

УДК 004.925

О.В.Романюк

Вінницький національний технічний університет
romaniukoksana@mail.ru**Високопродуктивний метод формування реалістичних зображень
рельєфних поверхонь на базі нової моделі дистрибутивної функції**

Запропоновано високопродуктивний метод формування зображень рельєфних поверхонь, що базується на використанні нової моделі дистрибутивної функції відбивної здатності (ДФВЗ). Запропонована модель ДФВЗ характеризується високою точністю відтворення епіцентру відблиску та зони блюмінгу, має порівняно низьку обчислювальну складність. Запропоновано апаратну реалізацію нової моделі ДФВЗ.

Рельєфні поверхні, дистрибутивна функція відбивної здатності**Вступ**

Візуалізація - найважливіший етап формування тривимірного зображення, який полягає в проектуванні сцени на екран комп'ютера з врахуванням освітленості, матеріалів об'єктів сцени, положень джерел світла та точки спостереження. Цей етап вимагає великих обчислювальних витрат, оскільки сцена в пам'яті графічної системи зберігається в просторовому вигляді і для створення плоского зображення потрібно розрахувати інтенсивність освітлення для кожної точки зображення.

Сьогодні у галузі комп'ютерної графіки зростає потреба у формуванні високореалістичних зображень, які імітують предмети реального світу. У зв'язку з цим важливою задачею є точна передача фактурних особливостей поверхонь тривимірних моделей.

Серед методів формування рельєфу на поверхні широкого поширення набули методи, що не змінюють геометрію об'єкта, а лише імітують нерівності, оскільки характеризуються меншими обчислювальними витратами та дозволяють відтворювати дуже мілкі деталі поверхні. До таких методів належать методи бамп-меппінгу та методи паралакс-меппінгу [1-3].

Ідея імітації нерівностей у зазначених методах ґрунтується на збуренні вектора нормалі у кожній точці поверхні [3]

$$\vec{N}' = \vec{N} + \vec{D},$$

де \vec{N}' - збурений вектор нормалі, \vec{N} - базовий вектор нормалі, \vec{D} - фактор збурення.

Нормалізований збурений вектор нормалі далі використовується для розрахунку спекулярної та дифузної складових кольору пікселя [4, 5]

$$\begin{aligned} I_{\text{specular}} &= I_l \cdot k_s \cdot \max(0, \vec{H} \cdot \vec{N}')^n = \\ &= I_l \cdot k_s \cdot \cos^n \gamma, \\ I_{\text{diffuse}} &= I_l \cdot k_d \cdot \max(0, \vec{L} \cdot \vec{N}') = \\ &= I_l \cdot k_d \cdot \cos \theta, \end{aligned}$$

де I_l - інтенсивність кольору джерела світла, k_s - коефіцієнт спекулярного відбиття, $\cos^n \gamma$ - дистрибутивна функція відбивної здатності, яка дозволяє описувати відблиски на поверхні, γ - кут між вектором півшляху $\vec{H} = \frac{\vec{L} + \vec{V}}{|\vec{L} + \vec{V}|}$, де \vec{V} -

вектор спостереження, та нормаллю до поверхні \vec{N}' , n - коефіцієнт спекулярності поверхні, $k_d = \overline{0,1}$ - коефіцієнт дифузного відбиття, $\cos \theta$ - косинус кута між вектором \vec{L} , який визначає напрямок світла, та нормаллю до поверхні \vec{N}' .

Найбільшу складність для розрахунку становить дистрибутивна функція $\cos^n \gamma$, оскільки коефіцієнт спекулярності поверхні n може приймати значення від 1 до 1000.

Враховуючи, що розрахунок інтенсивностей кольору потрібно проводити для кожного пікселя зображення, то процес формування високореалістичних зображень вимагає великих обчислювальних витрат та машинного часу.

У зв'язку з цим, задача підвищення продуктивності систем формування високореалістичних зображень є дуже важливою.

**Аналіз дистрибутивних функцій
відбивної здатності і постановка задачі**

Дистрибутивна функція відбивної здатності $\cos^n \gamma$, яка є невід'ємною складовою

визначення інтенсивностей кольору зображень, має дуже велику обчислювальну складність.

Пошуку нових продуктивних моделей дистрибутивних функцій присвячено багато робіт.

