

УДК 519.2

## Оптимизация алгоритмов скользящего усреднения без задержки

А.В. Смирнов, А.С. Ляшко  
Донецкий национальный технический университет  
smirnov\_dntu@ukr.net

### Abstract

*Smirnov A.V., Lyashko A.S. Optimization Algorithms of the Moving Averaging without Interruption. The paper studies the original algorithms of SMA and ZPMA moving averaging, which provide the averaging of time series without interruption. Here we found optimal values of time windows of analysis on the basis of multicriteria approach. The comparative analysis of SMA, ZPMA and EMA use in the computer trade system in FOREX market was carried out.*

### Введение

Вступление Украины в международную торговую организацию активизирует экспортно-импортные операции. Современная мировая торговля осуществляется посредством специализированных биржевых рынков. В этой связи очень важно развивать теорию и практику биржевого дела, разрабатывать современные биржевые компьютерные торговые системы (КТС) на основе новейших компьютерных технологий, улучшать качество старых технических индикаторов и предлагать новые. К сожалению, так сложилось исторически, в СССР и в постсоветских странах, включая Украину, этим вопросам до сих пор не уделяется достаточного внимания. Это, в свою очередь, приводит к низкой эффективности наших биржевых операций. Пресловутое «организационное управление», которое широко используется в управлении современными экономическими системами, совершенно не подходит для биржевой деятельности на современном этапе.

### Историческая справка

Скользящее усреднение широко используется для выделения трендов нестационарных одномерных временных рядов [1-3]. В этих источниках отмечаются серьезные недостатки скользящего усреднения:

- запаздывание результатов скользящего усреднения на величину  $M/2$ , где  $M$  – величина временного окна анализа;
- значительная колеблемость (дисперсия) выделяемых трендов;
- при выделении существенно нелинейных трендов наблюдается их линеаризация (эффект смещения оценок).

Алгоритмы скользящего усреднения представляют собой простейшие и весьма неэффективные фильтры низких частот. Теория

фильтрации достаточно хорошо развита. Однако скользящее усреднение недопустимо отстает и не использует достижения этой теории. Брум в [4] предложил для линеаризации фазово-частотной характеристики фильтров суммировать результаты фильтрации в прямом и в обратном направлениях. Его исследования положили начало так называемых «фильтров с нулевой фазой» [5]. Эти фильтры позволяют получить нулевую задержку выходной реализации относительно временного ряда. Оригинальный алгоритм скользящего усреднения на базе использования исследований [4,5] был предложен в [6,7]. В [8] найдены сравнительные оценки уменьшения дисперсии выделяемых трендов с помощью предложенных алгоритмов. Вопросы оптимизации параметров синтетических скользящих средних (SMA) в [6,7] не исследованы, кроме того SMA сложны в реализации из-за большой алгоритмической избыточности.

### Постановка задачи

Целью данных исследований является оптимизация величины временного окна анализа  $M$  для SMA, рассмотрение физических причин, вызывающих ее необходимость. Кроме того, ставится дополнительная цель – существенное упрощение алгоритмов SMA и сравнение между собой этих алгоритмов.

### Необходимость оптимизации

Усреднение реализации временного ряда «назад – вперед» с помощью SMA осуществляется во временном окне анализа  $M=4$  [6,7]. Выбор величины окна в этих работах был сделан произвольно без должного анализа. Следует отметить, что усреднение реализации в противоположных направлениях – физически не реализуемый процесс. Однако магнитофон или компьютер позволяют его реализовать на практике в нереальном масштабе времени. Это, естественно, накладывает свои ограничения на

скорость оперативного управления. Если исследуемая реализация имеет конечную длину (т.е. начинается и заканчивается нулевыми уровнями), то в этом случае не нарушается связь между причиной и следствием (причинно-следственная связь). Однако при усреднении SMA реальных временных рядов эта связь нарушается. Использование прямоугольного окна анализа  $M$  в такой ситуации вызывает существенные переходные процессы в его начале и в конце.

