

Е. М. НЕМЦЕВ
Державний вищий навчальний заклад
«Донецький національний технічний університет»
eduard.niemtsev@donntu.edu.ua

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛІЗУ РЕЖИМІВ РОБОТИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ПРИ СИМЕТРИЧНІЙ І НЕСИМЕТРИЧНІЙ НАПРУЗІ ЖИВЛЕННЯ

У статті розглядається алгоритм створення математичної моделі асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором з метою визначення режимів його роботи та діагностування. При складанні моделі було здійснено аналіз режимів роботи асинхронного двигуна при симетричних і несиметричних напругах. Розроблена математична модель містить повну систему диференціальних рівнянь у фазних координатах для асинхронного двигуна з визначеним числом фаз ротора. Отримана модель дає можливість продовжити роботу з моделювання машин асинхронного типу та аналітичного визначення параметрів, що описують його роботу.

Асинхронний двигун, діагностика, симетрія, асиметрія, математична модель, перехідні процеси, стаціонарні процеси, комутація, опір обмотки, магнітне поле, напруга, струм, потокозчеплення, кутова швидкість обертання.

Асинхронний двигун з короткозамкнутим ротором є одним з найпоширеніших двигунів у приводах технологічного обладнання енергоємних виробництв.

Несправності асинхронних двигунів викликаються, насамперед, причинами їх експлуатації: часті важко навантажені пуски, нестабільність значень напруги – її асиметрія або відхилення від номінальних значень. Виникаючі несправності можуть викликати аварійні стани і як наслідок порушення протікання технологічних процесів та виходу з ладу виконавчих органів технологічних об'єктів.

Питанням аналізу перехідних процесів та визначення несправностей асинхронних двигунів присвячена значна кількість наукових робіт відомих учених: Соколова М.М., Сивокобиленка В. Ф., Костенка М.П., Сиромятникова І.А. та інших. При експлуатації несправних електродвигунів можуть виникати аварійні ситуації та порушуватися хід технологічних процесів [1–3].

Стаціонарні і перехідні режими в асинхронному двигуні з короткозамкненим ротором при симетрії обмоток або асиметрії живлячої напруги досліджені досить повно [4]. У меншому ступені досліджені процеси асиметрії роторів [5].

Своєчасна діагностика стану асинхронних двигунів є досить актуальною задачею. Для цього необхідно здійснити теоретичні та натурні дослідження. Основні проблеми, що виникають при вирішенні цієї актуальної задачі полягають у відсутності спеціальних інформаційних параметрів та ознак діагностичних параметрів, що характеризують зміну технологічного стану при виникненні несправностей, завдяки яким можна було б створити методи та засоби діагностики асинхронних машин. У теоретичному напрямку цікавим є створення математичних моделей асинхронних двигунів і визначення за допомогою цих моделей закономірностей протікання процесів у асинхронному двигуні. Математичні моделі дозволяють дослідити перехідні і стаціонарні процеси при симетричних або несиметричних напругах джерела та симетричних або несиметричних станах обмоток статора і ротора [6].

Для складання моделі, що дає опис електромеханічних процесів у асинхронному двигуні в перехідних режимах, необхідно скласти рівняння рівноваги електричних і механічних процесів при перетворенні електромагнітної енергії у механічну. Математична модель дозволяє робити певні спрощення або припущення: не враховуються втрати у сталі, фазні обмотки мають однаковий опір і є симетричними, повітряний зазор між статором і ротором рівномірний по всьому колу, магнітне поле є рівномірним і розподілене синусоїдально, насичення магнітопроводу не враховується.

Для точного опису процесів, що протікають у асинхронному двигуні при перехідних режимах, найбільш раціональним є складання багатоконтурних схем заміщення, у яких ротор представлено у вигляді RL-ланок, а їхні параметри залишаються постійними і не залежать від частоти струму (рис. 1) [7].

Для складання математичної моделі асинхронного двигуна з короткозамкнутим ротором потрібно для кожного зі стрижнів у роторі зі своїми параметрами опору записати рівняння рівноваги напруги. Згідно цих міркувань, диференціальні рівняння ланцюгів, складені для системи координат, що обертається з кутовою швидкістю ω_k , можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} R_S \bar{i}_S + p \bar{\psi}_S + j \omega_k \bar{\psi}_S = \bar{U}_{\text{дв}} \\ R_{r1}^{(n)} \bar{i}_{r1}^{(n)} + p \bar{\psi}_1^{(n)} + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_1^{(n)} = 0 \\ R_{r2}^{(n)} \bar{i}_{r2}^{(n)} + p \bar{\psi}_2^{(n)} + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_2^{(n)} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де R_S – активний опір статорної обмотки,