Р.Ф. Ліон у роботі [6] запропонував функцію $\cos^n \gamma$ розкласти у ряд Тейлора, а замість кута між вектором півшляху та вектором нормалі використати довжину хорди між цими векторами. Обмежена кількість членів ряду Тейлора не забезпечує достатньої точності апроксимації функції $\cos^n \gamma$, а використання довжини хорди замість кутів збільшує похибку апроксимації при великих значеннях кутів.

У роботі [7] К. Шліком запропонована апроксимація дистрибутивної функції $\cos^n \gamma$ функцією $\cos \gamma / (n - n \cos \gamma + \cos \gamma)$.

Дослідження показали, що використання запропонованої функції забезпечує задовільну якість відображення епіцентру відблиску, в той час як зона затухання відблиску відтворюється не реалістично. Крім того, операція ділення у запропонованій формулі ускладнює її апаратну реалізацію.

Автори роботи [8] запропонували апроксимацію

$$\cos^n \gamma = a \cdot \cos^2 \gamma + b \cdot \cos \gamma + c.$$

Для визначення коефіцієнтів a, b, c використовуються значення функції $\cos^n \gamma$ у початковій, кінцевій та середній точках рядка растеризації. Однак, такий підхід може бути застосований тільки для гладких поверхонь. У випадку формування зображень нерівних поверхонь значення функції $\cos^n \gamma$ у сусідніх точках може суттєво відрізнитись.

Роботу [9] присвячено логарифмічній апроксимації дистрибутивної функції

$$\cos^n \gamma = 2^{n \cdot \log_2(\cos \gamma)}.$$

Недоліком запропонованої функції є недостатня якість відображення зони затухання відблиску, а її апаратна реалізація вимагає декількох блоків пам'яті відносно великих обсягів.

У роботі [10] запропоновано апроксимацію дистрибутивної функції $\cos^n \gamma$ функцією $\cos^k(\sqrt{n/k} \cdot \lambda)$, де $k = 2, 4, 8, \dots$ і обирається залежно від значення коефіцієнта спекулярності n . Недоліком підходу є складність розрахунку значення λ , що потребує виконання ресурсоємкої тригонометричної операції \arccos .

На теперішній час дистрибутивної функції відбивної здатності, яка б забезпечувала високу якість відтворення як епіцентру, так і зони

затухання відблиску, та мала просту апаратну реалізацію, не знайдено.

Метою статті є розробка нової моделі дистрибутивної функції відбивної здатності, яка б характеризувалась невеликою обчислювальною складністю та мала просту апаратну реалізацію.

Нові апроксимаційні моделі ДФВЗ

Для апроксимації функції $\cos^n \gamma$ використаємо функцію виду $(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^k$ за умови, що $0 \leq \gamma \leq \pi/2$, $k = 2$. Вибір такої функції обумовлено тим, що:

а) для обох функцій як твірна використовується функція косинуса;

б) $\cos^n \gamma = (\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^2 = 1$ при $\gamma = 0$, що відповідає граничній умові;

г) обидві функції при $0 \leq \gamma \leq \pi/2$ є додатними;

д) функція $(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^2$ досягає нульового значення, що є передумовою формування блюмінга;

г) коефіцієнт ζ дає можливість зміни розміру відблиску.

Розглянемо визначення невідомого множника ζ у виразі $(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^2$.

Для запропонованої ДФВЗ можна записати, що

$$\cos^n \gamma = (\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^2. \quad (1)$$

Помножимо ліву та праву частини виразу (1) на $\sin \gamma$ і візьмемо визначений інтеграл окремо від лівої та правої частин отриманого рівняння за умови, що межі інтегрування визначаються відрізком від нульового значення аргументу до точки, де функції приймають нульове значення.

$$(\zeta \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^2 = 0. \quad (2)$$

Із рівняння (2) знаходимо, що $\gamma = \arccos((\zeta - 1) / \zeta)$.

Знайдемо визначений інтеграл

$$\arccos\left(\frac{\zeta-1}{\zeta}\right) \int_0^{\arccos\left(\frac{\zeta-1}{\zeta}\right)} (\zeta(\cos \gamma - 1) + 1)^2 \sin \gamma d\gamma = \frac{1}{3 \cdot \zeta}. \quad (3)$$

Виконаємо такі ж дії для $\cos^n \gamma$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n \gamma \cdot \sin \gamma \cdot d\gamma = \frac{\cos^{n+1} \gamma}{n+1} \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{n+1}.$$

Прирівнявши праві частини отриманих

виразів, знаходимо, що $\zeta = (n+1)/3$.