При использовании фильтров с нулевой фазой [5] величина времени переходных процессов в начале и в конце временного окна примерно равна:

$$L \approx (4...5) \cdot k, \quad (1)$$

где  $L$  – количество отсчетов временного ряда в начале и в конце временного окна, соответствующих переходному процессу;  $k$  – порядок фильтра.

Поскольку в SMA используется алгоритм экспоненциального скользящего усреднения (EMA) и  $k=1$ , то для устранения вредного влияния переходных процессов, согласно (1), необходимо использовать  $M \geq 15$ . При этом следует отбрасывать первые и последние  $L=5$  отсчетов. При оперативном управлении это недопустимо, т.к. управляющий сигнал будет отставать от реального времени. В [6,7] эта задача решена путем многократного усреднения переходных процессов и, тем самым, частичного устранения их вредного

влияния на управляемую экономическую систему.

### Результаты оптимизации SMA

К сожалению, строгое математическое решение поставленной в работе задачи получить не удалось из-за непреодолимых математических трудностей. Оптимальное значение  $M_{\text{опт}}$  нами было найдено косвенным путем на основе использования многокритериальной оптимизации. Для этого имитировалась работа КТС на рынке FOREX. Использовалась валютная пара EUR/USD за период с 01.06.2005 по 01.01.2008. Торговые сигналы покупки и продажи формировались по алгоритму:

$$\begin{cases} \text{buy}_{i+1}, \text{ если } SMA_i = C_i \text{ и } SMA_{i+1} < C_{i+1} \\ \text{sell}_{i+1}, \text{ если } SMA_i = C_i \text{ и } SMA_{i+1} > C_{i+1} \end{cases}, \quad (2)$$

где buy, sell – торговые сигналы соответственно покупки и продажи;  $SMA_i$  – значение синтетической скользящей средней на  $i$ -ом баре;  $C_i$  – значение цены закрытия на  $i$ -ом баре.

Алгоритм формирования SMA, который использовался в [6,7] приведен в таблице 1.

Таблица 1. Алгоритм формирования SMA

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
I	$Q_4 = Q_3 + \alpha(C_1 - Q_3)$	$Q_3 = Q_2 + \alpha(C_2 - Q_2)$	$Q_2 = Q_1 + \alpha(C_3 - Q_1)$	$Q_1 = C_4$
II	$Q_5 = Q_4$	$Q_6 = Q_5 + \alpha(Q_3 - Q_5)$	$Q_7 = Q_6 + \alpha(Q_2 - Q_6)$	$Q_8 = Q_7 + \alpha(Q_1 - Q_7)$
$M$				

В таблице 1 схематично изображено формирование SMA при  $M=4$ . Величина  $\alpha = 2/(m'+1) = 0.667$  независимо от величины эквивалентного усреднения, т.е.  $m' = 2$  всегда. Это сделано для того, чтобы при выделении существенно нелинейных трендов в меньшей степени сказывался эффект усреднения.  $SMA_4$  – первый отсчет продукта усреднения и  $m_{\text{экр}}=4$ . Таким образом,  $m_{\text{экр}}$  в SMA равно удвоенному числу проходов в разных направлениях, которые должны быть всегда парными. Отсюда  $m_{\text{экр}}$  может быть равно 4, 8, 12, 16, 20 и т.д.

Заметим, что величина  $M$  не влияет на величину  $m_{\text{экр}}$ .

Для формирования сигналов выходов КТС (закрытия позиций) использовались оптимизированные счетчики  $N_{\text{опт}}$ . Величина  $N_{\text{опт}}$  за отчетный период позволяет реализовать КТС с максимальной средней доходностью.

