

Горпинич Д.О., студент (dmitrii.gorpinich@gmail.com)

ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», м. Покровськ, Україна

Кириченко В.В., к.ф.-м.н., доцент (vkir28@gmail.com)

НТУУ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

Лесіна Є.В., к.ф.-м.н., доцент (eugenia.lesina@donntu.edu.ua)

ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», м. Покровськ, Україна

ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ПЛАНУВАННЯ АВІАПЕРЕВЕЗЕНЬ МІЖ ДВОМА НАСЕЛЕНИМИ ПУНКТАМИ

Ключові слова: управління повітряним рухом, повітряне судно, критерій оптимальності, симплекс-метод.

Поняття оптимізації пов'язано з пошуком або створенням чогось найкращого в певному сенсі, що найбільш повно задовольняє певні потреби. Оптимізувати процес функціонування системи – значить знайти і встановити такі умови (значення параметрів процесу), при яких найбільш повно проявляється та чи інша властивість системи; розробити оптимальний план польотів – створити такий план, який би найбільш повно задовольняв деякі вимоги, наприклад, заявлені авіакомпаніями час і кількість вильотів; спроектувати оптимальний маршрут вильоту в районі аеродрому – такий маршрут, який би задовольняв економічні потреби та вимоги безпеки [1].

Під критерієм оптимальності можна розуміти деякий показник функціонування системи, який вибирається головним при постановці задачі пошуку найкращого розв'язку. В системі управління повітряним рухом (УПР) на різних етапах функціонування в якості критеріїв можуть виступати такі показники, як пропускна здатність зони УПР або гранично допустима інтенсивність повітряного руху, очікувана частота потенційно конфліктних ситуацій, показник складності УПР в тій чи іншій зоні, показники відхилення від запланованої програми польоту повітряного судна (ПС) в зоні відповідальності диспетчера, число небезпечних зближень за деякий період часу, середній вік персоналу служби руху і тому подібне.

Вибір показника в якості критерію оптимальності означає, що подальший розв'язок повинен максимізувати або мінімізувати (в залежності від змісту задачі) значення цього показника. На практиці неможливо нескінченно збільшувати (зменшувати) значення показника, тому присутні деякі обмеження, яким шуканий розв'язок також має задовольняти.

Наприклад, підвищення інтенсивності повітряних потоків обмежена, зокрема, допустимою завантаженістю диспетчера. Це саме те обмеження, якому має задовольняти оптимальний розв'язок. Ще один приклад обмежень: встановлені схеми і правила польотів в районі того чи іншого аеродрому, які обмежують можливі траєкторії польоту ПС і таким чином можуть виступати в якості обмежень задачі оптимізації УПР за критерієм економічності.

При виборі методів оптимізації процесів УПР їх доцільно розділити на два види: статичні і динамічні [2]. До статичних процесів УПР відносять в основному процеси планування і організації управління повітряним рухом, в яких не розглядаються або не враховуються динамічні властивості об'єктів системи УПР, зокрема таких об'єктів, як повітряні судна.

До динамічних процесів відносять, насамперед, процеси безпосереднього УПР, а також процеси організації, пов'язані з організацією траєкторій руху ПС. В обох випадках в процесі виконання завдання повітряне судно розглядається як динамічний об'єкт, стан якого в повітряному просторі і характеристики руху змінюються і можуть бути керованими. На відміну від цього, наприклад, при плануванні потоків повітряного руху вихідні дані про розташування повітряних трас і аеродромів, стан технічних засобів забезпечення польотів, метеоумови і т.п. вважаються статичними, тобто не враховуються їх можливі зміни. З точки зору оптимізації, відмінність між статичними і динамічними процесами полягає в наступному: при оптимізації статичних процесів слід знайти один оптимальний розв'язок – вектор X^* ; при оптимізації динамічних процесів необхідно знайти послідовність оптимальних розв'язків X_1^* , X_2^* , X_3^* для одного стану динамічного об'єкта, другого, третього і т.д., тим самим знайти оптимальну траєкторію руху об'єкта з початкового в кінцевий бажаний стан.

При оптимізації статичних процесів використовуються моделі задач математичного програмування. Найбільш відомою є задача лінійного програмування (ЗЛП), в якій всі функції лінійні:

$$\begin{aligned} f(X) &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min (\max) \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \dots + a_{1n}x_n &\leq (\geq)b_1 \\ &\vdots \\ a_mx_1 + a_mx_2 + a_mx_3 + a_mx_4 + \dots + a_m x_n &\leq (\geq)b_m. \end{aligned}$$

Тут m – кількість обмежень, в кожному обмеженні може стояти знак рівності, тоді це рівняння-обмеження, або знак нерівності, тоді це нерівність-обмеження; коефіцієнти c_i , b_i, a_{ij} – деякі константи, що характеризують умови, для яких здійснюється пошук оптимальних розв'язків.

Існує універсальний спосіб розв'язання задач лінійного програмування, так званий симплекс-метод. Симплекс-метод є основним в лінійному програмуванні. Розв'язання задачі починається з розгляду однієї з вершин багатогранника (області допустимих розв'язків). Якщо

досліджувана вершина не відповідає максимуму (мінімуму), то переходять до сусідньої, збільшуючи значення функції мети при розв'язанні задачі на максимум і зменшуючи при розв'язанні задачі на мінімум. Таким чином, перехід від однієї вершини до іншої покращує значення функції мети. Так як число вершин багатогранника обмежено, то за кінцеве число кроків гарантується знаходження оптимального значення або встановлення того факту, що задача не має розв'язків. Схема симплекс-методу демонструє його алгоритмічний характер, що дозволяє успішно програмувати і реалізувати цей метод на ЕОМ.