Нова формула ДФВЗ має такий вигляд

$$W(n, \gamma) = \left(\left(\frac{n+1}{3} \right) \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^2.$$

Характерною особливістю отриманої формули є те, що згідно з нею відносно рівномірно розподілено абсолютну похибку на всьому інтервалі визначення. На рис. 1 наведено приклад ДФВЗ для $n=10$, а також графік залежності максимальної відносної похибки для епіцентру відблиску від коефіцієнта спекулярності.

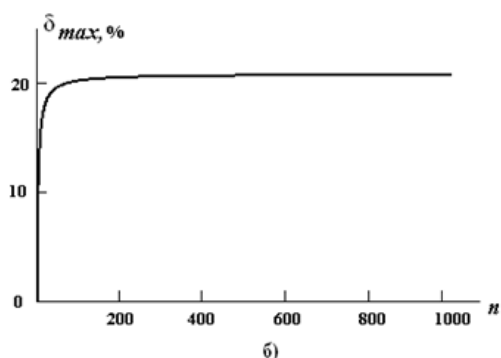
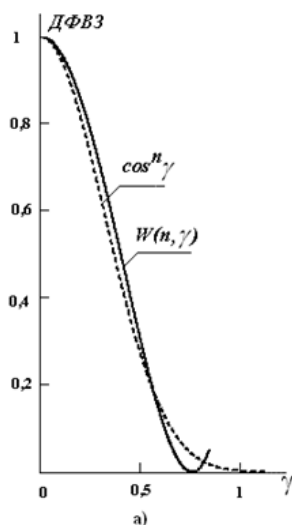


Рисунок 1 – Графіки: а) дистрибутивної функції $W(n, \gamma)$ для $n=10$; б) залежності максимальної відносної похибки апроксимації для епіцентру відблиску від n

Для знаходження максимальної відносної похибки апроксимації знайдемо похідну від виразу

$$\left[\left(\left(\frac{n+1}{3} \right) \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^2 - \cos^n \gamma \right] / \cos^n \gamma$$

і прирівняємо її до нуля. Максимальна відносна похибка має місце при

$$\gamma = \arctg \left((1 + 2 \cdot n)^{\frac{1}{2}} / n \right).$$

Максимальна абсолютна похибка апроксимації не перевищує 0,1.

Розглянемо як впливатиме на точність апроксимації підвищення степеня k для випадків $k=4$, $k=8$ та $k=16$. Тоді апроксимаційні формули будуть мати вигляд

$$W_2(\zeta_2, \gamma) = (\zeta_2 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^4,$$

$$W_3(\zeta_3, \gamma) = (\zeta_3 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^8,$$

$$W_4(\zeta_4, \gamma) = (\zeta_4 \cdot (\cos \gamma - 1) + 1)^{16}.$$

Для розрахунку коефіцієнтів ζ_2 , ζ_3 та ζ_4 виконаємо дії аналогічні до рівняння (3). Отримаємо

$$\zeta_2 = \frac{n+1}{5}, \quad \zeta_3 = \frac{n+1}{9}, \quad \zeta_4 = \frac{n+1}{17}.$$

У загальному випадку $\zeta = \frac{n+1}{k+1}$.

Враховуючи розраховані значення коефіцієнтів нові апроксимаційні формули можна записати так

$$W_2(n, \gamma) = \left(\frac{n+1}{5} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^4,$$

$$W_3(n, \gamma) = \left(\frac{n+1}{9} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^8,$$

$$W_4(n, \gamma) = \left(\frac{n+1}{17} \cdot (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^{16}.$$

На рис. 2 наведено графіки функції $\cos^n \gamma$ та запропонованих апроксимаційних моделей дистрибутивних функцій для $n=20$.

З графіка видно, що при $n=20$ крива функції $W_4(n, \gamma)$ майже збігається з кривою функції $\cos^n \gamma$.

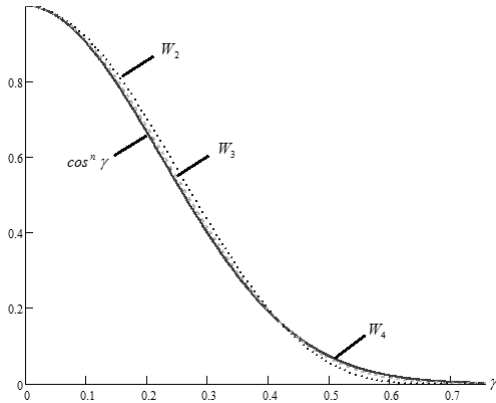


Рисунок 2 – Графіки дистрибутивних функцій W_2 , W_3 та W_4

На рис. 3 зображено графіки максимальних відносних похибок апроксимації запропонованими функціями для епіцентру відблиску. Для функції $W_2(n, \gamma)$ відносна похибка не перевищує 8,1%, для функції $W_3(n, \gamma)$ - 4,3%, а для функції $W_4(n, \gamma)$ - 2,2%.