Начальный капитал в данной КТС и во всех последующих, полностью используемый для формирования открытых позиций, составлял 100 тысяч долларов США. При проведении эксперимента оптимизировались величины  $M$ ,  $m_{\text{экр}}$ ,  $N$  по максимуму (минимуму) СКО доходности ( $\sigma_D$ ), профит-фактора (PF),

средней доходности ( $D_{cp}$ ) и коэффициента Шарпа (Кш). При расчете Кш использовалось значение  $r=4\%$  годовых. В таблице 2 приведены

данные эксперимента КТС на основе использования SMA.

Таблица 2. Результаты эксперимента КТС с SMA

Показатели М	$D_{cp}$ , USD	$\sigma_D$ , USD	Кш	PF	$m_{эkv}$	кол-во приб. сделок	кол-во убыт. сделок	$N_{opt}$
4	117388	1525	4,84	1,57	24	33	26	11
6	132455	2476	9,07	2,38	20	25	19	15
8	122281	2263	5,43	1,83	16	26	18	15
10	122281	2294	5,35	1,83	16	26	18	15
12	132296	2369	9,41	2,41	16	26	17	15

На рисунке 1а представлены нормированные значения  $D_{cpH}$ ,  $\sigma_{DH}$ ,  $K_{шH}$  и  $PF_H$  от величины  $M$ . Здесь же приведен график нормированного числа элементарных операций (сложение, вычитание, умножение, деление и присвоение) для алгоритмов формирования SMA  $L_H$  от  $M$ .

Анализ рисунка 1а, основанный на многокритериальной оптимизации величины  $M$ , показывает, что  $K_{шH}$  имеет локальный максимум при  $M=6$ . Аналогичные локальные максимумы имеются при  $M=6$  у  $PF_H$  и  $D_{cpH}$ . Поскольку  $L_H$  неограниченно возрастает с ростом  $M$ , то  $M_{opt}=6$ . Данный многокритериальный подход оптимизации максимизирует величины положительных экономических (технических) эффектов, приходящихся на одну элементарную вычислительную операцию.

### Упрощенный вариант SMA

К сожалению, SMA сложно формировать. Этот способ скользящего усреднения обладает большой алгоритмической избыточностью. Рассмотрим более простой алгоритм усреднения. Назовем его ZPMA (скользящее усреднение с нулевой фазой).

В таблице 3 схематично изображено формирование ZPMA при  $M=4$ . В отличие от ранее рассмотренного алгоритма SMA, величина  $a = 2/(m''+1)$  выбирается для произвольного  $m''$ . Величина  $m_{эkv} = 2m''$ . Поскольку  $m''$  не равно 2 как в случае SMA, то существенно уменьшается количество элементарных операций для реализации этого алгоритма. Скользящее усреднение ZPMA осуществляется традиционно: отбрасывается  $C_1$  и добавляется  $C_5$  при неизменной величине  $M$  и т.д.

Таблица 3. Алгоритм формирования ZPMA

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
I	← $Q_4=Q_3+a(C_1-Q_3)$	$Q_3=Q_2+a(C_2-Q_2)$	$Q_2=Q_1+a(C_3-Q_1)$	← $Q_1=C_4$
II	→ $Q_5=C_1$	$Q_6=Q_5+a(C_2-Q_5)$	$Q_7=Q_6+a(C_3-Q_6)$	→ $Q_8=Q_7+a(C_4-Q_7)$
III	→ $(Q_5+Q_4)/2$	→ $(Q_6+Q_3)/2$	→ $(Q_7+Q_2)/2$	→ $ZPMA_4 = (Q_8+Q_1)/2$
	← M →			

### Преимущества и недостатки SMA и ZPMA

Оценим качественно достоинства и недостатки этих двух новых алгоритмов скользящего усреднения. Для лаконичности сведем их в таблицу 4.

Алгоритм формирования SMA с учетом его простоты и набора положительных качеств может с успехом быть использован вместо алгоритма [9].

