

Выводы. Теоретические исследования показали, что в качестве критерия оптимизации необходимо принимать долговечность упругого элемента, а в качестве ограничений коэффициент сопротивления качению и коэффициент устойчивости против схода с рельс.

По результатам решения задачи выбора рациональных параметров, которая позволяет повысить долговечность упругого элемента, установлено, что оптимальные параметры имеют следующие значения: толщина упругого элемента – 0.05м; ширина упругого элемента – 0.065м; внешний радиус упругого элемента – 0.302м; модуль упругости – 1Мпа; и материал упругого элемента – НО-68-1.

Список литературы

1. Ногин В.Д. Протодяконов И.О. Основы теории оптимизации: Учебное пособие для студентов вузов / Под ред. Протодяконова И.О. -М.: Высшая школа. - 1986. -384 с.
2. Камаев В.А. Оптимизация параметров ходовых частей железнодорожного подвижного состава. - М.: Машиностроение. - 1980.-215с.
3. Грановский Р.В., Данович В.Д., Манашкин Л.А., Тененбаум Э.М. К вопросу об оптимизации параметров рессорного подвешивания транспортных экипажей // Вопросы динамики подвижного состава и применение математических машин. - Труды ДИИТ.- 1977.- Вып 103.-С.84-88.
4. Лазарян В.А., Длугач Л.А., Коротенко М.Л. Устойчивость движения рельсовых экипажей. - Киев: Наук. думка.-1972.-198с.
5. Патент Украины №36613А Составное упругое колесо // Сердюк А.А, Нагорная В.Г., Ходос О.Г.
6. Евстратов А. С. Экипажные части тепловозов. – М.: Машиностроение, 1986. – 136 с.

УСТОЙЧИВОСТЬ БУРОВЫХ ВЫШЕК БАШЕННОГО ТИПА И ИХ РАСЧЕТ НА ЖЕСТКОСТЬ

Ф.Л. Шевченко, Ю.В. Петтик, С.Н. Царенко, Донецкий национальный технический университет, Украина

В работе рассматривается актуальная задача расчета буровых вышек башенного типа на прочность, жесткость и устойчивость. Рассмотрен вопрос о замене фермы эквивалентной балкой, определены перемещения в буровой вышке при воздействии равномерно распределенной ветровой нагрузке, исследована устойчивость вышки в виде пространственной стержневой системы переменного сечения с учетом собственного веса.

Специфической особенностью задачи об устойчивости буровой вышки является следующие обстоятельства: вышка представляет пространственную стержневую систему в виде четырех вертикальных плоских ферм, образующих конструкцию в виде усеченной пирамиды переменной жесткости; при расчете нужно учитывать технологическую нагрузку с учетом собственного веса вышки распределенного по ее высоте. Кроме того, вышку следует рассчитывать на ветровую нагрузку, как стержневую систему (ферму).

Задача об устойчивости стержня постоянной жесткости от нагрузки, приложенной к верхнему сечению, и первые попытки расчета устойчивости однородного стержня, сжатого собственным весом, были выполнены еще Л. Эйлером во второй половине XVIII века. Решение таких задачи долгое время оставалось невостребованными в инженерной практике. Появление металлических конструкций в виде стержневых систем в мостостроении и других длинномерных сооружений вызвало необходимость использования разработок Эйлера. Главным образом это касалось вопросов устойчивости сплошных однородных невесомых стержней. И только в начале прошлого века, академик А.Н. Динник [1], обратил серьезное внимание на исследования А.Гринхила, посвященные вопросам потери устойчивости сплошных стержней переменного сечения от распределенных нагрузок.

Вопросы устойчивости сквозных стержней, несмотря на решение некоторых частных задач такого типа еще Тимошенко С.П. в начале прошлого века [2] и фундаментальные исследования Вольмира А.С. [3], до сих пор не получили должного развития, несмотря на широкое использование сквозных стержневых систем больших длин в различных областях промышленности.