$\bar{i}_S$ – вектор струму обмотки статора,

p – число пар полюсів,

$\bar{\psi}_S$ – потокозчеплення,

$p \bar{\psi}_S$ – похідна від вектора потокозчеплення обмоток статора,

$\bar{U}_{\text{дв}}$ – вектор напруги на статорі,

$R_{r1}^{(n)}$ – активні опори контурів ротора,

$\bar{i}_{r1}^{(n)}$ – вектори струму в контурах ротора,

$p \bar{\psi}_1^{(n)}$ – похідна від векторів потокозчеплень роторних контурів,

ω – кутова швидкість обертання ротора,

n – число короткозамкнених стрижнів ротора.

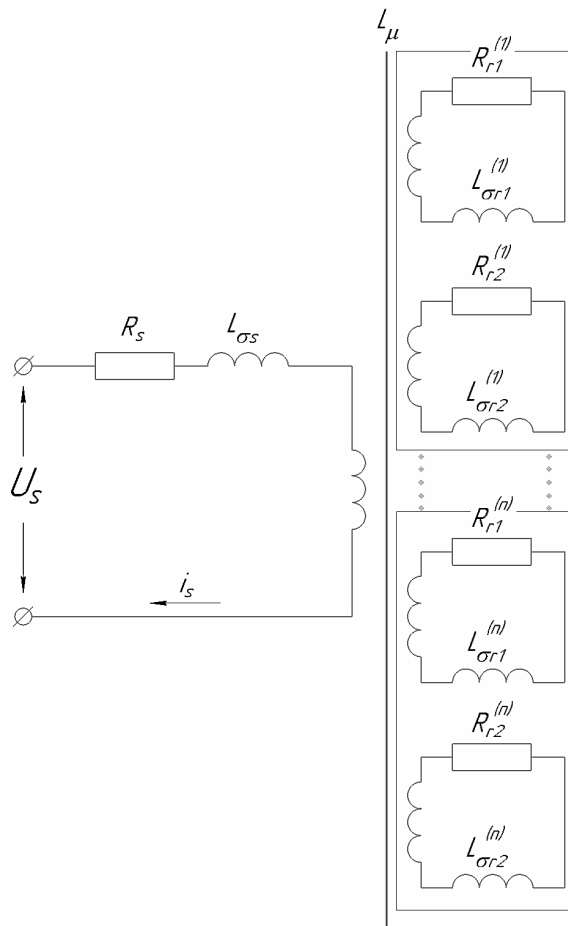


Рисунок 1 – Схема заміщення асинхронного двигуна з короткозамкнутим ротором

Потокозчеплення статора і ротора та гілки намагнічування можна представити у вигляді:

$$\begin{cases} \bar{\psi}_S = L_{\sigma S} \bar{i}_S + \bar{\psi}_\mu \\ \bar{\psi}_{r1}^{(n)} = L_{\sigma r1}^{(n)} \bar{i}_{r1}^{(n)} + \bar{\psi}_\mu \\ \bar{\psi}_{r2}^{(n)} = L_{\sigma r2}^{(n)} \bar{i}_{r2}^{(n)} + \bar{\psi}_\mu \end{cases} \quad (2)$$

З виразу (2) можна отримати значення струмів:

$$\begin{cases} \bar{i}_S = \frac{\bar{\psi}_S}{L_{\sigma S}} - \frac{\bar{\psi}_\mu}{L_{\sigma S}} \\ \bar{i}_{r1}^{(n)} = \frac{\bar{\psi}_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}} - \frac{\bar{\psi}_\mu^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}} \\ \bar{i}_{r2}^{(n)} = \frac{\bar{\psi}_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}} - \frac{\bar{\psi}_\mu^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}} \end{cases} \quad (3)$$

$$\bar{i}_\mu = \bar{i}_S + \sum_{i=1}^n \bar{i}_{r1}^{(i)} + \sum_{i=1}^n \bar{i}_{r2}^{(i)}$$

Розв'язуючи спільно рівняння (2) і (3) відносно $\bar{\psi}_\mu$ отримаємо:

$$\bar{\psi}_\mu = \frac{1}{m} \left[\frac{\bar{\psi}_S}{L_{\sigma S}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r1}^{(i)}}{L_{\sigma r1}^{(i)}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r2}^{(i)}}{L_{\sigma r2}^{(i)}} \right] \quad (4)$$

$$m = \frac{1}{L_\mu} + \frac{1}{L_{\sigma S}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_{\sigma r1}^{(i)}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_{\sigma r2}^{(i)}} \quad (5)$$