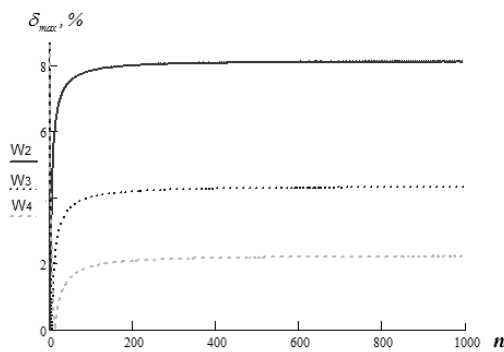


Рисунок 3 – Максимальні відносні похибки епіцентру відблиску для функцій W_2 , W_3 та W_4

На рис. 4 зображено графіки максимальних абсолютних похибок апроксимації для зони затухання відблиску запропонованими функціями.

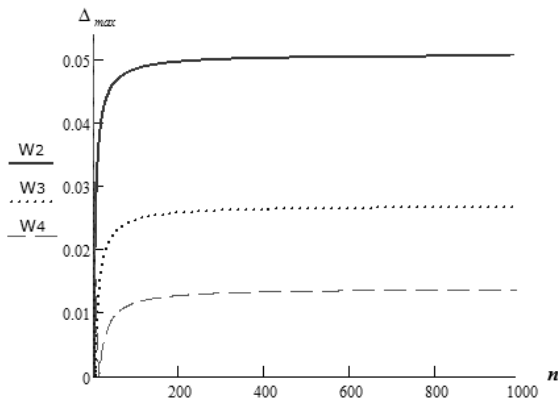


Рисунок 4 – Максимальні відносні похибки зони затухання відблиску для функцій W_2 , W_3 та W_4

Для функції $W_2(n, \gamma)$ абсолютна похибка не перевищує 0,05, для функції $W_3(n, \gamma)$ - 0,027, а для функції $W_4(n, \gamma)$ - 0,014.

Розглянемо особливості формування зони затухання відблиску для запропонованих моделей дистрибутивної функції.

Знайдемо відношення \mathfrak{R} , яке визначає, у скільки разів відрізняються аргументи у функції $\cos^n \gamma$ і запропонованих ДФВЗ, при яких вони досягають нульового рівня. За порогове значення нуля приймемо величину 2^{-q} , де q вибирають залежно від необхідної точності визначення спекулярної складової.

Тоді функція $\cos^n \gamma$ обчислюється на проміжку $2^{-q} \leq \cos^n \gamma \leq 1$. Звідси отримуємо, що

$$0 \leq \gamma \leq \arccos \left(2^{-\frac{q}{n}} \right).$$

Для запропонованих дистрибутивних функцій запишемо нерівність

$$2^{-q} \leq \left(\frac{n+1}{k+1} (\cos \gamma - 1) + 1 \right)^k \leq 1.$$

Звідси можна записати, що аргумент функцій змінюється на проміжку

$$0 \leq \gamma \leq \arccos \left(\frac{n - k + (k+1)2^{-\frac{q}{k}}}{n+1} \right).$$

Запишемо відношення \mathfrak{R} для запропонованих дистрибутивних функцій:

$$\mathfrak{R}_1 = a \cos \left(2^{-\frac{q}{n}} \right) / a \cos \left(\frac{n - 2 + 3 \cdot 2^{-\frac{q}{2}}}{n+1} \right);$$

$$\mathfrak{R}_2 = a \cos \left(2^{-\frac{q}{n}} \right) / a \cos \left(\frac{n - 4 + 5 \cdot 2^{-\frac{q}{4}}}{n+1} \right);$$

$$\mathfrak{R}_3 = a \cos \left(2^{-\frac{q}{n}} \right) / a \cos \left(\frac{n - 8 + 9 \cdot 2^{-\frac{q}{8}}}{n+1} \right);$$

$$\mathfrak{R}_4 = a \cos \left(2^{-\frac{q}{n}} \right) / a \cos \left(\frac{n - 16 + 17 \cdot 2^{-\frac{q}{16}}}{n+1} \right)$$

На рис. 5 зображено графіки вище зазначених відношень. По осі X розміщено значення q , по осі Y – значення коефіцієнта спекулярності n , по осі Z – значення відношення \mathfrak{R} . На рис. 5в) і 5г) видно, що при $q = 6$ затухання віблisku здійснюється майже на однаковому інтервалі, що й для функції $\cos^n \gamma$.