В частности, при бурении нефтегазовых скважин, шахтных стволов и скважин больших диаметров, а также в геологоразведке широко используются стержневые пространственные вышки в виде усеченных квадратных пирамид. В специальной и учебной литературе [4–6] вопросу расчета и конструирования таких вышек уделено серьезное внимание. В этих работах приводятся статические расчеты вышек как плоской фермы с вычислением усилий по диаграмме Кремоны, избегая вычисления перемещений по формуле Мора. С другой стороны, существенные затруднения представляют вычисления перемещений узлов фермы по формуле Мора. Такие расчеты весьма трудоемкие и неудобные для инженерной практики.

В настоящее время существуют основы замены стержневой ферменной конструкции эквивалентной балкой, позволяющие при значительных упрощениях в расчетах получить перемещения с достаточной точностью для инженерных расчетов.

Сложнее обстоит дело с расчетом на устойчивость сквозной пространственной стержневой системы переменного сечения с учетом собственного веса. В специальной литературе по расчету буровых вышек на устойчивость [4–6] используется формула Эйлера для однородных невесомых стержней и практические расчеты этих стержней по коэффициентам снижения допускаемых напряжений и приведенной длине стержней. Такие расчеты не соответствуют реальной конструкции и могут быть оправданы лишь тем, что точные решения сквозных стержневых конструкций на устойчивость до сих пор практически не существует.

Целью данной работы является разработка инженерных расчетов на жесткость и устойчивость сквозных башенных конструкций переменного поперечного сечения от воздействия сосредоточенных, распределенных нагрузок и собственного веса.

Для реализации данной цели необходимо решить следующие задачи:

- исследовать вопрос о замене фермы эквивалентной балкой;
- определить перемещения в буровой вышке при воздействии равномерно распределенной ветровой нагрузки;
- исследовать устойчивость вышки в виде пространственной стержневой системы.

Прежде всего, рассмотрим вопрос о замене фермы эквивалентной балкой.

Балка представляет стержень сплошного поперечного сечения, предназначенный для работы на изгиб. При изгибе стержня в поперечном сечении возникают в основном нормальные напряжения, изменяющиеся по линейному закону, с наибольшими значениями в наиболее удаленных от нейтральной оси волокнах. Нормальными напряжениями в прилегающих к нейтральной оси волокнах можно пренебречь. Это значит, что толщину балки в окрестности нейтральной оси можно сделать небольшой по отношению к волокнам, удаленным от нейтральной линии. Но, выбросить эту тонкую диафрагму полностью нельзя, т.к. на нейтральной оси возникают наибольшие касательные напряжения, вызывающие сдвиг, и диафрагма должна обеспечить работу балки-стержня на сдвиг. Очевидно, сплошное сечение такой диафрагмы целесообразно заменить сквозным, в виде решетки стержней, что образует вместо балки ферму. Расчетная схема замены балки фермой приведена на рис.1.

При изгибе фермы стержни верхнего и нижнего поясов испытывают растяжение-сжатие и усилия в них уравновешивают момент внешней нагрузки, а растянуто-сжатые стержни решетки фермы уравновешивают поперечную силу, которая с изгибающим моментом связана дифференциальной зависимостью

$$Q(x) = \frac{dM(x)}{dx}. \quad (1)$$

Из вышеприведенных суждений следует, что балку можно заменить эквивалентной по прочности фермой и это окажется экономически целесообразным. Очевидно и обратное

утверждение, что ферму можно заменить эквивалентной балкой.

Расчет фермы на прочность сводится к вычислению внутренних усилий во всех стержнях методом вырезания узлов или методом моментных точек и эта работа хоть и очень простая, но трудоемкая. Перемещения узлов фермы вычисляются по формуле Мора

$$\delta_i = \sum \frac{N_{ip} N_{i1}}{EF_i} l_i, \quad (2)$$

что представляет собой еще более трудоемкую задачу.