Таблица 4. Сравнительные характеристики SMA и ZPMA

Характер- Тип	Преимущества	Недостатки
SMA	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Минимальное (но не нулевое!) запаздывание.</li> <li>2. Низкая колеблемость выделяемых трендов.</li> <li>3. Выделяет существенно нелинейные тренды с минимальными искажениями их законов.</li> <li>4. Сглаживает переходные процессы в начале и в конце окна анализа.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Высокая алгоритмическая избыточность.</li> <li>2. Низкая скорость вычислений.</li> <li>3. Не может быть использован при вычислениях в реальном масштабе времени.</li> <li>4. Формируется с кратностью <math>m_{э\text{кв}}</math> равной 4 (4,8,12...).</li> </ol>
ZPMA	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Нулевое время запаздывания из-за полной компенсации фазовой задержки.</li> <li>2. Низкая колеблемость выделяемых трендов.</li> <li>3. Средняя алгоритмическая избыточность.</li> <li>4. Средняя скорость вычислений.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Не может быть использован при вычислениях в реальном масштабе времени.</li> <li>2. Значительные переходные процессы в начале и в конце окна анализа.</li> <li>3. При больших значениях <math>m_{э\text{кв}}</math> производится линеаризация существенно нелинейных трендов.</li> <li>4. Формируется с кратностью <math>m_{э\text{кв}}</math> равной 2 (4,6,8,10...).</li> </ol>

### Результаты оптимизации ZPMA

Нахождение  $M_{\text{опт}}$  для ZPMA производится аналогично косвенным методом путем моделирования КТС на том же самом рынке и при тех же самых условиях. При том торговые сигналы формировались по алгоритму:

$$\left. \begin{array}{l} \text{buy}_{i+1}, \text{ если } ZPMA_i = C_i \text{ и } ZPMA_{i+1} < C_{i+1} \\ \text{sell}_{i+1}, \text{ если } ZPMA_i = C_i \text{ и } ZPMA_{i+1} > C_{i+1} \end{array} \right\} \quad (3)$$

где  $ZPMA_i$  – значение скользящей средней с нулевой фазой на  $i$ -м баре.

В таблице 5 приведены результаты эксперимента КТС с ZPMA.

Таблица 5. Результаты эксперимента с КТС на основе ZPMA

Показа- тели M	$D_{\text{ср}}$ , USD	$\sigma_D$ , USD	Кш	PF	$m_{\text{э\text{кв}}}$	кол-во приб. сделок	кол-во убыт. сделок	$N_{\text{опт}}$
4	125765	2227	7,08	1,96	10	31	21	14
6	145987	2076	17,34	3,79	14	37	14	14
8	129634	2815	6,98	2,30	10	33	18	14
10	124687	1789	8,21	1,81	16	46	25	9
12	130302	1721	11,8	2,05	14	47	24	9

На рисунке 16 представлены зависимости  $D_{\text{ср}N}$ ,  $\sigma_{DN}$ ,  $K_{шN}$  и  $PF_N$  от величины  $M$ . Как и в предыдущем случае на основании

использования многокритериального подхода найдено значение  $M_{\text{опт}} = 6$ .

На рисунку 2 показан фрагмент досліджуваного ценового графіка ринку FOREX (валютна пара EUR/USD). Зде́сь же зображені управляючі торгові сигнали КТС на основі SMA і ZPMA для порівняння їх ефективності. На рисунку 2 видно ефект «розмноження» торгових сигналів покупки/продажу. Він виникає з-за шкідливого впливу перехідних процесів при формуванні ZPMA. Слід відзначити той факт, що, в разі застосування ZPMA, не видно перетинів ламаної лінії цін закриття з графіком ZPMA. Це відбувається тому, що перехідний процес ZPMA в кінці вікна аналізу  $M$  перетинає лінію цін закриття. На наступному барі формується відповідний управляючий сигнал. А після наступного скользящего усереднення крива ZPMA не «падає» на свій перехідний процес. По нашому мнению, суттєві перехідні процеси ZPMA

шкідливі, оскільки вони генерують ряд управляючих сигналів без суттєвих змін поведінки цін закриття на біржовому ринку.