Диференційні рівняння статора і ротора асинхронного двигуна можна отримати розглядаючи одночасно рівняння (1) і (4):

$$\begin{cases} p\bar{\psi}_S = \bar{U}_{дв} - \frac{R_S}{L_{\sigma S}}\bar{\psi}_S + \frac{R_S}{L_{\sigma S}}\bar{\psi}_\mu - j\omega_k\bar{\psi}_S \\ p\bar{\psi}_{r1}^{(n)} = -\frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_{r1}^{(n)} + \frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_\mu + j(\omega_k - \omega)\bar{\psi}_{r1}^{(n)} \\ p\bar{\psi}_{r2}^{(n)} = -\frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_{r2}^{(n)} + \frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_\mu + j(\omega_k - \omega)\bar{\psi}_{r2}^{(n)} \end{cases} \quad (6)$$

Рівняння обертання ротора має вигляд:

$$p\omega = \frac{1}{J}(M_e - M_o) \quad (7)$$

де M_e – електромагнітний обертальний момент:

$$M_e = \frac{3}{2}\bar{\psi}_S \times \bar{i}_S \quad (8)$$

M_o – момент опору на роторі двигуна,

J – сумарний момент інерції приводу,

$$p\gamma = \omega \quad (9)$$

де γ – кут повороту координатних осей.

Отримана математична модель, що визначається формулами (6) – (9) може бути використана для аналізу симетричних режимів роботи асинхронного двигуна за відсутності пошкоджень у роторних ланцюгах та симетричній напрузі живлячої мережі (рис. 2) [8].

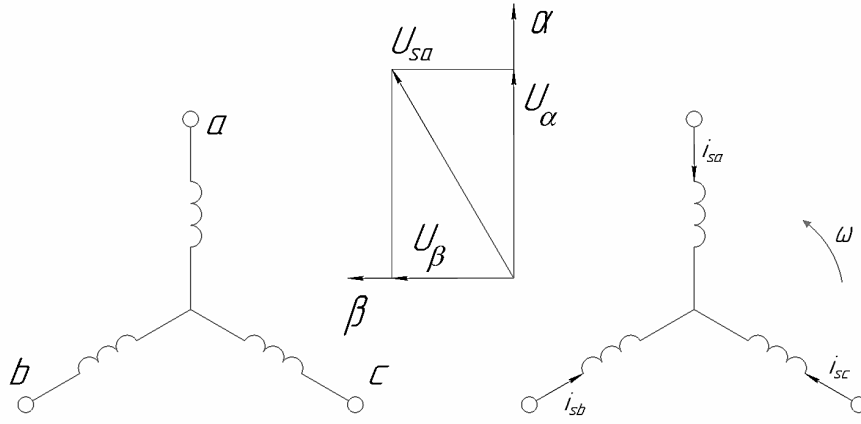


Рисунок 2 – Розкладання результуючого вектору напруги на складові α і β

У разі, коли виникають пошкодження в обмотках статора чи ротора або до двигуна підведені несиметричні фазні напруги, в асинхронних двигунах виникають несиметричні струми. І знову ж таки для діагностики таких режимів доцільним є складання математичної моделі.

Результуючий вектор трифазної напруги живлячої мережі можна розкласти на дійсну і уявну складові у прямокутних координатах:

$$U_{\alpha} = \text{Re}(\bar{U}_{\text{дв}}), U_{\beta} = \text{Im}(\bar{U}_{\text{дв}}) \quad (10)$$

$$\bar{U}_{\text{дв}} = U_{\alpha} + j U_{\beta} \quad (11)$$

З іншого боку, для систем координат, що обертається, можна записати:

$$\bar{U}_{\text{дв}} = \bar{U}_S = U_{\alpha} + j U_{\beta} = \frac{2}{3}(U_a + aU_b + a^2U_c) \quad (12)$$

де

$$a = e^{j \cdot 120^\circ}, \quad a^2 = e^{j \cdot 240^\circ} \quad (13)$$

$$\begin{cases} U_a = U_{ma} \cos(\omega t + \varphi_a) \\ U_b = U_{mb} \cos(\omega t + \varphi_b) \\ U_c = U_{mc} \cos(\omega t + \varphi_c) \end{cases} \quad (14)$$

де $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ – початкові фази відповідної напруги.