Известно, что перемещения в балке зависят от изгибающего момента и поперечной силы. Так, например, в формуле Мора для вычисления перемещений в балках от поперечной нагрузки содержится два слагаемых [7]

$$\delta = \sum \int \frac{M_p(x) M_1(x)}{EJ} dx + \sum k \int \frac{Q_p(x) Q_1(x)}{GF} dx. \quad (3)$$

Легко показать, что при вычислении перемещений влиянием поперечной силы Q по сравнению с влиянием изгибающего момента M в балках можно пренебрегать [8, 9]. Тем не менее, следует заметить, что $y(x) = y(M) + y(Q)$.

Рассмотрим элемент балки под действием поперечной силы (рис. 2). Дополнительное перемещение по вертикали правого сечения по отношению к левому равно $dy(Q) = -\gamma Q(x) dx$ (при положительной поперечной силе угол поворота сечения отрицательный – по ходу часовой стрелки). Здесь γ – относительный сдвиг, т.е. угол сдвига от единичной поперечной силы.

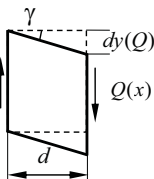


Рис. 2. К вычислению перемещения от поперечной силы

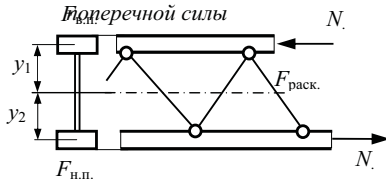


Рис. 1. Расчетная схема замены балки фермой:

$F_{в.п.}$, $F_{н.п.}$, $F_{раск.}$ – площади верхнего, нижнего поясов и раскосов; y_1 и y_2 – расстояние от нейтральной оси до центра тяжести; N – продольное усилие

Интегрируя представленную зависимость, находим дополнительный прогиб от поперечной силы:

$$y(Q) = -\gamma \int Q(x) dx + C. \quad (4)$$

Постоянная интегрирования зависит от выбора начала координат. При выборе начала координат на опоре балки $C=0$.

Таким образом, суммарное перемещение в балке при изгибе состоит из двух слагаемых:

$$y(x) = -y(M) - \gamma M(x). \quad (5)$$

Первое слагаемое учитывает воздействие изгибающего момента, второе – поперечной силы.

Распространяя это суждение на ферму, следует заметить, что первое слагаемое (5) можно вычислять по расчетным формулам (или уравнениям) балки, т.е. в приложении к ферме в балочных формулах нужно учитывать момент инерции площади поперечного сечения поясов фермы относительно нейтральной оси, т.е. относительно центральной оси сечений поясов фермы (рис. 1).

$$J = F_{в.п.} y_1^2 + F_{н.п.} y_2^2. \quad (6)$$

Для учета влияния поперечной силы нужно знать угол сдвига γ в зависимости от схемы решетки фермы и ее сечений. Наиболее просто этот угол находится для решетки с

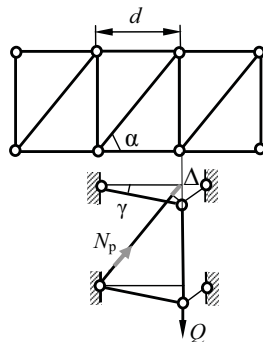


Рис. 3. Схема определения угла сдвига γ

параллельными раскосами, рис. 3.

Для произвольной панели с неподвижными узлами в левом сечении и подвижными в вертикальном направлении (перпендикулярном направлению поясов) правыми узлами усилие в раскосе от поперечной силы будет равно $N_p = Q/\sin\alpha$. От этого усилия возникает продольная деформация раскоса

$$\Delta l = \frac{N_p l_p}{EF_p} = \frac{1}{EF_p} \cdot \frac{d}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}. \text{ Перпендикуляр к направлению раскоса}$$

конца сжатого раскоса на стойку $\Delta = \frac{\Delta l}{\sin\alpha}$ определяет катет угла γ ,

$$\text{т.е. } \gamma = \frac{1}{EF_p} \cdot \frac{1}{\sin^2\alpha \cdot \cos\alpha}.$$

Такая же формула угла сдвига будет и в ферме с треугольной решеткой [10].