Перехід від SMA до ZPMA при  $M_{opt}=6$  дозволяє підвищити швидкість (за рахунок зменшення кількості елементарних операцій) в 14,6 раз. Однак і SMA і ZPMA не можуть функціонувати в реальному масштабі часу. Це, безсумнівно, є обмеженням для ефективного управління швидкоплинними процесами.

Для порівняння КТС, використовуючих нові скользящие середні SMA і ZPMA, було проведено тестування КТС, генеруючих торгові сигнали з допомогою традиційних експоненціальних скользящих середніх (EMA). Для чистоти проведення експерименту всі умови моделювання були збережені. Результати цього експерименту зведені в таблицю 6.

Таблиця 6. Результат експерименту з КТС на основі традиційних EMA

Показатели $m_{эКВ}$	$D_{ср}$ , USD	$\sigma_D$ , USD	Кш	PF	кол-во приб. сделок	кол-во убыт. сделок	$N_{opt}$
4	123576	1695	8	3.81	24	5	16

Як видно з результатів тестування при використанні в КТС традиційної EMA, яка оптимізована за величиною  $m_{эКВ}$  і  $N_{opt}$ , ця КТС суттєво програє і КТС з SMA і КТС з ZPMA за більшістю економічних і технічних параметрів. При цьому програш відносно ZPMA за середньої

доходності становить 18,1%, по Кш – в 2,17 раз. Враховуючи високу ефективність SMA і ZPMA, в майбутньому вітчизняні і зарубіжні трейдери обов'язково перейдуть від використання традиційних скользящих середніх MA, WMA, EMA до їх застосування.

