі з врахуванням всіх можливих збурень, що дуже складно.

Третій варіант [3] є логічним продовженням другого, але враховує досвід розробки систем керування на базі регуляторів першого покоління. В ньому також обмежується інтервал часу величиною горизонту і на кожному кроці необхідно розв'язувати оптимізаційну задачу. В якості керуючого впливу також треба брати перше керування з розрахованих для забезпечення зворотного зв'язку. Однак є значна різниця: використовується форма простору станів для лінійної моделі, використовується квадратичний критерій для оптимізації, лінійні обмеження визначаються за допомогою частково-лінійних функцій. В такій постановці задача оптимізації може бути сформульована як задача, яка має гарантований випуклий функціонал.

Результати проведеного аналізу показують, що на теперішній час для більшості випадків практичний сенс мають регулятори, які використовують перший чи третій підхід. Вирішальним фактором вибору між зазначеними підходами є доцільність застосування задачі керування з обмеженнями. Для цього треба проводити докладний аналіз динаміки як об'єкта керування, так і характерних збурень та їх впливу на параметри технологічного процесу. Крім того, треба брати до уваги й інші фактори, які впливають на якість роботи регулятора, такі як крок дискретності, здатність спостерігача якісно відновити стани для заданої моделі та ін. [4]

Література

1. Стопакевич А.А.. Системный анализ и теория сложных систем / А.А. Стопакевич. — Одесса : Астропринт, 2013.
2. Lundström P. Limitations of dynamic matrix control / P. Lundström, J. H. Lee, M. Morari, S. Skogestad // Computers & Chemical Engineering. — 1995. — №4. — P. 409—421.
3. Lahiri K. Multivariable Predictive Control: Applications in Industry / K. Lahiri. Hoboken, N.J. (USA) : Wiley, 2017.
4. Стопакевич, А.О. Синтез та дослідження астатичних оптимальних цифрових систем керування ректифікаційною колоною / А.О. Стопакевич, О.А Стопакевич // Інформатика та математичні методи в моделюванні. — 2021. — Т.11. — № 1-2.—С. 91—103.

Анотація

В доповіді розглянуті основні відомі задачі синтезу оптимальних регуляторів. Проаналізовані переваги та недоліки задач синтезу лінійно-квадратичного регулятора, динамічного матричного регулятора (DMC), нелінійного модельно-прогнозуючого регулятора (NMPC), модельно-прогнозуючого регулятора другого покоління, який використовує форму простору станів та QP-задачу оптимізації. Зазначено, що критерієм успіху розв'язку задачі синтезу системи керування є не тільки вибір регулятора, а й необхідні додаткові дослідження. Деякі з них обов'язкові для певних типів оптимальних регуляторів, а деякі – для всіх без винятку.

Ключові слова: оптимальний регулятор, система керування, модельно-прогнозуючий регулятор, порівняльний аналіз.

Аннотация

В докладе рассмотрены основные известные задачи синтеза оптимальных регуляторов. Проанализированы преимущества и недостатки задач синтеза линейно-квадратичного регулятора, динамического матричного регулятора (DMC), нелинейного модельно-прогнозирующего регулятора (NMPC), модельно-прогнозирующего регулятора второго поколения, который использует форму пространства состояний и QP-задачу оптимизации. Указано, что критерием успеха решения задачи синтеза системы управления является не только выбор регулятора, а и необходимые дополнительные исследования. Некоторые из них являются обязательными для определенных типов оптимальных регуляторов, а некоторых – для всех без исключения.

Ключевые слова: оптимальный регулятор, система управления, модельно-прогнозирующий регулятор, сравнительный анализ.

Abstract

The thesis considers the main known problems of design of optimal controllers. The advantages and disadvantages of problems of synthesis of linear-quadratic regulator, dynamic matrix regulator (DMC), nonlinear model predictive controller (NMPC), model predictive controller of the second generation, which uses the form of state space and QP-optimization problem are analyzed. It is pointed out that the success criterion for solving the problem of control system design is not only the choice of the controller, but also the necessary additional investigations. Some of them are mandatory for certain types of optimal controllers, and some of them are mandatory for all without exception.

Keywords: optimal controller, control system, model predictive controller, comparative analysis.