Для оценки точности этой формулы рассмотрим чисто академическую задачу в виде консольной вертикальной фермы с квадратными панелями и треугольной решеткой. Расчетная схема фермы при ее замене балкой показана на рис. 4. Площади поперечных сечений примем одинаковыми. Вычислим перемещение узла загрузки по формуле Мора (3). Весь расчет представлен в таблице.

Таблица – Вычисление перемещения в ферме

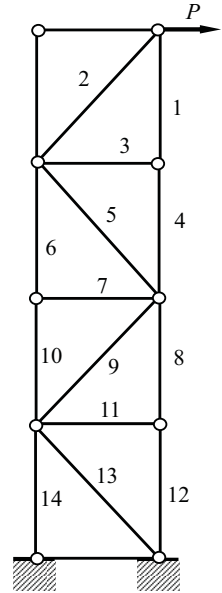


Рис. 4. Расчетная схема фермы при ее замене балкой

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
l_i/d	1	$\sqrt{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	1	1	1	$\sqrt{2}$	1	1	1	$\sqrt{2}$	1	
N_{i1}/P	-1	$\sqrt{2}$	0	-1	$-\sqrt{2}$	2	0	-3	$\sqrt{2}$	2	0	2	$-\sqrt{2}$	4	
N_{i1}	-1	$\sqrt{2}$	0	-1	$-\sqrt{2}$	2	0	-3	$\sqrt{2}$	2	0	2	$-\sqrt{2}$	4	
$N_{ip}N_{ii}l_i$	1	$2\sqrt{2}$	0	1	$2\sqrt{2}$	4	0	9	$2\sqrt{2}$	4	0	4	$2\sqrt{2}$	16	55,3

Из таблицы находим перемещение верхнего узла, нагруженного силой P

$$\delta_{11} = 55,313 \frac{d}{EF}.$$

В эквивалентной балке от сдвига

$$\gamma = -\frac{1}{EF_p \sin^2\alpha \cdot \cos\alpha} = -\frac{1}{0,3535 \cdot EF},$$

а соответствующий прогиб $\delta(Q) = -\gamma M(l) = -\frac{4d}{0,3535EF} = -11,315 \frac{d}{EF}$.

Прогиб от изгибающего момента с учетом момента инерции площади поперечного сечения поясов (одной фермы) $J = 2F\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{Fd^2}{2}$ вычисляется по известной формуле для консоли $f(M) = \frac{Pl^3}{3EJ}$, т. е.

$$\delta(M) = -\frac{l^3}{3EJ} = -\frac{(4d)^3 \cdot 2}{3EF \cdot d^2} = -42,66 \frac{d}{EF}.$$

Суммарный прогиб от единичной нагрузки будет

$$\delta_{11} = -53,98 \frac{d}{EF}.$$

что отличается от расчета по формуле Мора на 2,4 %.

Заметим, что формула Мора с учетом поперечной силы (4) приводит к окончательному результату с большой точностью при значительном сокращении вычислений. Следовательно, вычисление перемещений в ферме по формуле Мора является предпочтительнее

$$y(Q) = \int_0^l k \frac{Q(P) \cdot Q(x)}{GF} dx = k \int_0^l \frac{P dx}{EF} \frac{E}{G} = 1,2 \frac{P4d}{EF} 2,5 = 12 \frac{Pd}{EF}.$$

Суммарное перемещение $\delta = 54,66 \frac{d}{EF}$ с отклонением от точного значения на 1,18 %.

Рассмотрим вычисление перемещений в буровой башенной вышке ВБ-53-320 при воздействии равномерно распределенной по площади ветровой нагрузки интенсивностью p . Вышка представляет пространственную ферменную стержневую конструкцию в виде квадратной усеченной пирамиды, и ее расчетная схема приведена на рис. 5. Грузонесущие стойки нижней части вышки до отметки 35,05 м изготовлены из труб $\varnothing 245 \times 12$ мм, выше этой отметки – трубы $\varnothing 194 \times 6$ мм, элементы решетки ферм изготовлены: пояса – из труб 194×6 мм и 140×5 мм, диагональные тяги – из круглых стержней 24 и 30 мм. Для рассмотрения общего подхода к решению задачи будем считать поперечное сечение вышки одинаковым.

