

АПРОКСИМАЦІЯ В ЦИФРОВІЙ ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ СЕРЕДОВИЩА MATLAB/SIMULINK

Воробйов Д.О.¹, магістр кафедри автоматики та телекомунікацій, vorobyov.dima@gmail.com;

Лесіна Є.В.², к.ф.-м.н., доцент, eugenia.lesina@donntu.edu.ua

¹ *Донецький національний технічний університет, Покровськ, Україна*

² *Донецький національний технічний університет, Покровськ, Україна*

Апроксимація є актуальною темою практично для кожного технічного дослідження. Від вибору виду апроксимації в істотній мірі залежать кількісні характеристики і якісні властивості опису досліджуваних об'єктів.

Апроксимація дозволяє досліджувати числові або якісні характеристики об'єкта, зводячи задачу до вивчення більш простих або зручних об'єктів (наприклад, таких, характеристики яких легко обчислюються або властивості яких вже відомі).

Умовно апроксимацію можна розділити на два види: математична та фізична (технічна) апроксимації. За допомогою останньої можна ефективно розв'язати широке коло задач, які безпосередньо стосуються питань прикладного (технічного) характеру [1].

В даній роботі, з метою апроксимації сигналу, розглядається метод найменших квадратів, який реалізовано в середовищі MatLab/Simulink [2]. Безперервний сигнал розкладається в ряд $x_a(t) = \sum_{k=0}^n X(k)s_k(t)$ на інтервалі $[0;T]$ значень аргументу за системою базисних (степеневих $s_k(t) = t^k, k = \overline{0, n}$) функцій. Сукупність коефіцієнтів $X(k)$ розкладання утворює так званий апроксимуючий поліноміальний спектр (АПС) сигналу, який необхідно визначити. А саме, потрібно знайти систему величин $X(k)$, що мінімізує норму $\|\beta(t)\|$ функції помилки $\beta(t) = x_a(t) - x(t)$, причому в якості норми помилки використовується умова: $\frac{1}{T} \int_0^T r(t) \beta^2(t) dt = \min$, де $r(t)$ – вагова функція.

Вектор АПС $\{X(k)\}_{k=0}^n$ сигналу знаходиться за формулою $\bar{X} = W^{-1} \cdot \bar{Q}$, де елементи операційної матриці W та вектору $\bar{Q}$ обчислюються наступним чином:

$$w_{ij} = \int_0^T r(t) s_{i-1}(t) s_{j-1}(t) dt, \quad (1)$$

$$q_i = \int_0^T r(t) s_{i-1}(t) x(t) dt, \quad j = 1, \dots, n + 1. \quad (2)$$

Зупинимось більш детально на структурних схемах та на відновленні сигналу $x(t) = \cos \pi t^2$ на інтервалі $[0;1]$ за отриманим спектром. В якості базисних функцій нижче обрано степеневі функції 5-го порядку. На рисунку 1 показано блок $X(t)$. Джерелом є генератор лінійно зростаючого сигналу

Ramp. Для наочності підключено віртуальний осцилограф (Scope), на якому в процесі моделювання відображається сигнал $x(t) = \cos \pi t^2$.

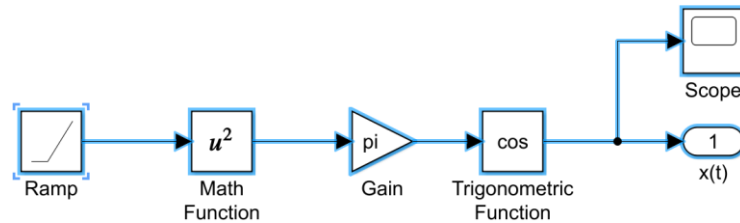


Рис. 1. Генерація сигналу

Загальний вигляд вікна блоку Scope з його панеллю інструментів зображено на рисунку 2.