Порівнюючи запропоновані формули з формулою К.Шліка, яка знайшла широке поширення у засобах формування реалістичних зображень, для функції $W_2(n, \gamma)$ вдалось досягти підвищення точності відтворення епіцентру відблиску в 2,8 разів, для $W_3(n, \gamma)$ - в 5,2 рази, для функції $W_4(n, \gamma)$ - в 10,2 рази

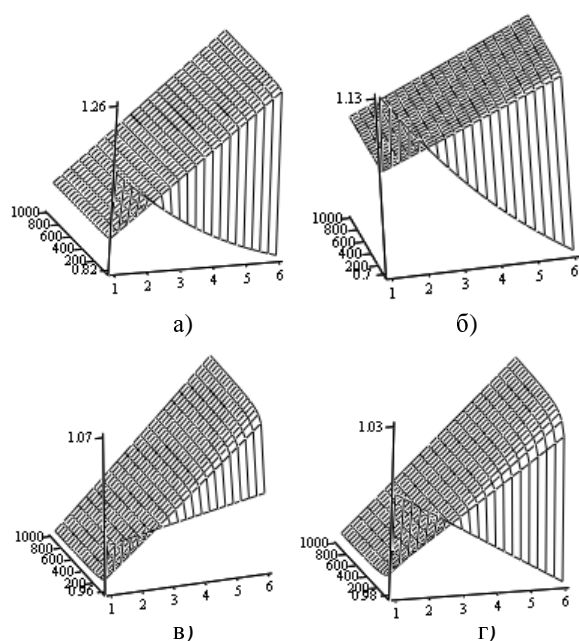


Рисунок 5 – Графіки відношення \mathfrak{R} : а) для функції W_1 ; б) для функції W_2 ; в) для функції W_3 ; г) для функції W_4

Точність відтворення зони блюмінгу для функції $W_2(n, \gamma)$ порівняно з функцією К.Шліка зросла в 4 рази, для $W_3(n, \gamma)$ - в 7,4 рази, для функції $W_4(n, \gamma)$ - в 14,3 рази.

Структурну схему апаратної реалізації для $W_4(n, \gamma)$ зображено на рис. 6. Для реалізації функції $W_4(n, \gamma)$ необхідно виконати одну операцію інкрементування, дві операції декрементування та шість операцій множення. Структурна схема апаратної реалізації містить три регістри $RG1 - RG3$ для зберігання значень $\cos \gamma$, n і $1/17$ відповідно, які записуються у регістри активним рівнем сигналу на керуючих

входах y_1 , y_2 та y_3 відповідно. У першому суматорі $SUM1$ відбувається декрементування значення $\cos \gamma$, яке подається на перший вхід суматора, на другий вхід якого подається код одиниці, а на вхід переносу – рівень логічного нуля. У другому суматорі $SUM2$ відбувається інкрементування значення n , яке подається на перший вхід суматора, другий вхід якого під'єднано на рівня логічного нуля, а вхід переносу – до рівня логічної одиниці. У першому блоці множення $MUL1$ виконується операція $(1/17) \cdot (n+1)$. Результатом другого блоку множення $MUL2$ є $(1/17) \cdot (n+1) \cdot (\cos \gamma - 1)$. Отримане значення у третьому суматорі $SUM3$ збільшується на 1 аналогічно до другого суматора $SUM2$.

Третій блок множення $MUL3$ підносить значення $(1/17)(n+1)(\cos \gamma - 1) + 1$ до квадрату, четвертий блок множення $MUL4$ – до четвертої степені, п'ятий блок множення $MUL5$ – до 16 степені. На виході п'ятого блоку множення формується кінцеве значення дистрибутивної функції $W_4(n, \gamma)$.