Характеристика вышки: высота вышки $l=53,3$ м, ширина нижнего основания $b=10$ м, верхнего $b_l=2$ м, масса вышки $M=40$ т, принимаем погонный вес вышки практически постоянным и равным $q=Mg/l=7,547$ кН/м.

Площадь поперечного сечения грузонесущих стоек $F=87,84$ см², осевой момент инерции этой площади $J_0=5976,7$ см⁴.

Момент инерции площади поперечного сечения стоек относительно центральной оси сечения

$$J = 4 \left(J_0 + F \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right) = 4(5976,7 + 87,84 \cdot 500^2) = 4(5976,7 + 21,96 \cdot 10^6) \approx 87,84 \cdot 10^6 \text{ см}^4.$$

Здесь первым слагаемым можно пренебречь.

Жесткость при изгибе всего поперечного сечения вышки у ее основания

$$EJ = 87,86 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{11} = 175,72 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2.$$

При начале координат в точке пересечения поясов ферм (осей стоек) жесткость произвольного сечения при изгибе можно считать изменяющейся по квадратичному закону

$$EJ(x) = 175,72 \cdot 10^9 \cdot x^2 / l^2 = EJ \cdot x^2 / l^2 \text{ Нм}^2.$$

Изгибающий момент от нагрузки на единицу площади p , при $p(x) = 2\alpha x \cdot p \cdot \frac{x}{2}$ (α – угол наклона стоек к вертикали) будет равен

$$M(x) = p(x) \cdot \frac{x}{3} = \frac{\alpha p x^3}{3}$$

и дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня (оси вышки) принимает вид

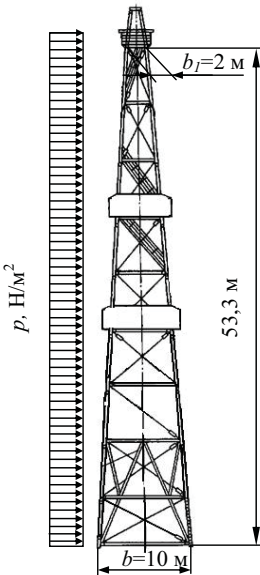


Рис. 5. Расчетная схема вышки

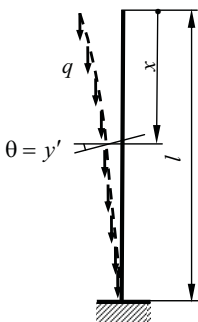


Рис. 6. Схема расчета вышки на устойчивость

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{\alpha p x^3}{3EJ(x)} = \frac{\alpha p l^2 x}{3EJ}.$$

Дважды интегрируя, получим уравнения углов поворота сечений фермы и линейные пересечения по горизонтали:

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{\alpha p l^2 x^2}{6EJ} + y'_0, \quad y(x) = \frac{\alpha p l^2 x^3}{18EJ} + y'_0 x + y_0.$$

Из условий защемления нижнего сечения вышки, т.е.

$$y'(l) = 0, \quad y(l) = 0 \text{ находим начальные параметры: } y'_0 = -\frac{\alpha p l^4}{6EJ}$$

$$\text{и } y_0 = \frac{\alpha p l^5}{9EJ}.$$

С учетом изгибной жесткости нижнего сечения вышки $EJ = 175,72 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2$ получаем прогиб ее верхнего сечения от ветровой нагрузки на обе фермы условной интенсивностью $p = 500 \text{ Н/м}^2$

$$y_0 = \frac{4 \cdot 500 \cdot 53^5}{53 \cdot 9 \cdot 175,72 \cdot 10^9} = 0,00998 \text{ м}.$$

К этому перемещению от изгиба поясов ферм (стоек вышки) следует добавить прогиб от сдвига, т.е. нужно учесть влияние поперечной силы в формуле (4)

$$\delta(Q) = k \int \frac{Q_p(x) Q_l(x)}{GF \xi_p} dx = k \int \frac{\alpha p x^2}{GF \xi_p} x dx = k \frac{\alpha p l^3}{3GF \xi_p}.$$

Здесь коэффициент $k=1,12$ для круглых элементов учитывает неравномерность распределения касательных напряжений сдвига, ξ_p – коэффициент, учитывающий влияние количества раскосов на сдвиг.