$$\begin{cases} U_{\alpha} = \text{Re}(\bar{U}_S) = \frac{2}{3} \left(U_a - \frac{U_b - U_c}{2} \right) \\ U_{\beta} = \text{Im}(\bar{U}_S) = \frac{1}{\sqrt{3}} (U_b - U_c) \end{cases} \quad (15)$$

За умови, коли

$$U_a + U_b + U_c = 0 \quad (16)$$

Маємо наступні залежності:

$$\begin{cases} U_{\alpha} = U_a \\ U_{\beta} = \frac{U_b - U_c}{\sqrt{3}} \\ U_0 = \frac{1}{3}(U_a + U_b + U_c) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Складові напруги по осям α і β пов'язані із симетричними складовими напруги прямої (U_1), зворотної (U_2) і нульової послідовності (U_0):

$$\begin{cases} U_\alpha = U_1 - U_2 \\ U_\beta = \frac{1}{j}(U_1 - U_2) \end{cases} \quad (18)$$

або

$$\begin{cases} U_1 = \frac{U_\alpha + jU_\beta}{2} \\ U_2 = \frac{U_\alpha - jU_\beta}{2} \end{cases} \quad (19)$$

З урахуванням співвідношень (11) – (19), а також диференційних рівнянь (6), що записані для нерухомих відносно осей α і β , можна отримати математичну модель для аналізу перехідних процесів у асинхронному двигуні при несиметричних фазних напругах живлячої мережі за умови тих припущень, що були визначені вище. На додаток слід зазначити, що по обмоткам статора не протікають струми нульової послідовності через те, що нейтралі цих обмоток не заземлюються.

У разі, коли фазні напруги несиметричні, тобто коли вони мають різні амплітуди і свою початкову фазу, але при цьому сума їх миттєвих значень дорівнює нулю, можна записати:

$$\begin{cases} U_a = U_{amax} \cos(\omega t + \varphi_a) \\ U_b = U_{bmax} \cos(\omega t + \varphi_b) \\ U_c = U_{cmax} \cos(\omega t + \varphi_c) \\ U_a + U_b + U_c = 0 \end{cases} \quad (20)$$

У осях α і β дані вирази набудуть вигляду:

$$\begin{cases} U_\alpha = U_{amax} \cos(\omega t + \varphi_a) \\ U_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(U_{bmax} \cos(\omega t + \varphi_b) - U_{cmax} \cos(\omega t + \varphi_c)) \end{cases} \quad (21)$$

Беручи до уваги попередні висновки з урахуванням залежностей (20) і (21) отримаємо диференційні рівняння асинхронного двигуна з короткозамкнутим ротором в осях α і β при $\omega_k = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} p\bar{\psi}_{s\alpha} = \bar{U}_\alpha - \frac{R_s}{L_{\sigma s}}\bar{\psi}_{s\alpha} + \frac{R_s}{L_{\sigma s}}\bar{\psi}_{\mu\alpha} \\ p\bar{\psi}_{s\beta} = \bar{U}_\beta - \frac{R_s}{L_{\sigma s}}\bar{\psi}_{s\beta} + \frac{R_s}{L_{\sigma s}}\bar{\psi}_{\mu\beta} \\ p\bar{\psi}_{r1\alpha}^{(n)} = -\frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_{r1\alpha}^{(n)} + \frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_{\mu\alpha} - \omega\bar{\psi}_{r1\alpha}^{(n)} \\ p\bar{\psi}_{r1\beta}^{(n)} = -\frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_{r1\beta}^{(n)} + \frac{R_{r1}^{(n)}}{L_{\sigma r1}^{(n)}}\bar{\psi}_{\mu\beta} - \omega\bar{\psi}_{r1\beta}^{(n)} \\ p\bar{\psi}_{r2\alpha}^{(n)} = -\frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_{r2\alpha}^{(n)} + \frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_{\mu\alpha} - \omega\bar{\psi}_{r2\alpha}^{(n)} \\ p\bar{\psi}_{r2\beta}^{(n)} = -\frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_{r2\beta}^{(n)} + \frac{R_{r2}^{(n)}}{L_{\sigma r2}^{(n)}}\bar{\psi}_{\mu\beta} - \omega\bar{\psi}_{r2\beta}^{(n)} \\ p\omega = \frac{1}{J}(M_e - M_o) \\ M_e = \frac{1}{L_{\sigma s}}(\bar{\psi}_{s\beta}\bar{\psi}_{\mu\alpha} - \bar{\psi}_{s\alpha}\bar{\psi}_{\mu\beta}) \\ \bar{\psi}_{\mu\alpha} = \frac{1}{m}\left[\frac{\bar{\psi}_{s\alpha}}{L_{\sigma s}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r1\alpha}^{(i)}}{L_{\sigma r1}^{(i)}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r2\alpha}^{(i)}}{L_{\sigma r2}^{(i)}}\right] \\ \bar{\psi}_{\mu\beta} = \frac{1}{m}\left[\frac{\bar{\psi}_{s\beta}}{L_{\sigma s}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r1\beta}^{(i)}}{L_{\sigma r1}^{(i)}} + \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\psi}_{r2\beta}^{(i)}}{L_{\sigma r2}^{(i)}}\right] \end{array} \right. \quad (22)$$