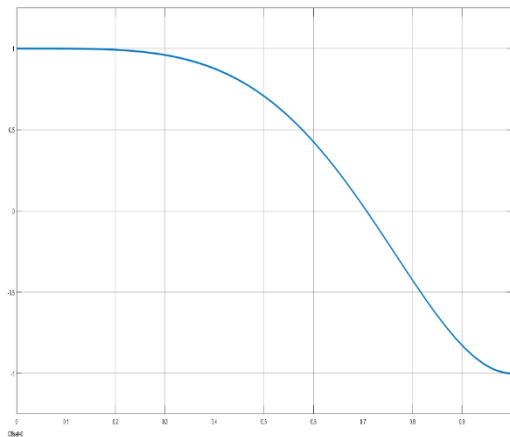


Рис. 2. Графік сигналу

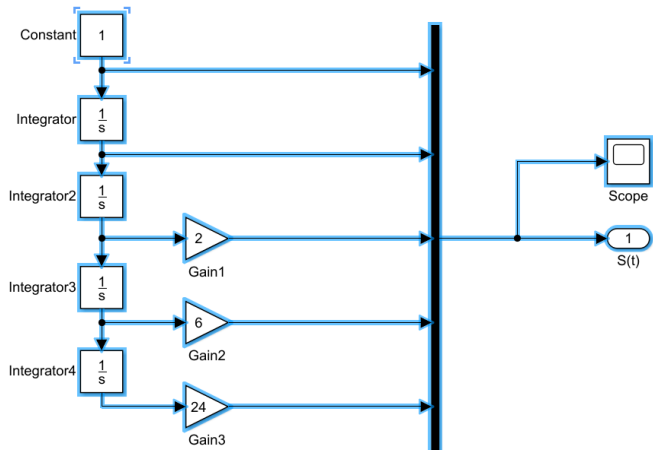


Рис. 3. Структурна схема віртуального генератора системи базисних функцій

Блок $S(t)$ генерує систему базисних функцій $s_k(t) = t^k, k = \overline{0,4}$, його структурну схему показано на рисунку 3.

Оскільки система базисних функцій має зручний для моделювання вигляд, можна з першої функції $s(t)=1$ за допомогою інтегрування (блок Integrator) отримати інші. Блоки множення на константу Gain1, Gain2, Gain3 необхідні для нормування степеневих функцій. Отримані функції виводяться на вихід цієї підсистеми і на віртуальний осцилограф (рисунок 4).

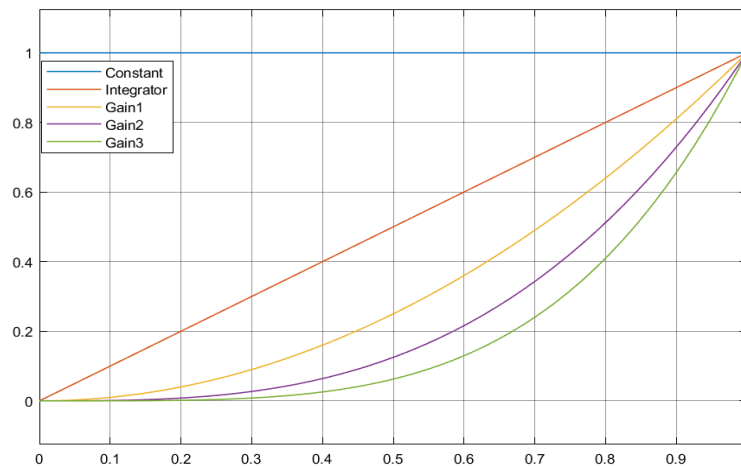


Рис. 4. Система базисних функцій

Перш ніж перейти до опису центрального блоку моделі Analysis, необхідно відзначити, що в підсистемах цього блоку використовується конструкція, яку можна використовувати як при розрахунку вектору $\bar{Q}$, так і при розрахунку векторів-стовпців матриці W . Спільним є інтегрування функції на одних і тих же інтервалах. Таким чином, для отримання вектору $\bar{Q}$ необхідно проінтегрувати на заданій системі інтервалів сигнал $x(t)$, а для отримання стовпців матриці W – базисні функції на тій же системі інтервалів.

Структурні схеми визначення коефіцієнтів за формулами (1), (2) представлено на рисунках 5 та 6.