Так получаем дополнительный прогиб от поперечных сил

$$\delta(Q) = k \frac{\alpha p l^3}{3GF \xi_p} = 1,12 \frac{4 \cdot 500 \cdot 53^3}{53 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 87,84 \cdot 10^{-4} \cdot 1,4} = 0,00213 \text{ м},$$

Суммарное значение прогиба

$$y(p) = 0,00998 + 0,00213 = 0,01211 \text{ м}.$$

Теперь рассмотрим устойчивость вышки в виде консоли с переменной жесткостью (рис. 6).

Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня можно получить из уравнения поперечных сил, как сумму проекций всех сил с одной стороны от сечения на направление сечения, т.е. направление нормали к изогнутой оси под углом θ .

С учетом переменного момента инерции площади поперечного сечения с жесткостью $EJ(x) = EJx^2/l^2$ такое уравнение примет вид

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} + \frac{qx l^2}{EJx^2} \cdot \frac{dy(x)}{dx} = 0, \text{ т. е.}$$

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} + a^2 x^n \frac{dy(x)}{dx} = 0, \quad a = l \sqrt{q/EI}, \quad n = -1. \quad (7)$$

Путем замены переменной x , безразмерной координатой $z = \xi a x^k$ (при обозначениях:

$k = \frac{2+n}{2} = \frac{1}{2}$, $\xi = \frac{1}{k} = 2$, $m = \frac{1}{2+n} = 1$, получим дифференциальное уравнение Бесселя [3],

$$z^2 \frac{d^2 \theta(z)}{dz^2} + z \frac{d\theta(z)}{dz} + (a^2 - 1)\theta(z) = 0, \quad (8)$$

$$\text{где } z = 2a\sqrt{x} = 2\sqrt{\frac{ql^2x}{EJ}}.$$

При $m = 1$ решение уравнения (8) имеет вид [3],

$$\theta(x) = \frac{dy(x)}{dx} = [A \cdot J_1(z) + B \cdot Y_1(z)] \cdot \sqrt{x} \quad (9)$$

где $J_1(z)$ – функция Бесселя первого порядка, $Y_1(z)$ – функция Бесселя второго рода или функция Неймана [2].

Используя формулы дифференцирования функций Бесселя

$$\frac{d}{dz} J_m(z) = -\frac{m}{z} J_m(z) + J_{m-1}(z) = \frac{m}{z} J_m(z) - J_{m+1}(z)$$

из (9) можно получить кривизну изогнутой оси вышки

$$y''(x) = \frac{dy'(x)}{dx} = a[A \cdot J_0(z) + B \cdot N_0(z)], \quad (10)$$

где: J_0 и N_0 – функция Бесселя и функция Неймана первого порядка.

Из условия на свободном торце вышки, т.е. при $x=0$, изгибающий момент $M(0) = EJ(0)y''(x) = 0$. Но при $x=0$ функция $N_0(0) = -\infty$ [12], значит $B=0$.

Заметим то, что при $x=0$ согласно (9) угол поворота равен нулю и это означает то, что это особенность этой нулевой точки, но с изменением $J(z)$ на некотором расстоянии от особенности угол поворота уже не будет равен нулю.

Из условия в заземлении, т.е. при $x=l$, $z = 2a \cdot l\sqrt{l}$ угол поворота поперечного сечения равен нулю, значит согласно (9) $J_1(2al\sqrt{l})=0$. Первый корень этого трансцендентного уравнения равен $2al\sqrt{l} = 3,83$, т.е.

$$2\sqrt{\frac{ql^3}{EJ}} = z(l) = 3,83. \quad (11)$$

Отсюда можно найти критическую длину сквозной вышки переменного сечения,

$$l = \sqrt[3]{\left(\frac{z(l)}{2}\right)^2 \frac{EJ}{q}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3,83}{2}\right)^2 \frac{EJ}{q}} = \sqrt[3]{3,667 \cdot \frac{EJ}{q}} \text{ м.} \quad (12)$$