Розглянемо задачу оптимального перевезення пасажирів між двома населеними пунктами. Авіакомпанії потрібно організувати регулярні перевезення пасажирів між двома містами. У розпорядженні авіакомпанії є два типи ПС. Відомі такі характеристики: c_1, c_2 – пасажіроємність першого і другого типів; a_1, a_2 – середні витрати палива одного і другого типу ПС на політ між двома містами; b_1 – паливні ресурси в авіакомпанії; b_2 – кількість наявних ПС першого типу; b_3 – кількість наявних ПС другого типу. Задача оптимізації полягає в наступному. Необхідно так обрати кількість ПС за типами при плануванні рейсів, щоб кількість перевезених пасажирів була максимальною, при обмежених запасах палива і кількості ПС за типами. Для формального запису задачі введемо змінні: x_1 – кількість ПС першого типу, x_2 – кількість ПС другого типу. Тоді задача запишеться наступним чином:

$$c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max,$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1,$$

$$x_1 \leq b_2, x_2 \leq b_3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Для розв'язання цієї задачі, за допомогою пакету прикладних програм MATLAB [3], було розроблено програму пошуку оптимального значення даної функції $c_1x_1 + c_2x_2$ та графічний інтерфейс для більш зручного користування.

Оптимізація до

☐ Min ☒ Max

Пасажиromісткість

	x1	x2	x3	x4	x5
	120	150			

Середні затрати пального

	x1	x2	x3	x4	x5
	7.8	9.7			

Кількість літаків 1-го типу

	x1	x2	x3	x4	x5
	1	0			

Кількість літаків 2-го типу

	x1	x2	x3	x4	x5
	0	1			

Ресурси

150 (T)
15
7

Обмеження

	x1	x2	x3	x4	x5
	0	0			
	15	7			

Відповідь

10.5256 x1+ 7 x2+ 0 x3+ 0 x4+ 0 x5= 2313.08

Обчислити

Рис. 1 – Загальний вигляд програми

В панелі «Пасажиromісткість» запишемо кількість місць в літаках першого та другого типу: $c_1 = 150$, $c_2 = 250$.

Пасажиromісткість

	x1	x2	x3	x4	x5
	120	150			

Рис. 2 – Панель «Цільова функція»

В панелі «Оптимізувати до» вибираємо згідно нашої математичної моделі значення *max*.

Оптимізація до

☐ Min ☒ Max

Рис. 3 – Панель «Оптимізувати до»

Задаємо значення у панелі «Ресурси»: b_1, b_2, b_3 – паливні ресурси в авіакомпанії, кількість наявних ПС першого типу та кількість наявних ПС другого типу відповідно.

Далі в блоці «Обмеження цільової функції» задаємо значення параметрів a_{11}, a_{12} – середні витрати палива першого і другого типу ПС на політ між двома містами, у випадку $x_1 \leq b_2, x_2 \leq b_3$ у відповідних полях задаємо значення (1 0) і (0 1) відповідно.

	x1	x2	x3	x4	x5
Середні затрати пального	7.8	9.7			
Кількість літаків 1-го типу	1	0			
Кількість літаків 2-го типу	0	1			

Ресурси

150 (Т)

15

7

Рис. 4 – Панель «Ресурси»

В панелі «Обмеження» у першому рядку задаємо мінімально допустиме значення або пишемо 0 для виконання умови невід’ємності, у другому рядку пишемо максимально допустиме значення цільової функції. Оскільки у даному випадку маємо дві невідомі величини, то пишемо (0 0) і (15 7).

	x1	x2	x3	x4	x5
0	0				
15	7				

Рис. 5 – Панель «Обмеження»

Після заповнення даних блоків натискаємо на кнопку «Обчислити», в результаті на панелі «Відповідь» з’явиться оптимальний план перевезення пасажирів.

Обчислити

Рис. 6 – Кнопка «Обчислити»

Відповідь										
10.5256	x1+	7	x2+	0	x3+	0	x4+	0	x5=	2313.08

Рис. 7 – Панель «Відповідь»

Очевидно, що при даних початкових умовах компанія може організувати перевезення 2313 пасажирів.

Взагалі розроблена програма пошуку оптимальної кількості перевезених пасажирів може розрахувати максимальну кількість пасажирів для п'яти типів повітряних суден з різною пасажиромісткістю. При аналізі результатів можна зробити висновок, яку кількість літаків певного типу слід випускати в рейс авіакомпанії, щоб досягти максимальної кількості перевезених пасажирів.

Перелік посилань:

1. Глухих И.Н. Основы теории УВД: учебно-метод. пособие. В 2-ч. Ч. 2 – Ульяновск: УВАУ ГА, 1999. – 26с.
2. Харченко В.П. Обслуговування повітряного руху на цивільних аеродромах України: навч. посіб. / В.П. Харченко, Г.Ф. Аргунов, О.Є. Луппо. – К.: НАУ, 2013. – 244 с.
3. Иглин С.П. Математические расчёты на базе MATLAB / С.П. Иглин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 640 с.