Дані диференційні рівняння (22) дозволяють досліджувати особливості перехідних процесів у асинхронному

двигуні при наявній несиметрії напруги живлячої мережі при наявності напруг прямої і зворотної послідовності, заданому законі зміни живлячої мережі та відомих значеннях параметрів обмоток статора і ротора. Дана математична модель може стати основою для розробки та оцінки ефективності різноманітних способів діагностики роботи асинхронних двигунів.

У даній статті були розроблені математичні моделі для розрахунку миттєвих значень струмів і напруг при стаціонарних, симетричних і несиметричних перехідних режимах роботи асинхронних двигунів. Додатково була розроблена математична модель на основі повних диференціальних рівнянь статора і ротора, записаних у нерухомих відносно статора осях, які дозволяють виконати аналіз несиметричних перехідних режимів роботи, що викликано несиметрією напруги живлячої мережі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.
2. Горев А. А. Переходные процессы синхронной машины / Отв. Ред. М. П. Левинштейн, А. А. Суханов. Л.: Наука. Ленинград, отд-ние, 1985. – 502с.
3. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов по спец. «Электрич. машины». М.: Высшая школа, 1987.-248 с.
4. Сивокобыленко В.Ф., Нехме Х.А. Модифицированный метод численного интегрирования уравнений Парка-Горева. Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981 г. №6, с. 53–60.
5. Соколов М.М. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе. – М.: Энергия, 1977 г.
6. Сивокобыленко В.Ф., Гармаш В.С. Математическая модель глубоководной асинхронной машины для исследования переходных процессов. – Донецк, 1980 г. – 48 с.
7. Беспалов В. Я., Мощинский Ю. А., Петров А. П. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат // Электричество. 2002. – № 8. – с. 33–39.
8. Важнов А. И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980. – 256 с.

REFERENCES

1. Syromyatnikov I.A. Operating modes of asynchronous and synchronous motors. – M.: Energoatomizdat, 1984. – 240 p.
2. Gorev A. A. Transients of a synchronous machine / Otv. Ed. M.P. Levinstein, A.A. Sukhanov. L.: Science. Leningrad, Department, 1985. – 502s.
3. Kopylov I. P. Mathematical modeling of electrical machines: Textbook. for universities for special. «Electric. cars». M.: Higher school, 1987. – 248 p.
4. Sivokobylenko V.F., Nekhme H.A. Modified method for the numerical integration of Park-Gorev equations. Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Energy and transport, 1981, №6, p. 53–60.
5. Sokolov M.M. Electromagnetic transients in an asynchronous electric drive. – M.: Energy, 1977
6. Sivokobylenko V.F., Garmash V.S. Mathematical model of a deep-groove asynchronous machine for the study of transients. – Donetsk, 1980 – 48 p.
7. Bepalov V. Ya., Moshchinsky Yu. A., Petrov A. P. A mathematical model of an induction motor in a generalized orthogonal coordinate system // Electricity. 2002. – №8. – p. 33–39.
8. Vazhnov A. I. Transient processes in AC machines. – L.: Energy, 1980. – 256 p.

Надійшла до редколегії

Рецензент: д.т.н. Семенченко А.К.

E. NIEMTSEV

State Institution of Higher Education «Donetsk National Technical University»

Mathematical model for analysis of operating modes of asynchronous motor symmetric and asymmetric supply voltage. The article deals with the algorithm of creating a mathematical model of an induction motor with a short-circuited rotor in order to determine its modes of operation and diagnosis. When assembling the model, the modes of operation of the induction motor at symmetric and asymmetric voltages were analyzed. The mathematical model developed contains a complete system of differential equations in phase coordinates for an asynchronous motor with a determined number of rotor phases. The obtained model makes it possible to continue the work on modeling machines of asynchronous type and analytically determine the parameters that describe its operation.

Key words: *Asynchronous motor, diagnostics, symmetry, asymmetry, mathematical model, transients, stationary processes, commutation, winding resistance, magnetic field, voltage, current, coupling, angular rotation speed.*