Для вышки ВБ-53-320 жесткость опорного сечения $EJ(l) = 175,72 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2$, погонный вес вышки $q = 7,547 \text{ кН/м}$, согласно (12) получаем критическую длину

$$l = \sqrt[3]{3,667 \cdot \frac{175,72 \cdot 10^9}{7547}} = 440,3 \text{ м.} \quad (13)$$

Из (12) также можно получить критический вес вышки

$$Q_{кр} = (ql)_{кр} = 3,667 \cdot \frac{EJ}{l^2} = 3,667 \cdot \frac{175,72 \cdot 10^9}{440,3^2} = 3,323 \cdot 10^6 \text{ Н. } M = 332,3 \text{ т.}$$

Заметим, что этот расчет в точности соответствует результатам исследований А. Гринхила с численной обработкой А.Н. Динника [1] по устойчивости весомых стержней переменного поперечного сечения.

Для сплошных стержней постоянной жесткости критическая длина консоли вычисляется по формуле Эйлера

$$P_{кр} = ql = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2}, \quad l = \sqrt[3]{\frac{\pi^2 EJ}{\mu^2 q}}. \quad (14)$$

Из условия равенства критической длины условной эквивалентной консоли (14) и сквозной башни переменного сечения (12) найдем коэффициент приведения длины μ

$$\sqrt[3]{\frac{\pi^2 EJ}{\mu^2 q}} = \sqrt[3]{\left(\frac{z(l)}{2}\right)^2 \frac{EJ}{q}},$$

откуда получаем

$$\mu = \frac{2\pi}{z(l)} = \frac{2 \cdot \pi}{3,83} = 1,64.$$

Заметим, что для консоли постоянной жесткости с учетом собственного веса коэффициент приведения длины $\mu=1,122$ [6], для невесомой консоли $\mu=2$. Среднее значение этих двух крайних случаев $\mu=1,56$ практически совпадает с коэффициентом приведения рассмотренной вышки.

Если в верхнем сечении вышки приложена сосредоточенная сжимающая сила N , то исходное дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} + \frac{ql^2 \left(\frac{N}{q} + x\right)}{EJx^2} \cdot \frac{dy(x)}{dx} = 0.$$

Для упрощенного приближенного расчета примем сосредоточенную нагрузку на верхнее сечение вышки в виде условной силы $N = \varepsilon ql = \varepsilon qx$. При таком условии дифференциальное уравнение изогнутой оси вышки примет прежний вид

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} + \frac{ql^2 x(\varepsilon + 1)}{EJx^2} \cdot \frac{dy(x)}{dx} = 0,$$

при этом коэффициент второго слагаемого уравнения (7) будет вычисляться по формуле

$$a = \sqrt{\frac{ql^2}{EJ}(\varepsilon + 1)}, \quad (15)$$

$$\text{а безразмерная координата } k(x) = 2\sqrt{\frac{ql^2}{EJ}(\varepsilon + 1)}x.$$

Критическая длина вышки находится также на основании первого корня функции Бесселя $J_1(2al\sqrt{l}) = 0$

$$2\sqrt{\frac{q}{EJ}(\varepsilon + 1)}l^3 = k(l),$$

т. е. для рассматриваемой вышки $l^3(\varepsilon + 1) = \frac{k^2(l)}{4} \cdot \frac{EJ}{q}$, откуда получаем критическую высоту вышки

$$l = \sqrt[3]{\frac{k^2(l)}{4(\varepsilon + 1)} \cdot \frac{EJ}{q}}. \quad (16)$$

Для вышки ВБ-53-320 по этой формуле получаем

$$l = 440,3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\varepsilon + 1}}. \quad (17)$$

Критическая длина незагруженной вышки $l_{кр}=440,3$ м, при нагрузке $N=3200$ кН и весе вышки $Q=400$ кН коэффициент $\varepsilon=8$ и согласно (17) критическая высота вышки будет составлять 211,7 м, а коэффициент запаса устойчивости вышки $k_y = \frac{l_{кр}}{l} = 3,99$.