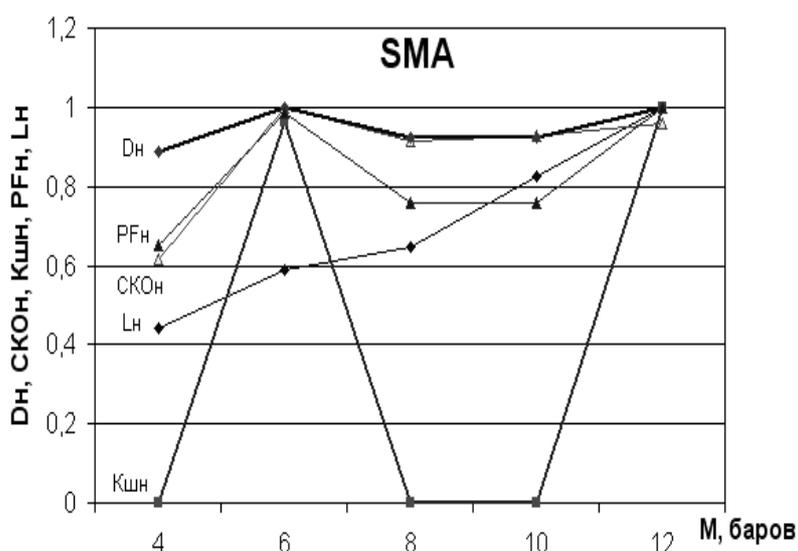


Рисунок 1а – К вопросу оптимизации  $M$  при реализации SMA

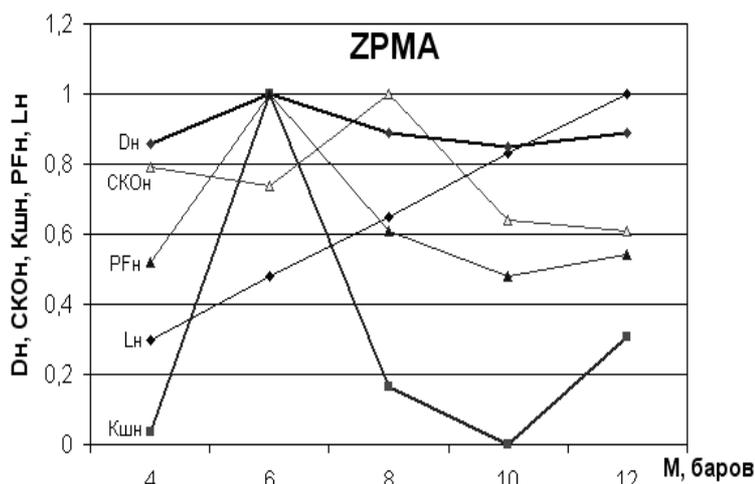


Рисунок 16 – К вопросу оптимизации M при реализации ZPMA

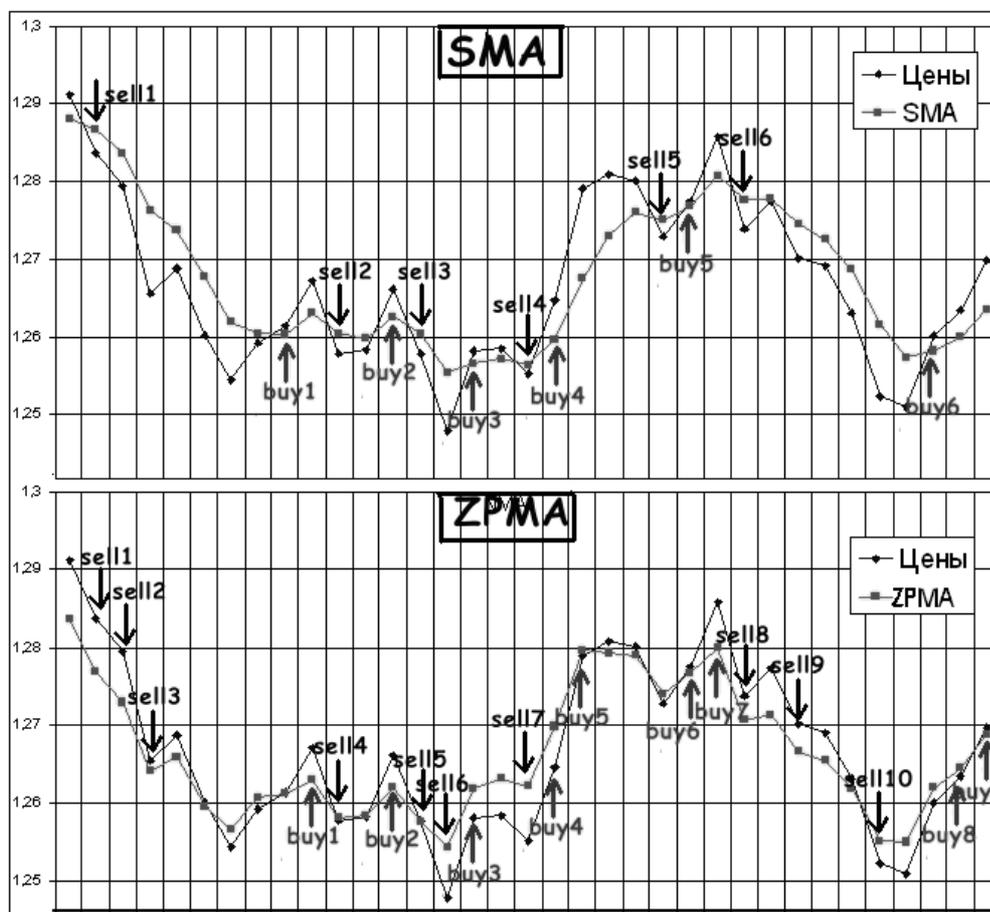


Рисунок 2 – Торговые сигналы КТС, использующих SMA и ZPMA

### Выводы

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Теория и практика применения скользящего усреднения при выявлении трендов одномерных временных рядов на современном

этапе существенно отстала от новейших достижений теории фильтрации.