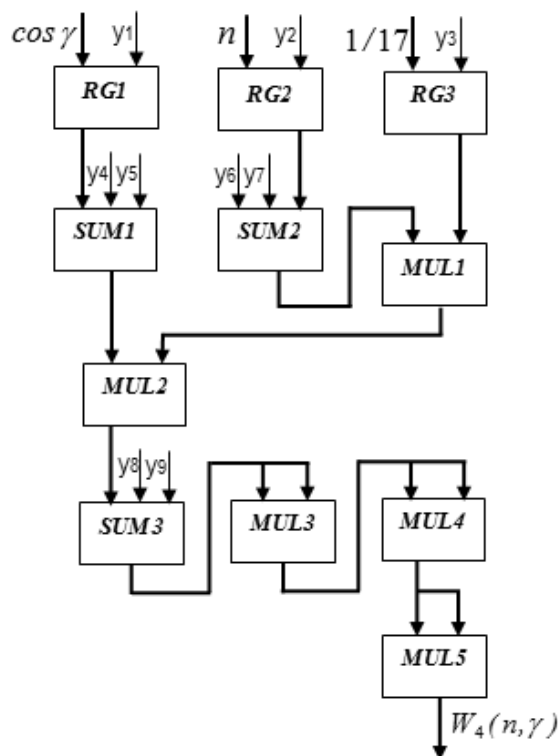


Рисунок 6 – Структурна схема апаратної реалізації дистрибутивної функції $W_4(n, \gamma)$

Висновки

У ході дослідження було запропоновано нові моделі ДФВЗ, які забезпечують вищу

точність апроксимації як для епіцентру відблиску, так і для зони блюмінгу, порівняно з відомою апроксимаційною формулою К. Шліка. Для епіцентру відблиску досягнуто підвищення точності в 10,2 рази, а для зони блюмінгу – в 14,3 рази.

Запропонована апаратна реалізація є досить простою, оскільки вимагає виконання операцій інкрементування, декрементування та множення.

Список літератури

1. Blinn J.F. Simulation of wrinkled surfaces / J.F. Blinn // In Proceedings of the 5th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, ACM Press. – 1978. – P. 286–292.
2. Tatarchuk N. Practical parallax occlusion mapping with approximate soft shadows for detailed surface rendering / N. Tatarchuk // In ShaderX 5, Engel W., (Ed.). – Charles River Media, Boston. – 2006. – P.75–105.
3. Kilgard J. A practical and robust bump-mapping technique for today's / J. Kilgard // In GDC 2000: Advanced OpenGL Game Development. – July, 2000. – 24 p.
4. Херн Д. Компьютерная графика и стандарт OpenGL / Д. Херн, М. Бейкер. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. — 1168 с.
5. Phong B.T. Illumination for computer generated images / B.T. Phong // Comm. of the ACM. – June, 1975. – 18(6). – P. 311-317.
6. Lyon R.F. Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification / R.F. Lyon // Apple Technical Report. — 1993. – № 43.— 33 p.
7. Schlick C. A Fast Alternative to Phong's Specular Model / C. Schlick // Graphics Gems IV. Academic Press. — 1994. — P. 404—409.
8. Романюк О.Н. Квадратична апроксимація BRDF / О.Н. Романюк, Ю.Л. Ляшенко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2007. — № 1. — С. 67.—69.
9. Романюк О.Н. Альтернативна реалізація дистрибутивної двопрореєвої функції для моделей освітлення Бліна та Фонга / О.Н. Романюк // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація. — 2006. — Вип. 106. — С. 219—228.
10. Романюк О.Н. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів: монографія / О.Н. Романюк, А.В. Чорний. - Вінниця : УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. — 190 с.

Надійшла до редколегії 11.06.2011

О.В. РОМАНИЮК

Винницкий национальный технический университет

O.V. ROMANIUK

Vinnitsa National Technical University

Высокопроизводительный метод формирования реалистичных изображений рельефных поверхностей на базе новой модели дистрибутивной функции

Предложен высокопроизводительный метод формирования реалистичных изображений рельефных поверхностей, основанный на использовании новой модели дистрибутивной функции отражающей способности (ДФОС). Предложенная модель ДФОС характеризуется высокой точностью воссоздания эписентра отблеска и зоны блюминга, имеет сравнительно низкую вычислительную сложность. Предложена аппаратная реализация новой модели ДФОС.

Рельефные поверхности, дистрибутивная функция отражающей способности

Productive Method of Realistic Bump Surface Image Formation on the Basis of New Distribution Function Model

The paper considers alternative BRDF models with low computational complexity and good approximation accuracy. We propose simple hardware implementation of invented BRDF model

Bump surface, bidirectional reflectance distribution function