Вес вышки критической длины

$$Q_e = q \cdot l_{кр} = 7,547 \cdot 10^3 \cdot 440,3 = 3,323 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Критическая нагрузка $N_{кр} = Q_e \cdot \varepsilon = 3,323 \cdot 10^6 \cdot 8 = 26,58 \cdot 10^3$ кН.

По формуле Тимошенко С.П. [2] критическая сила на невесомую вышку вычисляется по формуле

$$P_{кр} = (\beta^2 + 0,25)EJ_{\max} \operatorname{tg}^2 \alpha = (1,569^2 + 0,25) \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,0755^2 = 27,13 \cdot 10^6 \text{ Н,}$$

где $\beta = 1,569$ – безразмерный коэффициент вычисляется подбором из уравнения

$$\operatorname{tg}(\beta \cdot \ln \sqrt{b_1/b}) = -2\beta.$$

Превышение критической силы на 2 % для вышки без учета собственного веса по сравнению с его учетом, указывает на то, что для такой относительно невысокой вышки ее собственным весом при расчете на устойчивость можно пренебречь.

При этом коэффициент запаса устойчивости по нагрузке будет равен

$$k_y = \frac{N_{кр}}{N} = \frac{26,58 \cdot 10^6}{3,2 \cdot 10^6} = 8,3.$$

Заметим, что кроме общей устойчивости вышки, нужно рассматривать местную потерю устойчивости сжатой панели фермы, т.е. устойчивость трубного стержня длиной равной панели сжатой стойки

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 5976,7 \cdot 10^{-8}}{6^2} = 3,277 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Коэффициент запаса местной устойчивости $k_y = \frac{3277}{900} = 3,64$.

Выводы

1. В представленных исследованиях в качестве иллюстрационного примера принята условная вышка в виде усеченной пирамиды, а начало координат совмещено с верхним сечением, где $x \neq 0$. Однако предложенное решение может быть положено в основу расчета вышек с другими геометрическими характеристиками.

2. Предложенное решение сквозных стержневых вышек буровых установок на устойчивость согласуется с исследованиями А. Гринхила по расчету стержней переменного сечения на устойчивость от собственного веса и может быть использовано при проектировании и проверочных расчетах буровых вышек.

3. Пример вычисления критической силы для вышки ВБ-53-320 показал, что в расчете буровых вышек на устойчивость собственным весом вышки можно пренебречь.

Список литературы

1. Динник А.Н. Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости. Избранные труды. – К.: АН УССР, 1955. – Том 2. – 220 с.
2. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1971. – 807 с.
3. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1967. – 983 с.
4. Поляков Г.Д., Булгаков Е.С., Шумов Л.А. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983. – 153 с.
5. Дудля Н.А. Проектирование буровых машин и механизмов. – Киев: Вища школа, 1990. – 271 с.
6. Кирсанов А.Н., Зинченко В.П., Кардыш В.Г. Буровые машины и механизмы. – М.: Недра, 1981. – 448 с.
7. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 1. Напряженно-деформированное состояние стержней: Учебное пособие с грифом МОН. – Донецк, 2006. – 293 с.
8. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 2. Сложное напряженное состояние. Учебное пособие с грифом МОН. – Донецк, РВВ ДонНТУ, 2007. – 306 с.
9. Шевченко Ф.Л., Царенко С.М. Задачі з опору матеріалів. /Навчальний посібник з грифом Міністерства України. – Донецьк, ДонНТУ, 2011. – 354 с.
10. Жеданов С.А.. Новый способ расчета сквозных ферм, рам и арок // Учебное пособие. – Донецк, 1974. – 76 с.
11. Шевченко Ф.Л. Деформированное состояние вертикальных стержней с учетом собственного веса. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Гірничо-геологічна. Випуск 14(16). – Донецьк; ДонНТУ, 2011. – С. 163-175.
12. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции (формулы, графики, таблицы). – М.: Наука, 1977. – 342 с.