2. При формировании SMA путем многократного усреднения исследуемой реализации «назад – вперед» производится минимизация фазовой задержки ее спектральных составляющих. Полной

компенсации фазовой задержки здесь не достигается из-за того, что при усреднении «назад» усредняется сама реализация, а при первом усреднении «вперед» происходит усреднение полученных продуктов усреднения. Однако этот подход при формировании SMA позволяет существенно уменьшить эффект вредных переходных процессов в начале и в конце временного окна анализа.

3. Предложенный новый тип скользящего усреднения ZPMA идеально устраняет временную задержку при усреднении, но сопровождается существенными переходными процессами. Переходные процессы «размножают» управляющие сигналы в КТС без существенных на это причин со стороны исследуемого временного ряда (ценовых графиков).

4. Косвенным образом путем тестирования КТС за достаточно продолжительное время на основании многокритериального подхода удалось оптимизировать величину временного окна анализа. Его величина для SMA и ZPMA составляет  $M_{\text{opt}}=6$ . Эта величина  $M_{\text{opt}}$  позволяет снизить влияние переходных процессов при формировании SMA и ZPMA при одновременной минимизации количества элементарных операций для их реализации. При оптимальной величине  $M_{\text{opt}}=6$  для реализации ZPMA требуется в 14,6 раз меньшее количество элементарных вычислительных операций, чем

при формировании SMA. Естественно, что при этом существенно расширяются возможности использования ZPMA для управления высокоскоростными процессами.

5. Сравнение применения традиционной ЕМА в КТС с КТС на основе SMA и ZPMA позволило рекомендовать последние трейдерам, поскольку выигрыш в доходности биржевых операций составил 18,1%, а в коэффициенте Шарпа в 2,17 раза. Сравнение традиционных и оригинальных скользящих средних было проведено за достаточно продолжительный период на рынке FOREX при равных условиях.

6. Поскольку новые скользящие средние SMA и ZPMA принципиально устраняют временные задержки между уровнями исследуемых временных рядов и их продуктами усреднения, существенно уменьшают колеблемость (дисперсию) выделяемых трендов, позволяют к тому же выделять без искажений существенно нелинейные тренды (SMA), то это дает основание прогнозировать их широкое использование не только при проведении традиционных экономических и социальных исследований, но и в оперативном управлении устройствами робототехники и в других смежных направлениях.

Подробное описание экспериментальных исследований, результаты которых приведены в данной статье, осуществлено в работе [10].

### Литература

1. Кендалл М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. Пер. с англ. – М.: Наука, 1976. – 736с.
2. Кобринский Н.Е. Информационные фильтры в экономике (Анализ одномерных временных рядов). – М.: Статистика, 1978. – 287с.
3. Афанасьев В.Н., Юзбачев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 228с.
4. Broome P.W. Discrete orthonormal sequences, Jour. ACM, April 1965, v.12, №2, pp. 151-168.
5. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов, 2-е издание, пер. с англ. – М.: Бином-Пресс, 2006. – 656с.
6. Смирнов А.В., Ревага Д.В. Синтетические скользящие средние. // Научные труды ДонНТУ. Серия: экономическая, выпуск 80. – Донецк: ДонНТУ, 2004. – с. 11-17.
7. Смирнов А., Тихонова О. Секрет совершенства индикаторов Марка Джурика раскрыт? // Валютный спекулянт. – М.: 2006, №01(75). – с.32-35
8. Смирнов А.В., Тихонова О.А. Выделение трендов с минимально возможной колеблемостью. // Научные труды ДонНТУ. Серия: информатика, кибернетика и вычислительная техника, выпуск 8(120). – Донецк: ДонНТУ, 2007. – с. 256-261.
9. Смирнов А., Гизатулин А. Новый метод сглаживания ценовых графиков. // Валютный спекулянт. – М.: 2002, №12(38). – с. 38-40.
10. Ляшко А.С. Рабочие характеристики индикаторов с использованием синтетических скользящих средних.// Магистерская диссертационная работа по специальности «экономическая кибернетика», научный руководитель Смирнов А.В. – Донецк: ДонНТУ, 2009.

Поступила в редколлегию 25.12.2009