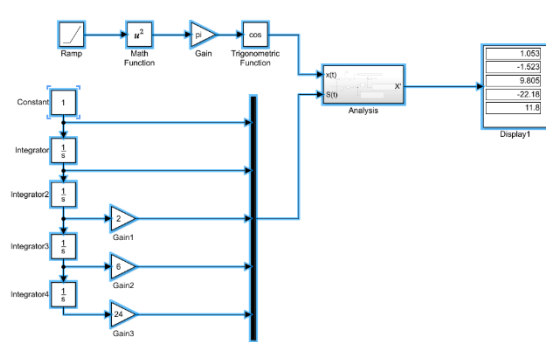


Рис. 5. Структурна схема визначення коефіцієнтів апроксимуючого поліному

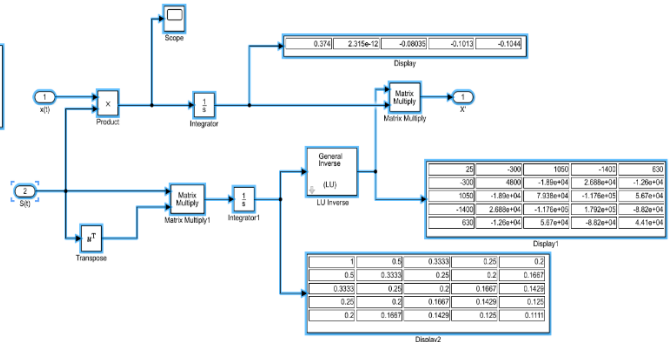


Рис. 6. Розрахунок коефіцієнтів за методом найменших квадратів

Основу схеми складає блок Analysis, який в розгорнутому вигляді наведено на рисунку 6. Віртуальні індикатори Scope і Display не є обов'язковими для визначення коефіцієнтів апроксимуючого поліному, а призначені для контролю правильності побудови структурної схеми в процесі налагодження віртуальної моделі.

Після розрахунку коефіцієнтів сигнал відновлюється за схемою, наведеною на рисунку 7.

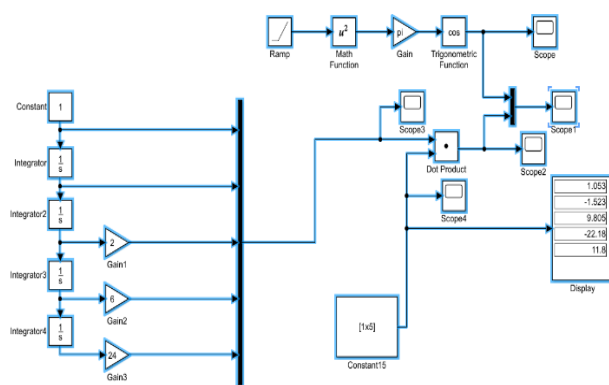


Рис. 7. Відновлення сигналу за спектром

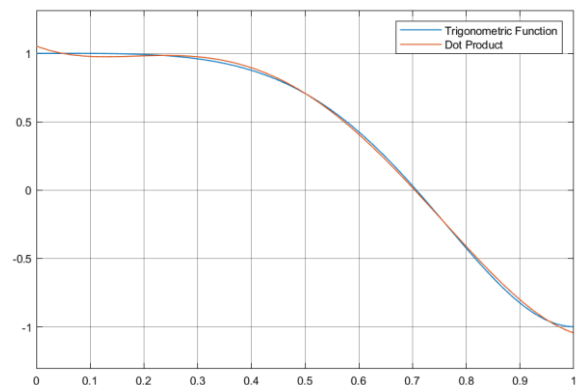


Рис. 8. Вихідний сигнал $x(t) = \cos(\pi t^2)$ і його апроксимація методом найменших квадратів

Результати роботи моделі виводяться на екран віртуального осцилографа і зображені на рисунку 8.

Література

1. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений / В.М. Тихомиров. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976.
2. Васильев В.В. Математическое и компьютерное моделирование процессов и систем в среде MATLAB/SIMULINK. Учебное пособие для студентов и аспирантов / В.В. Васильев, Л.А. Симак, А.М. Рыбникова. – К.: НАН Украины, 2008. – 91 с.

Анотація

У роботі представлено апроксимацію безперервного сигналу методом найменших квадратів із використанням графічного програмування в середовищі MatLab/Simulink. Досліджуваний сигнал описується функцією однієї змінної і розкладається в ряд на інтервалі зміни значень аргументу за системою базисних степеневих функцій. Основу методу складає пошук апроксимуючого поліноміального спектру.

Ключові слова: сигнал, метод найменших квадратів, апроксимуючий поліноміальний спектр.

Аннотация

В работе представлена аппроксимация сигнала методом наименьших квадратов с использованием графического программирования в среде MatLab/Simulink. Исследуемый сигнал описывается функцией одной переменной и раскладывается в ряд на интервале изменения значений аргумента по системе базисных степенных функций. Основу метода составляет поиск аппроксимирующего полиномиального спектра.

Ключевые слова: сигнал, метод наименьших квадратов, аппроксимирующий полиномиальный спектр.

Abstract

The work presents the least-squares approximation method of a signal using graphical programming in the MatLab/Simulink environment. The signal under study is described by the function of one variable and is expanded in a series on the interval of variation of the argument values according to a system of basis power functions. The basis of the method is the search for an approximating polynomial spectrum.

Keywords: signal, least-squares approximating polynomial spectrum.